PANAMA-POST

# Breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen in discussie

*R. Keijzer & K.P.E. Gravemeijer*
*Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht*

*Onlangs verscheen een discussiestuk van het Tal-bovenbouwteam. In dit discussiestuk zijn verschillende standpunten verwoord over de inrichting van het onderwijs in breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen. Er wordt gepleit voor een verschuiving van 'kunnen' uitvoeren van procedures naar 'begrijpen' van breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen.*
*In dit artikel wordt verslag gedaan van de uitkomsten van een peiling over deze standpunten. We doen verder verslag van een discussiebijeenkomst over de ideeën van het Tal-bovenbouwteam. Veel respondenten en deelnemers aan de discussie steunen de omslag van 'kunnen' naar 'begrijpen'.*

## 1 Inleiding

De bovenbouwonderwerpen breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen worden in het algemeen gerekend tot de moeilijkste van de basisschool. Leraren die lesgeven in groep 6, 7 of 8 investeren hier dan ook veel tijd in. Dit leidt echter niet tot de gewenste opbrengst van het onderwijs (Janssen, Van der Schoot, Hemker & Verhelst, 1999). Regelmatig wordt daarom bepleit met name het programma voor de breuken drastisch in te perken of geheel uit het programma van de basisschool te halen (zie bijvoorbeeld Goddijn, 1992).
In deze context kozen wij er als Tal-bovenbouwteam van het Freudenthal Instituut[1] voor eerst een discussie op te starten alvorens uitgewerkte leerlijnen te presenteren. Ook wij zijn van mening dat er op dit moment in de basisschool sprake is van een overladen programma dat in korte tijd moet worden afgehandeld. Een dergelijk overladen programma vraagt om gerichte keuzen. Over de didactische keuzen die hiermee samenhangen willen we graag een discussie met degenen die direct of indirect bij het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool zijn betrokken.
Hoofdlijn van ons voorstel is een keuze voor kwaliteit boven kwantiteit. Daarbij gaat het om de kwaliteit van het inzicht tegenover de kwantiteit van de foutloos te maken somtypen, met andere woorden, een verschuiving van 'kunnen' naar 'begrijpen'. Zo zoeken we naar een manier om het onderwijs in breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen enerzijds minder tot last te laten zijn voor onderwijsgevenden en leerlingen en anderzijds om het onderwijs effectiever te maken. Een eerste verkenning, die mede op basis van gesprekken met leerkrachten en ervaringen in de klas tot stand is gekomen, is neergelegd in 'De kern van breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen. Een discussiestuk' (Keijzer e.a., 2005). In dit discussiestuk zijn ideeën vastgelegd over de samenhang tussen de leerstofonderdelen en over differentiatie. Daarnaast is een beperkt aantal kerninzichten geformuleerd; inzichten waarop het onderwijs zich zou moeten richten. We kozen voor deze inrichting van het discussiestuk, omdat deze vormgeving naar ons idee het beste past bij het doel, namelijk het op gang brengen van een discussie.

## 2 Voorbeeld van een uitwerking

Binnen een dergelijke discussiefase past ook het tegenover elkaar zetten van verschillende uitwerkingen van didactische leerlijnen. We gebruiken hier het leerstofonderdeel 'kommagetallen' als voorbeeld. Vergelijkbare voorbeelden zijn te geven voor de andere leerstofonderdelen die in het discussiestuk zijn uitgewerkt. In onze ogen maakt echter een beschouwing over kommagetallen het meest helder wat wij bedoelen met 'verschillende uitwerkingen van didactische leerlijnen'.
Bij kommagetallen kunnen we er voor kiezen om aan te sluiten bij de informele kennis van de leerlingen rond meten en geldrekenen (zie bijvoorbeeld Treffers, Streefland & De Moor, 1996). Maar je kunt ook kiezen voor een nieuwe start in een daartoe ontworpen context. Kinderen maken vaak al heel jong kennis met kommagetallen door middel van het omgaan met geld en lengtematen. De betekenis van het geld maakt verder al snel helder hoe er gerekend moet worden; kinderen kunnen met kommagetallen min of meer rekenen als met gehele getallen, als maar in gedachten wordt gehouden dat honderd centen een hele euro maken. Kinderen rekenen dan

