PANAMA-POST

Vierkant tegen zelfstandig werken

A. Treffers & E. de Goeij
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

In het volgende willen wij laten zien hoe betoverend het vak rekenen-wiskunde voor kinderen kan zijn indien het in een rijke, flexibele, interactieve onderwijsomgeving plaatsvindt, dat als didactisch systeem sterk contrasteert met onderwijs waarin het zelfstandig werken de bepalende factor is, de leraar voornamelijk de rol van begeleider vervult en waarin voor de leerlingen nauwelijks gelegenheid is om samen als jaargroep problemen op te lossen en van elkaar te leren.
In de historisch gerichte inleiding zullen eerst de onderscheiden begrippen van zelfstandig werken als didactische werkvorm en zelfstandig werken als didactisch organisatiesysteem in algemene zin worden toegelicht. Daarna geven we een impressie van een lessenserie over het ontwerpen van een magisch rekenvierkant. Vervolgens beschouwen we deze lessenserie vanuit het algemene schema van een 'onderwijsvierkant' waarin vorm en inhoud van het realistisch reken-wiskundeonderwijs overzichtelijk staan afgebeeld.
Twee organisatiesystemen voor rekenen-wiskunde zullen daarbij de revue passeren. Dit alles, met het doel inzicht te geven in en begrip te kweken voor de argumenten die reken-wiskundedidactici vaak hanteren om hun duidelijke voorkeur voor een specifieke vormgeving van het onderwijs van alledag te motiveren.
Van de factoren die de kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs in hoge mate bepalen, te weten (1) het vakmanschap van de leraar, (2) de kwaliteit van de methode en andere daaraan gekoppelde leerbronnen, (3) de toetscultuur en (4) het didactische organisatiesysteem, bespreken we uitsluitend de laatstgenoemde factor. Daarbij richten we ons speciaal op de cognitieve vaardigheid van probleemoplossen zoals dat in een van de algemene kerndoelen wordt geformuleerd.
Onze hoofdstelling luidt dat hogere cognitieve doelen niet goed nagestreefd en bereikt kunnen worden binnen didactische organisatiesystemen die zich rond het zelfstandige werken centreren - vandaar de titel van dit artikel 'Vierkant tegen zelfstandig werken'... zelfstandig werken als didactisch organisatiesysteem wel te verstaan.

1 Historische inleiding

Toen in het begin van de jaren zeventig de Wiskobas-beweging de vernieuwing van het reken-wiskundeonderwijs ter hand nam, was er in dit vakgebied ook een meer algemeen-pedagogisch geïnspireerde vernieuwing van het reken-wiskundeonderwijs op gang gekomen die we met 'zelfstandig werken als onderwijssysteem' zouden kunnen aanduiden.
De twee methoden die deze gedachte toentertijd concreet gestalte gaven hadden de sprekende titels 'Naar Zelfstandig Rekenen' (NZR) en 'NiveauCursus Rekenen' (NCR). Zowel vakinhoudelijk als qua didactische vormgeving waren deze leerboeken de tegenvoeters van wat Wiskobas voorstond: mechanistisch, zelfstandig werkend, in niveaugroepen verdeeld rekenonderwijs versus realistisch, interactief, jaargroepgericht reken-wiskundeonderwijs. Toen zag men plaatselijk al schemeren wat later in de jaren tachtig landelijk zichtbaar werd: een schisma in de onderwijsopvattingen over de kern van het vak rekenen-wiskunde.

We illustreerden dit verschil toentertijd met de volgende elementaire rekenopgaven:

1 '5 + 3 = … en 5 – 3 = …'
2 'Alex heeft 5 knikkers en Barbara 3 knikkers.
Hoeveel knikkers hebben zij samen?
Hoeveel knikkers heeft Alex meer dan Barbara?'
3 'Cecilia woont 5 km van school en Dirk 3 km.
Hoever wonen Dirk en Cecilia van elkaar?'

