

1 Een vraag van een student

Voor het onlangs gepresenteerde rapport 'Een investering waard' van de MILE-responsgroep¹ zijn onder andere gesprekken gevoerd met studenten. Omdat in MILE het leren van studenten centraal staat, is het interessant te weten hoe zij over MILE denken en wat zij met behulp daarvan denken te leren. De studenten die wij spraken geven aan dat zij bij hun activiteiten in MILE dingen leren waarmee ze in de praktijk hun voordeel kunnen doen. Een van hen geeft als voorbeeld: 'Hoe krijg je dat nou voor elkaar - interactie? Hoe gaat dat nou in de praktijk?' In deze 'Parel in MILE' zoom ik op de vraag van deze student in, want uiteindelijk zijn het de studenten die bepalen of de MILE-parels - hoe mooi ook - worden gewaardeerd en als leerzaam worden ervaren.

Over interactie in het reken-wiskundeonderwijs is al veel geschreven. In 2001 stond zelfs de gehele Panama-conferentie in het teken van interactie bij rekenen-wiskunde (Keijzer & Uittenbogaard, 2002). Wat zien studenten in MILE aan interactie en hoe waarderen ze dat? In 'Het Fundament' (MILE-team, 2000)² lezen studenten:

Met interactie wordt het denken bij de leerlingen gelegd. De leerlingen worden uitgedaagd om over problemen na te denken en om hun oplossingen zo te verwoorden dat anderen dat gaan begrijpen.

Dit onderkennen vraagt nogal wat van studenten en ik ben dan ook geneigd dit als onderzoeksvraag te poneren: herkennen studenten deze kenmerken van interactie in MILE?

2 Interactie à la Minke

In de les 'Een huis' uit groep 4 van 'De Schakel' is te zien hoe juf Minke haar leerlingen getallen op de getallenlijn laat plaatsen (fig.1). De leerlingen werken voor het eerst met de bijna leeggemaakte (klassikale) getallenlijn: op de lijn hangen alleen nog de tientallen. Getallen als 94, 72,

en 25 worden gezamenlijk opgehangen. Verschillende leerlingen mogen daarbij naar voren komen om Minke en elkaar te helpen, waarbij zij steeds door middel van gerichte vragen ook de rest van de klas bij de wiskundige activiteit betreft.



figuur 1

De volgende fragmenten komen uit de situatie die dan ontstaat:

Juf Minke trekt de aandacht door met een doosje te rammen. In het doosje zitten krijtrondjes met getallen erop om aan de getallenlijn te hangen.

Een van de leerlingen, Suk Yee, mag met de aanwijsstok aangeven waar het getal 94 moet hangen.

Minke: 'Moet 'ie daar ergens hangen?' Ze wijst naar de rechterkant van de getallenlijn. 'Waarom niet daar?' En ze wijst hierbij naar de linkerkant van de getallenlijn. 'Ja, ik vraag het maar. Ben jij het er ook mee eens, Senwing? Hebben we het goed gedaan? Ja Selena?'

Senwing, Vincent en juf Minke hangen samen 72 op. Volgens Senwing moet 72 tussen 70 en 80 hangen. Nadat Minke doorvraagt: 'Wat vind je, Vincent? Zullen we 'm daar ophangen? Wat vind je, Werner?', geeft Vincent aan dat 72 dichterbij 70 moet dan bij 80. Een leerling uit de klas (ik kan niet horen wie) reageert hierop: 'Bij 75.' Minke vraagt vervolgens: '72, zit dat dichterbij 70 of dichterbij 75?'

Als Werner 25 op de getallenlijn wil plaatsen roepen verschillende kinderen: 'In het midden, midden!' Ze bedoelen midden tussen 20 en 30. Minke vraagt vervolgens: 'Ik hoor sommige kinderen roepen; midden. Waarom moet 'ie in het

midden?' Een van de leerlingen antwoordt: 'Vijf is de helft van tien.'

Als Marella voor het getal 53 de plek van 35 aanwijst, sissen verschillende kinderen: 'Fout, fout!' Minke reageert als volgt: 'Wat is er? Marella twijfelt. 'Is 't niet goed?' Marella schudt nee. Minke: 'Senwing, vertel jij eens aan Marella wat jij vindt hoe het anders moet?'