In het mechanistische rekenonderwijs treft men wel opgaven aan als (1) en (2), maar een opgavetype als (3) zal men in NZR en NCR niet aantreffen. Terwijl een dergelijk onderzoeksgericht probleem, ideaal gesproken, juist tekenend is voor de realistische benadering van rekenen-wiskunde, hoewel de elementaire rekensommen één en twee daarin uiteraard ook een plaats (behoren te) krijgen. (Overigens zal men als geoefende rekenaar vaststellen dat dit afstandsvraagstuk niet goed is op te lossen zonder een plaatje van de probleemsituatie te tekenen of zich die visueel voor te stellen.)
De afloop van deze 'richtingenstrijd' kennen we inmiddels: het realistische reken-wiskundeonderwijs veroverde Nederland, de realistische methoden werden in de jaren negentig massaal ingevoerd. Wat daarbij mede hielp was

de uitkomst van de eerste ‘Periodieke Peiling van het OnderwijsNiveau’ (PPON), eind jaren tachtig uitgevoerd door het Cito. Daarin kwam onder meer naar voren dat de realistische reken-wiskundemethoden aanzienlijk hoger scoorden dan de mechanistische. Sterker: NCR kwam samen met NZR van alle methoden als laagste uit de bus. Pikant daarbij is ook dat deze methoden die het zelfstandig werken hoog in het onderwijsvaandel hebben, veel lager scoorden dan bijvoorbeeld de traditionele rekenmethode ‘Nieuw Rekenen’ die de klassikale aanpak hanteerde waarin zelfstandig werken uiteraard wel als didactische werkvorm werd gehanteerd maar niet als een didactisch organisatiesysteem, zoals NCR en NZR dat voorstonden.

Idealiter was de didactische organisatie van het realistisch reken-wiskundeonderwijs er in de jaren negentig op gericht om:

1 het leerstofjaarklassensysteem intact te laten en dus alle leerlingen van een jaargroep tegelijkertijd dezelfde leerstofonderwerpen aan te bieden;
2 de differentiatieproblematiek proberen op te lossen via zowel differentiatie in leerstof (met plus-, meer-, weer-, en minimumtaken) als in oplossingsniveau;
3 en recht te doen aan de onderzoeksgerichte en probleemgeoriënteerde kern van rekenen-wiskunde.

Dit alles uitgevoerd binnen een flexibele, interactieve, jaargroepsgewijze onderwijssetting, waarin naast zelfstandig (ver)werken ook ruimte is voor uitwisseling van ideeën tussen de leerlingen onderling, de zogenoemde horizontale interactie, en tussen de leerlingen en de leraar, de verticale interactie (Nelissen, 2002). Interactieve uitleg, reflectieve terugblik, samenvatting, nabespreking en evaluatie van de verschillende oplossingsmethoden, waaronder die van de eigen aanpak, zijn kenmerkend voor deze didactische organisatie die in het realistische reken-wiskundeonderwijs wordt nagestreefd en die ook wel kort aangeduid wordt als ‘onderwijs naar menselijke maat’ (Themanummer ‘Willem Bartjens’, 1997).

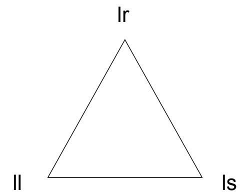
Helaas bleek dat dit onderwijsconcept niet goed spoorde met de algemene onderwijskundig geïnspireerde vernieuwingen die onder het motto van adaptief onderwijs of van onderwijs-op-maat of van het nieuwe leren (let wel niet het nieuwe onderwijzen!) of Iederwijs-onderwijs in de afgelopen jaren in gang zijn gezet.

2 Zelfstandig werken

Het verschil van opvatting tussen het vakdidactisch geïnspireerde onderwijsconcept en de genoemde algemeen pedagogische visies zit ’m, zoals aangeduid, in de verschillende waardering van het zelfstandige werken als didactisch organisatiesysteem.

Hoewel de kenmerken van dit onderwijssysteem en in het bijzonder ook de vakdidactische tegenpool ervan in het vervolg van dit artikel aan de hand van een concreet voorbeeld nader uit de doeken worden gedaan, zullen we om te beginnen de onderscheiden didactische systemen met behulp van twee schema’s, een driehoek en een vierkant, in globale zin typeren.

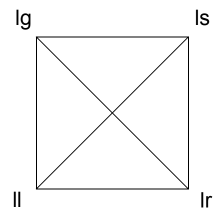
Bij zelfstandig werken als onderwijssysteem past het schema van de didactische driehoek leerling-leerstof-leraar (fig.1) waarvan de zijde leerling-leerstof de basis vormt en waarin de leraar voornamelijk als begeleider fungeert van (groepjes) leerlingen die het grootste deel van de onderwijstijd zelfstandig taken maken.



figuur 1

Wat het reken-wiskundeonderwijs betreft is ‘taken maken’ een korte en treffende kenschets van dergelijk ingericht onderwijs. De taken, de opdrachtkaarten, de software-programma’s en het leerboek bepalen in hoofdzaak het tempo en de inhoud van de leerroute die de leerlingen (moeten) afleggen. De inbreng van de leraar moet zich daarbij voor het grootste deel tot kort, methodisch en organisatorisch correctiewerk bepalen vanwege het feit dat zijn aandacht over veel individuele leerlingen danwel verschillende groepjes gespreid moet worden.

Bij het interactieve, groepsgerichte onderwijssysteem past het schema van het didactische vierkant leerling-leergroep-leraar-leerstof (fig.2) waarin naast de individuele leerling ook de leergroep en de leraar een belangrijke inbreng hebben in het onderwijsleerproces (Menne, 2001).



figuur 2

Hoe een en ander in de lespraktijk concreet gestalte kan krijgen, wordt in het volgende nader uitgelegd aan de hand van het construeren van een zogenoemd magisch rekenvierkant (De Goeij & Treffers, 2004), waarna vervolgens het didactische vierkant meer in detail zal worden besproken en afgezet tegen het didactische organisatiesysteem van zelfstandig werken.

3 Magisch rekenvierkant

In de eerste les krijgen de leerlingen van groep 4 de volgende opdracht.

> Teken een vierkant van drie bij drie en plaats in de hokjes de getallen één tot negen die op losse cijferkaartjes staan. Tel per rij de drie getallen op.

Een voorbeeld:

1	3	7
8	4	5
6	9	2

figuur 3

De som van de drietallen in de rijen is: 11, 17, 17 samen 45. Doe hetzelfde met de kolommen: 15, 16, 14 samen 45. Kun je verklaren waarom de rij- en kolomtotalen beide 45 zijn?
Uit de groep komt de suggestie dat dit zo is omdat de som van de getallen 1 tot en met 9 … 45 is. Klopt dat? De groep gaat dit controleren, met de aansporing van de leraar om dit zo handig mogelijk uit te rekenen. In de nabespreking komen twee handige werkwijzen naar voren:

1. begin met de grootste getallen, 9 + 8 + …, want dan schiet je hard op en hoef je er steeds minder bij te doen;
2. het werken met de ‘verliefde harten’, de getallenparen die samen 10 zijn: 1 + 9 = 10, 2 + 8 = 10, 3 + 7 = 10, 4 + 6 = 10, plus 5, samen 45 - de handigste werkwijze.

Daarna volgt de opdracht om een vierkant te maken waarvan de som van de eerste twee rijen ieder vijftien is. Alle kinderen slagen daarin. Ze merken vervolgens op dat de som van de derde rij dan ook vijftien moet zijn. De verklaring wordt door één leerling als volgt geformuleerd: ‘Twee rijen van vijftien, dan moet de derde ook vijftien zijn, want 45 – 30 = 15.’

In de tweede les nemen we een voorbeeld van een vierkant waarvan de rijen ieder vijftien zijn en geven de opdracht om daarmee een vierkant te maken waarvan ook de kolommen vijftien zijn - een lastige opgave.

8	4	3	**15**
1	9	5	**15**
7	6	2	**15**

figuur 4

Lastig, omdat dit alleen maar vlot lukt als je de strategie volgt om per rij de drie kaartjes bij elkaar te houden en daarin dan de volgorde passend te wisselen, lettend op de uitkomsten per kolom. In ons voorbeeld kunnen we proberen linksboven de acht te laten staan en in de tweede rij daaronder de vijf plaatsen en ten slotte in de derde rij de twee. De eerste kolom is dan vijftien. In de tweede rij kunnen we de negen niet laten staan, probeer maar. Dus plaatsen we de één in het midden. Maar dan lopen we ook vast. Vervolgens proberen we bijvoorbeeld vier linksboven te plaatsen. We zetten daaronder negen en daaronder twee, en zo verder. Nu lukt het wel om ook de tweede kolom vijftien te maken, als we de vijf in het midden zetten en de drie daarboven.