Senwing: 'Daar in het midden moet het niet zijn.'

Minke: 'Dus hij moet niet in het midden. Waar moet hij dan? Marella?' Marella: 'Hij moet een beetje naar links.' Minke: 'Wat zegt ze dat netjes he? Is het zo goed Marella?'

Deze lesfragmenten vind ik mooi vanwege de interactie die optreedt. Deze kan op haar waarde worden geschat aan de hand van de volgende vragen uit 'Het Fundament' over interactie:

- wie brengt ideeën in: de leerkracht of de leerlingen?
- wie zegt dat het goed is: de leerkracht of de leerlingen?
- wie bepaalt hoe verder wordt gegaan: de leerkracht of de leerlingen?

Het antwoord op alle drie de vragen bij deze fragmenten is steeds: de leerlingen! Dat maakt het mijns inziens tot zo'n mooi fragment. Minke geeft niet zelf aan of iets goed of fout is, maar laat dat door de kinderen bepalen. 'Hebben we het goed gedaan?' Ze kauwt niets voor, maar betreft leerlingen bij de activiteiten die op de klassikale getallenlijn plaatsvinden en buit reacties uit, waarbij ze bovendien nog de waarom-vraag stelt: 'Waarom moet 'ie in het midden, dan?' Daardoor moeten de leerlingen hun gedachtegang onder woorden brengen.

Zeker ook het laatste hierboven opgenomen fragment vind ik in dit kader voor studenten de moeite waard: Minke gaat serieus in op Senwings opmerking, maar tegelijkertijd krijgt Marella de gelegenheid zelf haar antwoord te verbeteren en te beoordelen of het goed is. Ze krijgt er zelfs een complimentje voor. Vanuit een pedagogische optiek zouden we kunnen zeggen dat Minke zorgt voor een veilige situatie. Of door een meer vakdidactische bril beschouwd: Minke zorgt ervoor dat het niet zozeer gaat over het *handelen van Marella*, maar over de *wiskundige gebeurtenis*, namelijk het positioneren van 53 waaraan door iedereen kan worden meegedaan en meegedacht.

Het eerst globaal en daarna preciezer positioneren van getallen, komt in deze fragmenten goed uit de verf. Allerlei getalrelaties komen als vanzelf aan de orde, zoals '72 dichtbij 70' en '25 midden tussen 20 en 30'. Alleen gaat dit niet vanzelf. Het komt door de manier waarop Minke vragen stelt en doorspeelt naar de klas! Nelissen (2002) onderscheidt onder meer verticale en horizontale interactie. Verticale interactie is de interactie tussen leerkracht en leerlingen. Het gaat hierbij niet om elke willekeurige vorm van communicatie, maar om samenspraak tussen leraar en leerlingen. Deze fragmenten van Minke en haar leerlingen uit groep 4 vormen hier een prachtig voorbeeld van. Minke laat haar leerlingen niet alleen rea-

geren op elkaar, maar meer nog op hetgeen er in de les gebeurt. Daardoor krijgt ze het voor elkaar dat kinderen hun eigen 'fouten' verbeteren en zodoende creëert zij een veilige situatie voor alle leerlingen. Niet het handelen van een leerling is onderwerp van gesprek, maar hetgeen er gebeurt op de getallenlijn. Nelissen schrijft ook over horizontale interactie. Hij omschrijft dit als de interactie tussen leerlingen onderling. Op voorbeelden die daarvan in MILE zijn te vinden kom ik later terug.