4	3	8	**15**
9	5	1	**15**
2	7	6	**15**
15	**15**	**15**	

figuur 5

Een aantal leerlingen begint echter helemaal opnieuw, schuift alle kaartjes door elkaar, en moet via *trial and error* én de rijen én de kolommen op elkaar afstemmen, wat bepaald niet eenvoudig is. Kinderen die snel klaar zijn, vinden het een uitdaging om zoveel mogelijk verschillende vierkanten te vinden. In feite hebben we hier met een nieuw probleem te doen, waarbij draaien en spiegelen binnen het vierkant aan de orde kunnen komen.
In de interactieve nabespreking wordt allereerst de handige strategie naar voren gebracht om de drietallen per rij intact te laten. Vervolgens wordt ook kort aangeduid hoe je vanuit één goede oplossing nieuwe vierkanten kunt maken die aan de voorwaarde van zes keer vijftien voldoen.

In de derde les gaan de leerlingen zelf tovervierkanten maken. Ze krijgen een werkblad met daarop een aantal lege vierkanten: drie bij drie, vier bij vier en vijf bij vijf. Ze kiezen zelf welk getal de som van de rijen en de kolommen moet opleveren. Vervolgens gaan ze het lege vierkant invullen en kloppend maken. Hiervoor kiezen ze zelf de benodigde getallen. Er mogen ook gerust dezelfde getallen in voorkomen. Het maken van deze eigen producties biedt leerlingen de mogelijkheid op hun eigen niveau te werken en getallen te kiezen die ze prettig vinden. Sommige leerlingen zoeken zekerheid op en blijven met hun getallen veilig onder de tien. Anderen gaan tot twintig en zien tevens uitdaging in de keuze voor een groter vierkant. Er zijn ook kinderen die van de gelegenheid gebruikmaken nu eens grote getallen te kiezen. Hoe groter de getallen, hoe mooier het vierkant!

In de vierde les gaan de kinderen op zoek naar het beroemde tovervierkant met rijen, kolommen én diagonalen van vijftien. Dit gebeurt aan de hand van een verhaal over Koning Vierkant die een prijsvraag uitschrijft met een hoge beloning voor de vinder van dit magische rekenvierkant.
De eerste vinder verklapt zijn oplossing niet, maar geeft wel de tip dat de negen in het midden moet staan, het grootste getal, de koning van het vierkant.
Zou dat goed zijn? Koning Vierkant legt deze suggestie voor aan zijn hofgeleerden … dat zijn de kinderen van onze groep 4. Die gaan nu met de negen in het midden aan de slag, werkend in groepjes van vier.
Ze schuiven met de kaartjes dat het een lust is, maar geen enkel groepje vindt het tovervierkant. Dat komt, is de conclusie, omdat ze de kaartjes acht, zeven en zes niet kwijt kunnen. ‘Als je die wilt neerleggen, dan heb je direct te veel.’ Ook als je acht of zeven of zes in het midden plaatst lukt dat niet, zeggen onze geleerden tegen Koning Vierkant. De vinder is dus een bedrieger en ontvangt uiteraard de hoge beloning niet.
Dan klopt er een tweede vinder aan. ‘Er is maar één koning in dit land en dat bent u. U bent de nummer 1. Dus zet ik u in het midden en zo heb ik het gezochte tovervierkant gevonden. Als ik de beloning ontvang zal ik mijn tovervierkant onthullen.’ Koning Vierkant roept de hofgeleerden weer bijeen en vraagt of ze deze aanwijzing van één in het midden willen volgen. De kinderen gaan weer in hun groepen aan het werk. Ook nu lukt het niet om de oplossing te vinden. Maar in dit geval blijkt het moeilijker om onder woorden te brengen waarom het niet gaat. ‘Je komt hoge kaartjes van twaalf, elf en tien te kort’ komt er ten slotte uit de bus. En ook als twee, drie of vier in het midden staat zijn hoge kaarten nodig die niet beschikbaar zijn. Weer heeft Koning Vierkant met een bedrieger van doen …
Al met al is er nog maar één middenkaartje over waarmee het eventueel zal lukken om het gevraagde tovervierkant te maken, en dat is vijf. Nu gaan de hofgeleerden zelf aan de slag. Rondom vijf moeten getallenparen worden gezet die samen tien zijn. Aan het werk. Sommige groepen hebben de toveroplossing snel gevonden, andere hebben wat meer tijd nodig, maar alle groepen slagen erin om het magische rekenvierkant te vinden.

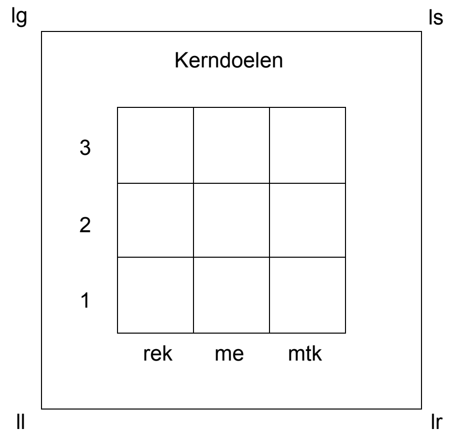
15			**15**
6	1	8	**15**
7	5	3	**15**
2	9	4	**15**
15	**15**	**15**	

figuur 6

De verschillende oplossingen worden verzameld en op het bord gezet. De vraag of hiermee alle mogelijkheden zijn gevonden (8) laten we echter rusten. Er moet voor volgend schooljaar ook nog iets overblijven.

4 Onderwijsvierkant

Eerst wordt het onderwijsvierkant afgebeeld en toegelicht (fig.7). Vervolgens gaan we na hoe het zojuist beschreven onderwijs met het magische rekenvierkant in dit algemene onderwijskader past.



figuur 7

In het binnenvierkant van drie bij drie staan op de horizontale as de leerstofdomeinen van het vak rekenen-wiskunde op de basisschool afgebeeld, namelijk die van rekenen, meten en meetkunde.
Op de verticale as staan de drie categorieën leerdoelen die binnen deze leerstofgebieden worden nagestreefd:
1 leerdoelen betreffende basale kennis, vaardigheden en begrippen;
2 leerdoelen omtrent inzicht in de toepasbaarheid van de genoemde basale leerdoelen;
3 leerdoelen die betrekking hebben op de inventiviteit van het probleemoplossen (en in indirecte zin op de attitude die daarbij past).
Het leerdoelenvierkant wordt omlijst door het algemene kader van de kerndoelen rekenen-wiskunde. Deze officieel geldende, algemene doelen luiden als volgt.

> Het onderwijs in rekenen-wiskunde is erop gericht dat de leerlingen:
> – verbindingen kunnen leggen tussen het onderwijs in rekenen-wiskunde en in hun dagelijkse leefwereld;
> – basisvaardigheden verwerven, eenvoudige wiskunde taal begrijpen en toepassen in praktische situaties;
> – reflecteren op eigen wiskundige activiteiten en resultaten daarvan op juistheid controleren;
> – eenvoudige verbanden, regels, patronen en structuren opsporen;
> – onderzoek en redeneerstrategieën beschrijven en gebruiken.

De rand van het onderwijskader wordt gevormd door de zogenoemde didactische vierhoek.
De hoekpunten daarvan zijn:
ll - de leerling:
lr - de leraar:
lg - de leergroep:
ls - de leerstof.
Deze didactische vierhoek is een uitbreiding van de aloude didactische driehoek leerling - leraar - leerstof. Naar de mening van vele wiskundedidactici dient de jaargroep van de medeleerlingen expliciet in het didactische kader te worden opgenomen: je leert niet alleen van de leraar maar ook van de leergroep. Anders gezegd: de onderwijssetting van het realistische reken-wiskundeonderwijs dient interactief, groepsgewijs georganiseerd te worden. Negatief gesteld komt dit neer op de stelling dat je met name de hogere doelstellingen van het reken-wiskundeonderwijs niet goed kunt realiseren in frontaal klassikaal onderwijs, ook niet in sterk individueel gericht onderwijs, en evenmin in klassen met meerdere vaste niveaugroepen.