3 ... voor eerstejaarsstudenten

Mijn eerstejaarsstudenten hebben aangegeven wat zij van belang vinden in de hierboven opgenomen fragmenten. Wat zien zij er nu in? Ik heb ze gevraagd op te schrijven wat zij van belang vonden te onthouden, zowel vanuit een (meer) vakdidactische als een (meer) pedagogische invalshoek. Dit levert uiteenlopende notities op. Sommige studenten schrijven over de getallenlijn zelf, variërend van het feit dat je getallen weg kunt laten tot het eerst globaal en pas dan preciezer positioneren. Maar de meeste studenten schrijven over het leerkrachtgedrag, waarbij bijvoorbeeld het gegeven dat Minke een getal (42) in eerste instantie verkeerd ophangt indruk maakt:

De leerkracht hangt een getal op een verkeerde plek aan de getallenlijn. Valt het de klas op? Waarom is het verkeerd? Hiermee kun je het inzicht van de leerlingen in de getallenlijn controleren.

Sommigen laten zich door dit gedrag inspireren:

Als ik zelf een foutje maak, kunnen de leerlingen me verbeteren. Zo blijven ze erbij en hebben ze een succeservaring. Uiteraard moet ik dat niet te vaak doen, anders gaan ze denken dat de juf dom is!

Ook de manier waarop Minke omgaat met fouten van de leerlingen valt studenten op, zoals in het fragment waarin Minke zegt dat Marella zelf al weet dat het niet klopt. Soms lijken notities aan te sluiten op eigen meningen en misschien op ervaringen in de klas, zoals bij de volgende student.

Juf Minke legde er absoluut geen nadruk op dat Marella een fout antwoord gaf. Dit vind ik erg belangrijk. Als je als kind wordt gezegd dat je telkens iets fout doet, word je belemmerd in je antwoorden. Je bent bang dat je alles fout doet, en durft dan niets meer te zeggen, enzovoort.

Sommige studenten verwoordden heel concreet wat zij de moeite waard vinden:

Het doorvragen bijvoorbeeld bij Werner. Hij moet 25 ophangen. Die moet 'in het midden'. Minke had kunnen zeggen: 'Goed zo, Werner, ga maar zitten', maar Minke vraagt door: 'Waarom moet die in het midden?' Werner: 'Vijf is de helft van tien.' Minke: 'Ja, dus die moet op het

midden, de helft.' Werner geeft het antwoord en Minke vat de hele uitleg nog eens samen door aan te geven dat het antwoord 'in het midden' de conclusie is van 'vijf is de helft van tien'.

Andere zaken die studenten noemen zijn het vragen naar redeneringen van leerlingen, en het aan de klas vragen of een getal zo goed hangt (in plaats van het als juf zelf aan te geven), de hele klas beslist als het ware mee waar een getal moet hangen. Mijn eerstejaarsstudenten zien dus inderdaad kenmerken van interactie terug in deze fragmenten van MILE: het denken ligt bij de leerlingen, leerlingen verwoorden hun oplossingen, leerlingen bepalen of het goed is. Het mooie vind ik dat de studenten erdoor te kijken naar MILE - zelf op komen en het zelf verwoorden. Dat heeft meer impact dan wanneer ik het als docent aangeef. Dit is immers ook interactie, maar dan op opleidingsniveau.

4 Interactie 'à la Paul'

In groep 7 en 8 zien we in MILE de leerlingen van meester Paul veel in groepjes samenwerken aan betekenisvolle problemen bij procenten (fig.2)



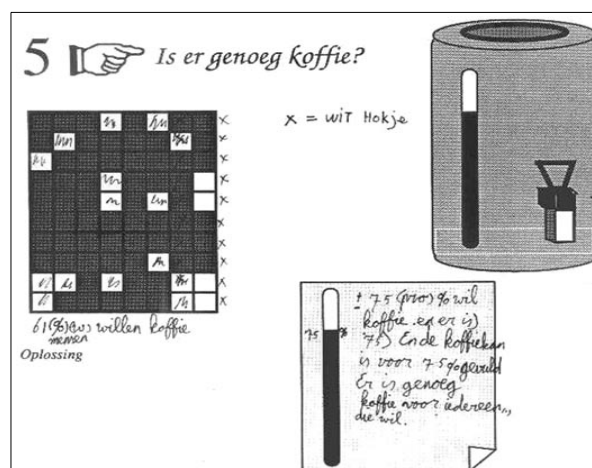
In die groepjes zijn mooie voorbeelden van horizontale interactie waar te nemen. Een illustratieve dialoog is albeschreven door S.A. Lit (2003) in de eerste aflevering van 'Parel in MILE' over groepswork in de bovenbouw. We zien leerlingen overleggen en ideeën uitwisselen. Dit komt in de lessen rondom procenten in groep 7 en 8 steeds terug. In de lessen van Paul vind ik het ook mooi om te zien - naast de horizontale interactie die optreedt tijdens het groepswork - hoe hij dit met de leerlingen voorbereidt. Dit groepswork ontstaat namelijk niet vanzelf. Voordat groepjes aan de slag gaan met een opgave bespreekt Paul dit met de klas voor. Hij stelt vragen als: 'Wat zou dat betekenen?', 'Heb je voldoende gegevens?', 'Kun je hiermee in je groepje aan de slag?' Paul verklapt niets over enigerlei aanpak, maar legt het pro-

bleem helemaal bij de leerlingen.

Met andere woorden: ook hij nodigt de leerlingen, evenals juf Minke, uit tot nadenken. Ook de manier waarop Paul oplossingsstrategieën met de leerlingen uitwisselt, zoals te zien in de hierna door studenten gekozen fragmenten, vind ik zeer de moeite waard.

5 ...voor derdejaarsstudenten

Ik heb derdejaarsstudenten gevraagd om leerkrachtgedrag van Paul zo concreet mogelijk te omschrijven met de - naar hun inzicht - opbrengsten daarvan, bijvoorbeeld in termen van mogelijke positieve effecten op leerlingen. Ik kies enkele voorbeelden met de vraag die aan het begin van dit artikel aan studenten is gesteld, namelijk: Hoe gaat interactie in de praktijk? Het eerste voorbeeld hoort bij: 'Het probleem van de koffiekant' (fig.3), waarbij leerlingen de hoeveelheid koffie in een koffiekant verhoudingsgewijs moeten vergelijken met het aantal koffiedrinkers in een bioscoopzaal. Studenten observeren welke oplossingsstrategieën de leerlingen hanteren en hoe Paul tijdens de klassikale uitwisseling omgaat met de verschillen in aanpakken.



figuur 2: het probleem van de koffiekant

Joey rekt met aantallen in plaats van met breuken ($20 + 20 + 20 = 80$). Jasper zegt dat drievierde deel 60 is en werkt dus direct met een breuk. Dennis heeft alle witte blokjes - plaatsen van mensen die geen koffie drinken - bij elkaar genomen en heeft gezien dat dat ongeveer éénvierde deel was (hij heeft het voor zichzelf visueel gemaakt). Al deze kinderen vinden dat er nu voor iedereen die koffie wilde genoeg koffie is.

Vincent is het daar echter niet mee eens. Hij zegt dat één iemand nu geen koffie heeft, want het gaat om 61 mensen en niet om 60 mensen. Joey, Jasper en Dennis hebben het ongeveer uitgerekend. Vincent daarentegen vindt dat je het precies moet uitrekenen.

De leraar laat een kind een oplossingsstrategie vertellen en laat deze vervolgens weer navertellen door een ander kind

om te kijken of het is begrepen. Hij gaat na wie de uitleg van het kind heeft gesnapt. Het kind dat navertelt maakt de oplossingsstrategie weer voor de andere kinderen duidelijk, omdat diegene het net weer iets anders (begrijpelijker) uitlegt. Het positieve effect hiervan is dus dat er meer begrip ontstaat.

Het uitwisselen van oplossingsstrategieën vormt voor veel van mijn studenten een spanningsveld. Allerlei overwegingen spelen een rol, zoals: hoe lang moet je daarmee doorgaan, hoeveel leerlingen laat je een oplossing vertellen en hoe bepaal je de volgorde, hoe ga je om met foute oplossingen en met zwakkere rekenaars? Over met name dat laatste aspect zien studenten wel iets in het volgende fragment, afkomstig uit de les 'De schuifstrook'.