De vraag is hoe en in hoeverre de beschreven lessen over het tovervierkant in het algemene onderwijsvierkant passen.
Allereerst valt de hechte verbinding met de algemene kerndoelen op, en wel speciaal met de kerndoelen drie, vier en vijf.
Bij het ontwerpen van de verschillende rekenvierkanten reflecteren de kinderen op de door hen gevolgde strategieën en op de juistheid van hun uitkomsten, ze sporen allerlei structuren in de betreffende vierkanten op, leveren verklaringen en bewijzen voor de ontwerpen die geen tovervierkant kunnen opleveren, en verwoorden de gevonden resultaten op hun eigen manier.
Een en ander vindt plaats in de eerdergenoemde interactieve, groepsgerichte onderwijssetting waarin de kinderen van elkaar kunnen leren onder leiding en begeleiding van de leraar. Niet iedere leerling kan bijvoorbeeld verklaren waarom de som van de getallentriples in de rijen en in de kolommen 45 moet zijn. Maar op het moment dat een medeleerling dit inzicht wel naar voren brengt, kunnen allen die oplossing begrijpen en de juistheid ervan controleren. Hetzelfde geldt voor het handige optellen van de getallen één tot negen, en voor de handige strategie om uitgaande van de rijen van vijftien ook kolommen van vijftien te maken. In het laatste geval vindt op een natuurlijke wijze differentiatie in opdrachten plaats: als je snel klaar bent mag je proberen om meerdere van zulke vierkanten te ontwerpen. Mogelijkheden voor differentiatie vinden we ook bij het maken van eigen tovervierkanten. In de nabespreking die in iedere les plaatsvindt, na de introductiefase en de fase van het onderzoek en de verwerking, kunnen de kinderen van elkaars vondsten leren en uiteraard ook van hetgeen de leraar nog inbrengt, samenvat en eventueel afsluitend uitlegt. Ten slotte werken de kinderen als hofgeleerden, ook in kleine groepen. Daarbij valt op dat relatief zwakke rekenaars soms tot de beste redeneerders behoren en bijvoorbeeld in het geval van negen in het midden al snel zien dat ze dan de acht niet kwijt kunnen als ze een tovervierkant willen maken. Omgekeerd blijken doorgaans goede rekenaars soms juist veel moeite te hebben om dergelijke logische verbanden op te sporen.
Nog wat specifieker naar de leerdoelen kijkend kan worden vastgesteld, gelet op wat we zojuist zeiden, dat die vooral de doelen van de derde categorie betreffen, de inventiviteit van het probleemoplossen. Maar bij het maken van elementaire berekeningen om met drie getallen 15 of 45 te maken, zijn uiteraard ook de leerdoelen van categorie één in het geding, elementaire basiskennis van rekenfeiten en basale vaardigheden van het optellen boven de tien.
Uit het bovenstaande kan men tevens afleiden (1) dat dit probleemgeoriënteerde onderwijsleerproces niet via zelfstandig werken en taakgericht onderwijs gerealiseerd kan worden; (2) wat men de kinderen onthoudt indien de nadruk uitsluitend op de lagere leerdoelen komt te liggen en de algemene kerndoelen uit het oog worden verloren.
De eenzijdige gerichtheid op lagere leerdoelgerichte toetsen, ontoereikende methoden en onvoldoende vakmanschap zijn de belangrijkste aanjagers van dergelijk verschraald reken-wiskundeonderwijs, naast het besproken didactische systeem van zelfstandig werken, waarover wij hier in het bijzonder spreken. Of positief geformuleerd: wij hebben het over het passende systeem van interactief, groepsgericht onderwijs, waarin het onderzoeksgerichte en probleemgeoriënteerde aspect van rekenen-wiskunde juist wel goed kan gedijen.

5 Over de grens

In Engeland komt men thans terug op vernieuwingen die samengevat kunnen worden als het accentueren van het zelfstandig werken als onderwijssysteem. Daar keert men nu terug naar flexibel, jaargroepsgericht onderwijs in een interactieve setting. Doorbreken van het leerstofjaarklassensysteem, uitstippelen van individuele leertrajecten, in vaste niveaus verdeelde klassen, dit alles wordt daar thans als achterhaald beschouwd (Van Die, 2001). Wat rekenen-wiskunde betreft wordt deze omslag mede veroorzaakt door de slechte resultaten van dit ‘zelfstandige onderwijs’, zoals bleek uit vergelijkend internationaal onderzoek (Van den Heuvel-Panhuizen & Knuver, 1997). Daarin eindigde Engeland medio jaren negentig namelijk met leerlingen van groep 6 in de achterhoede. Nederland daarentegen scoorde als beste van het westen, na Korea, Japan en de stadstaatjes Singapore en Hongkong.
Zal deze hoge positie in het nieuwe internationale vergelijkende onderzoek worden behouden nu de trend naar

andere didactische organisatiesystemen dan de flexibele interactieve jaargroepsgewijze instructie zich thans in versneld tempo doorzet? Is de leerstelling, dat zelfstandig werken tot zelfstandig denken en toenemende zelfstandigheid leidt, wel juist?