Op het bord staat een strook zonder getallen die verdeeld is in tien stukken (stukken van 10 procent). In het voorgesprek laat de leerkracht weten dat hij er voor de zwakke kinderen getallen bij wilde zetten, maar dat heeft hij uiteindelijk niet gedaan. Hij wilde de kinderen de ruimte laten om de sommen met een deling op te lossen en niet te veel sturen in de richting van een vaste procedure.

Bij de opgave: '10% van 800' antwoordt Joey correct, maar redeneert omgekeerd: 'Tien keer 80 is achthonderd.

Nicole vertelt vervolgens dat ze de komma heeft verschoven, zodat het antwoord 80 wordt. De leerkracht vindt dit oké. Er wordt niet duidelijk gemaakt welke kant de komma opschuift en waarom dit gebeurt.

Paul vraagt vervolgens hoeveel 20 procent is, meer of minder geld? Tessa kan hierop inhaken, want 80 is 10 procent, dus 20 procent moet meer zijn. Even weet ze het niet meer en Tom neemt het over: '80 en 80 is 20 procent en dat is 160.' Daardoor weet Tom de volgende ook: '30 procent is 240, weer 80 erbij.' Hij gaat dus telkens uit van 10 procent erbij. Andere kinderen hebben dit blijkbaar door, want als Paul vraagt naar 60 procent weten meer kinderen het antwoord; zij lijken dus Toms manier te snappen en toe te passen. Dennis komt dan met een ander maniertje: nu gaat hij uit van die 30 procent en verdubbelt dat 'dus 240 en 240 is 480, dat is 60 procent.' Jessica heeft weer wat anders 'zes keer acht en dan moet er nog een nul bij.'

De volgende som waar Paul mee komt is '25 procent van 800.' Hij geeft Ruben de beurt zonder dat deze de vinger heeft opgestoken. Ruben weet het niet. Tanja komt dan met een oplossing hiervoor: 20 procent was 160 (zij grijpt dus terug naar een eerdere som) en de helft van 10 procent is 5 procent dat is 40 en dat telt ze bij elkaar op: 200.

Benjamin heeft hiervoor een andere oplossing: de helft van 800 en daar weer de helft van, dus eerst 400 is 50 procent en dan 200 is 25 procent. Anthony sluit zich hierbij aan.

Vervolgens gaan de kinderen in groepjes aan het werk.

Doordat het klassikaal wordt besproken zijn er verschillende manieren aan de orde geweest. Wij denken ook wel dat dit zin heeft gehad en dat er een heleboel kinderen iets aan gehad hebben, zoals dat ook beschreven staat in het artikel 'Realistische instructie' van Buys (1999)³, maar toch was het niet voor iedereen zinvol want het groepje van Jasper T. kwam er zo toch niet uit.

We hebben wel in de stage gezien dat onze mentoren het ook

zo doen en dat er dan toch kinderen zijn die het nog niet helemaal begrepen hebben. Misschien had Paul de kinderen eerst zelf kunnen laten beginnen en de oplossingen dan achteraf kunnen bespreken. Want uiteindelijk zijn wij samen wel tot de conclusie gekomen dat niet alle kinderen er baat bij hadden. We vonden het wel positief dat ze in groepjes aan de slag konden, want we verwachtten dat er dan van alles werd geprobeerd. Maar als Paul alle oplossingen op het bord had opgeschreven, hadden kinderen die het nog niet helemaal begrepen, nog terug kunnen kijken naar de oplossingen, zodat ze die in het groepje weer konden gebruiken.

Een ander groepje studenten schrijft naar aanleiding van hetzelfde fragment over hoe verschillende leerlingen kunnen omgaan met zo'n diversiteit aan oplossingen:

Klassikaal bespreken is een centraal moment in de les, wat van belang is voor de verschillen van kinderen voor het oplossen van een som. Hierdoor komen er verschillende oplossingsstrategieën aan bod, waardoor er meer inzicht en begrip ontstaat. Iedereen kan zijn of haar eigen oplossingsstrategie uiten. De een zal een strategie van een medeleerling eerder overnemen dan de ander. Sommigen zullen aan hun eigen strategie genoeg hebben en daarbij blijven. Zij zullen niet overstappen op de oplossingsstrategie van een ander.

Aandachtspunten zijn volgens ons: de leerkracht moet voldoende oplossingsstrategieën aanbieden en genoeg modellen hanteren om het voor de kinderen zo duidelijk mogelijk te maken en de kinderen laten kiezen welke oplossingsstrategie zijzelf het liefst hanteren. De leerkracht moet ervoor waken dat trucjes worden aangeleerd. De essentie van een probleem moet begrepen worden en daarom in verschillende contexten worden geplaatst.

Studenten schrijven bij het MILE-voorbeeld van Paul veel over het samenwerken in groepjes en het uitwisselen van oplossingsstrategieën. Het voorbereiden van het samenwerken in groepjes ('Kun je hiermee aan de slag in je groepje?'), wordt vaak positief gewaardeerd. Dit lijkt voor studenten vaak een *eye-opener* te zijn. Domeinspecifieke zaken als het gebruik van de schuifstroken en sommige contextopgaven worden overigens ook regelmatig genoemd.

6 Slot

Naar aanleiding van de lessen van Minke en Paul brengen mijn studenten allerlei zaken die met interactie te maken hebben onder woorden: het denken bij de leerlingen leggen, leerlingen verwoorden hun oplossingen en wisselen die uit, doorvragen, omgaan met foute antwoorden, leerlingen bepalen samen of een antwoord goed is ... Studenten leggen de relatie met hun stagepraktijk of eigen ervaringen. Als er expliciet naar wordt gevraagd leggen studenten ook een relatie met de gelezen theorie.

Ik zoomde in op de vraag: 'Hoe krijg je dat nou voor elkaar - interactie? Hoe gaat dat nou in de praktijk?' Ik

vroeg mij daarbij af of studenten de kenmerken van interactie, zoals genoemd in 'Het Fundament', herkennen in MILE. Al met al lijkt het erop dat studenten inderdaad mede dankzij MILE, eigen antwoorden op deze vraag kunnen formuleren, waarin onder andere de in 'Het Fundament' onderscheiden kenmerken van interactie worden geproduceerd.⁴ Als dat geen parel is!

Noten

- 1 De MILE-responsgroep wordt gevormd door M. van Zanten, F. Barth, P. van den Brom-Snijders, G. Gelderblom en R. Keijzer. Exemplaren van het rapport 'Een investering waard' zijn op te vragen via: zanten@edith.nl
- 2 'Het Fundament' is ontwikkeld door het MILE-team in samenspraak met Pabo-opleiders. Blok 4 gaat over interactie.
- 3 Dit artikel is opgenomen in de reader rekenen-wiskunde waar deze studenten op dit moment uit werken. De student verwijst op andere wijze naar dit artikel dan hier is gedaan.

- 4 Met dank aan alle input van mijn eerste- en derdejaarsstudenten.

Literatuur

- Buys, K. (1999). Realistische instructie. Anders en toch hetzelfde. *Willem Bartjens*, 18(5), 13-20.
- Keijzer, R. & W. Uittenbogaard (2000) (red.). *Interactie in het reken-wiskundeonderwijs*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Lit, S.A. (2003). Parel in MILE. Groepswerk in de bovenbouw. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 22(1), 37-39.
- MILE-responsgroep (2005). *Een investering waard*. (Interne publicatie).
- MILE-team (2000). 'Het Fundament' (interne publicatie).
- Nelissen, J.M.C. (2002). Interactie: een vakpsychologische analyse. In: R. Keijzer & W. Uittenbogaard (red.) *Interactie in het reken-wiskundeonderwijs*. Utrecht: Freudenthal Instituut.

This article reflects on the question whether student teachers are able to recognise characteristics of interaction while studying MILE; the Dutch Multimedia Interactive Learning Environment in arithmetic/ mathematics for student teachers. The focus is on the following characteristics: encouraging primary school pupils to use their own mathematical thinking processes while dealing with mathematical problems and letting pupils put their own solutions into words which fellow pupils can understand.

This research shows that first- and third-year student teachers do indeed recognise the mentioned characteristics. Furthermore, the students make the connection between MILE and their teaching practice and - when asked - between MILE and specific theory.