Retorische vragen, wat ons betreft, waarop de antwoorden in het voorgaande zijn gegeven. We sluiten ons graag aan bij de aanbeveling van de Engelse Chief Inspector die in een circulaire aan de scholen voorstelt om *whole class teaching* in meer dan de helft van de onderwijstijd te realiseren, en om de gemiddelde *numeracy lesson* als volgt in te delen (fig.8).

Deze aanbeveling komt overeen met de didactische drietraps-organisatiemodellen die de beste leraren meestal blijken te hanteren, zoals uit onderzoek van Gipps, McCallum en Hargreaves (2000) blijkt. De les start met een introductie van de leraar die afhankelijk van het onderwerp inhoudelijk kan variëren: het doel van de activiteiten kan verduidelijkt worden, suggesties en tips over de te volgen werkwijzen kunnen worden belicht, de wijze van (samen)werken toegelicht en zo meer. Daarna gaat de groep aan het werk, waarbij de leraar apart aandacht schenkt aan individuele leerlingen en/of groepen. De les wordt klassikaal besloten met een nabespreking waarin het betreffende lesonderwerp wordt besproken of samengevat. De tijd die aan ieder van de drie lesonderdelen - introductie, verwerking en nabespreking - wordt besteed kan sterk wisselen. Dit onderwijs naar-menselijke-maat staat in scherp contrast met de onderwijskundige gedachte om de kinderen ieder op hun niveau te onderwijzen en zo hun eigen onderwijsleertrajecten te volgen. Zelfstandig werken en leren staan daarbij hoog in het vaandel. Klassikaal onderwijs is uit den boze. Het leerstofjaarklassensysteem, waarin alle leerlingen dezelfde leerstof moeten doornemen, dient doorbroken te worden. En de leraar moet voornamelijk als begeleider dienst doen - allemaal didactische maatregelen die naar onze mening de kern van het reken-wiskundeonderwijs aantasten.

Welnu, de problemen die kinderen in een dergelijk didactisch systeem met rekenen-wiskunde kunnen krijgen, worden dan algauw aan hun eigen beperkingen toegeschreven en de door ons verwachte, geleidelijke terugloop van de prestaties aan de leraren. Terwijl de werkelijke oorzaak daarvan ligt in de nieuwe didactische organisatie met haar overmatige accentuering van het zelfstandige werken - althans voor het vak rekenen-wiskunde. Hoewel zeker ook de niet besproken factoren van opleiding, nascholing, methodenbestand en toetscultuur kritische componenten voor de kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs bevatten wegen die, gelet op de Engelse ervaringen, niet op tegen de zich thans in snel tempo voltrekkende verandering in de richting van het zelfstandige werken als het dominante didactische model.

5-10 minutes Clear start	Whole class	Oral work and mental calculation to rehearse, sharpen and develop skills
30-40 minutes Main reaching and pupil activities	Whole class or groups or pairs or as individuals	Main teaching input and pupil activities
10-15 minutes Plenary	Whole class	Plenary to round off lesson, sort out misconceptions, summarise key facts, link to other work

figuur 8: Gipps, McCallum en Hargreaves (2000)

Literatuur

Die, H.J. van (2001). *Rekenen-wiskunde in het primair onderwijs van Engeland en Nederland.* Utrecht: Inspectie van het Onderwijs.

Gipps, C., B. McCallum & E. Hargreaves (2000). *What Makes a Good Primary School Teacher? Expert Classroom Strategies.* London, New York: RoutledgeFalmer.

Goeij, E. de & A. Treffers (2004). Tovervierkanten. *Willem Bartjens, 23*(3)*,* 28-32.

Heuvel-Panhuizen, M. van den & A. Knuver (1997). Nederlands reken-wiskundeonderwijs scoort hoog. *Willem Bartjens, 17*(1), 12-17.

Menne, J.J.M. (2001). *Met sprongen vooruit. Een productief oefenprogramma voor zwakke rekenaars in het getallengebied tot 100 – een onderwijsexperiment*. Utrecht: CD-β-reeks (proefschrift).

Nelissen, J.M.C. (2002). Interactie: een vakpsychologische analyse. In: R. Keijzer & W. Uittenbogaard (red.). *Interactie in het reken-wiskundeonderwijs*. Utrecht: Panama/Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht, 11-40.

Themanummer Willem Bartjens (1997). Rekenonderwijs naar menselijke maat. *Willem Bartjens, 17*(1).