vooral met 'combinatiegetallen', die bestaan uit een deel voor en een deel na de komma. Dit rekenen heeft echter weinig te maken met inzicht in wat kommagetallen zijn. Het meten met meters en centimeters biedt vergelijkbare mogelijkheden. De leerlingen zijn, zou je kunnen zeggen, al een eind op weg, maar ze realiseren zich ook hierbij nog onvoldoende wat de structuur van kommagetallen is.
Dit kan duidelijk worden gemaakt door de discussie te richten op een uitbreiding van het aantal cijfers achter de komma in de context van het meten. Deze aanpak is binnen het SLO-team door K. Buijs uitgewerkt, waarbij in de uitlijning onder meer een klikwiel wordt ingezet, om de maatwisseling door leerlingen te laten onderzoeken en expliciteren (Buijs, 2005).
Binnen het FI-team is een andere invalshoek uitgewerkt. Hier werd gekozen voor een historische context. F. van Galen ontwikkelde hiertoe een serie experimentele lessen waarin wordt teruggegrepen op de uitvinding van Simon Stevin (Van Galen, 2004). Stevin bedacht enkele eeuwen geleden dat het rekenen met breuken makkelijk wordt als we ons beperken tot de breuken met een tienmacht als noemer (10, 100, 1000, enzovoort). Hij liet zien dat alle getallen makkelijk in deze nieuwe schrijfwijze te noteren waren en dat het vergelijken en rekenen met getallen daarmee gelijk een stuk makkelijker werd (Stevin, 1585; vergelijk Beckers & Kool, 2004). We kozen de noties van Stevin om leerlingen uit groep 7 zelf de kommagetallen te laten heruitvinden. De leerlingen werden in een context geplaatst waarin een touw van een bepaalde lengte (i.c. één meter) als meetinstrument moest worden gebruikt. Deze situatie maakte het ontwikkelen van een fijnere maat noodzakelijk. Na een discussie over allerlei alternatieve indelingen die de leerlingen naar voren brengen, wordt door de leerkracht voorgesteld de touwlengte in tienen te delen. Hetzelfde proces werd nog eens herhaald voor een volgende maatverfijning. In deze context wordt van de leerlingen vervolgens gevraagd meetresultaten te beschrijven in termen van breuken, waarmee een basis werd gelegd voor kommagetalnotatie.
Tijdens de afgelopen Panama-conferentie in januari 2005 hebben Buijs en Van Galen een parallellezing verzorgd waarin ze de twee genoemde benaderingen en de argumenten voor elk ervan uiteen hebben gezet. Doel van deze uiteenzettingen was de deelnemers op te roepen om zelf ook over deze twee alternatieven na te denken. Natuurlijk zijn wij van mening dat we goede en goed gefundeerde ideeën hebben, maar we willen wel graag dat als deze ideeën worden overgenomen, dit gebeurt op basis van een eigen doordenking.

## 3 Standpunten ter discussie

De onderwijsdoelen zijn in het discussiestuk met opzet geformuleerd als inzichten die we voor de leerlingen van belang achten en niet in termen van vaardigheidsdoelen of te verwerven procedures. Deze keuze is typerend voor het discussiestuk, waarin nadrukkelijk gepleit wordt voor een omslag van 'kunnen' (uitvoeren van procedures) naar 'begrijpen' (wat breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen zijn).
Het document dat daarmee ter tafel ligt wordt niet voor niets aangeduid als discussiestuk. We willen hiermee de discussie over de voorgestelde keuzen aanjagen. Daarom legden we de deelnemers aan de 23ste Panama-conferentie en bezoekers van de Tal-bovenbouwsite een vragenlijst voor.[2] Ruim twintig opleiders, vijftien begeleiders, eenzelfde aantal leraren basisonderwijs en enkele onderzoekers/ontwikkelaars vulden deze in. We kregen daarmee respons van enkele actieve opleiders en begeleiders en van leraren basisonderwijs met hart voor het rekenen. We stelden vast dat de respondenten wellicht representatief waren voor ideeën die leven bij opleiders en begeleiders, maar dat die niet noodzakelijkerwijs typisch zijn voor het basisonderwijs. We kozen daarom voor een tweede slag. De antwoorden en reacties waren gespreksonderwerp tijdens een daartoe specifiek georganiseerde discussiebijeenkomst. De uitkomsten van deze discussiebijeenkomst vormt de basis voor dit artikel, waarin we nagaan in hoeverre onze ideeën gedragen worden en op welke wijze wij verder kunnen bijdragen aan het verbeteren van het onderwijs in breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen.

Zoals aangegeven kan het standpunt, dat in de discussienota (Keijzer e.a., 2005) is vastgelegd, kortweg worden getypeerd als het bepleiten van een verschuiving van 'kunnen' naar 'begrijpen'. Daarbinnen passen ook de ideeën die naar voren worden gebracht voor het omgaan met verschillen tussen leerlingen. Zo stellen wij bijvoorbeeld dat niet van alle leerlingen precieze antwoorden moeten worden gevraagd. We betogen dat schattende of globale oplossingen ook volwaardig zijn en in veel alledaagse situaties zelfs te verkiezen zijn boven precieze antwoorden. Zo zou, wanneer we de opgaven hier zorgvuldig op inrichten, er bij het oplossen van eenzelfde opgave door alle leerlingen sprake kunnen zijn van 'differentiatie naar nauwkeurigheid'. De meer of minder precieze antwoorden zouden echter wel gebaseerd moeten zijn op inzicht. Vaak zal het daarbij gaan om inzicht in samenhang tussen breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen, een uitgangspunt dat we in de nota verder hebben uitgewerkt. Daarnaast formuleerden we kernen die we voor leerlingen nadrukkelijk van belang vonden.
In de vragenlijst verwoordden we dit laatste in enkele stellingen, waarop gereageerd kon worden:

- een minder omvattend programma zou gericht moeten zijn op begrip en betekenis;
- het leren van procedures is vooral het uitbreiden van een relatienet van betekenissen van breuken en (gege-

neraliseerde) getallenfeitjes;

- klassengesprekken vormen de kern van het reken-wiskundeonderwijs. Hier vindt het leren plaats door over specifieke problemen te discussiëren;
- als we leerlingen inzicht bij willen brengen mogen we ook fundamentele vragen over de functie van breuken, verhoudingen, kommagetallen en procenten niet uit de weg gaan;
- leerlingen moeten de gelijkwaardigheid van breuken kunnen beredeneren;
- procenten zijn gestandaardiseerde breuken of verhoudingen. Ze bieden een vaste schaal - van 0 tot 100 - voor het maken van vergelijkingen;
- het is van belang dat leerlingen de structuur van kommagetallen doorzien. Ze moeten met name begrijpen dat kommagetallen gebaseerd zijn op het idee van systematische verfijning.

We werkten deze stellingen in de enquête bij ieder onderwerp verder uit. Zo stelden we bij de genoemde klassengesprekken voor om alle leerlingen mee te laten doen aan de gesprekken en daarom niet te kiezen voor instructie in niveaugroepen. We wezen op de rol van de leerkracht, die in onze ogen de tijd moet nemen om in de gesprekken diep genoeg op onderwerpen in te gaan. Het gaat daar, zo lichtten we toe, om werkelijke discussie met veel inbreng van de leerlingen. De leerkracht geeft leerlingen eerst de tijd om - bij voorkeur in een groepje - een oplossing te zoeken voor het probleem. Het rekenprobleem dient daarbij als aanleiding om kinderen hun inzichten onder woorden te laten brengen en de discussie die de opgave oproept, zorgt ervoor dat kinderen hun inzichten aanscherpen of nieuwe ideeën ontwikkelen.

Uit de reacties op de enquêtevragen bleek grote instemming met de geponeerde stellingen en we zagen dat deze instemming bijvoorbeeld niet afhing van de beroepsgroep en het aantal dienstjaren van de respondenten. Vanwege het kleine aantal respondenten kiezen we er hier niet voor een uitgebreide kwantitatieve analyse, maar beschouwen de reacties vooral op hun kwaliteit.
Ongeveer driekwart van de respondenten kon zich goed vinden in ons pleidooi om te kiezen voor begrip boven procedures. Enkele respondenten geven aan dit te beschouwen als een gewenste beperking van het programma; een die de zwakste rekenaars ten goede zal komen. Wel wordt aangegeven dat dit in veel gevallen een andere manier van werken met de reken-wiskundemethode veronderstelt. Ook vond ons standpunt rond het inzetten op het ontwikkelen van een relatienet grote instemming, al laten enkele respondenten doorschemeren dat dit niet zou moeten leiden tot een ‘minimum-netwerk’, wat vervolgens weer onderwerp van veel betekenisloos oefenen zou kunnen worden.
Een ruime meerderheid stemt verder in met de keuze voor klassengesprekken met de hele groep, gericht op het ontwikkelen van inzicht. Bij klassengesprekken gaat het om echte discussie, met veel inbreng van de leerlingen, waarbij vaak een wat lastiger rekenprobleem het startpunt is en de aanpak nog niet op voorhand vastligt. In hun reactie nemen enkele respondenten stelling tegen de tendens om in de bovenbouw te werken in niveaugroepen.
Het beschouwen van procenten als gestandaardiseerde breuken mocht rekenen op instemming van de respondenten, al proefden we uit één reactie dat we wel erg gemakkelijk omsprongen met de betekenis van het woord ‘breuk’. Meer algemeen stemde men in met de nadruk die in de discussienota gelegd werd op de samenhang tussen de leerstofonderdelen breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen.

Overigens wil de hierboven genoemde instemming niet zeggen dat er geen kanttekeningen werden geplaatst. We kregen de indruk dat vooral opleiders en begeleiders, die voorstander zijn van een sterke inperking van het gebied breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen reageerden. Ook anderen die al langer ontevreden zijn over het huidige programma of over de manier waarop dit in de basisschool wordt uitgevoerd, reageerden. We waren gelukkig met al deze reacties, omdat wij door deze constructieve bijdragen heldere suggesties verkregen om het document op enkele punten nadrukkelijk te herzien of aan te scherpen. Zo noteerde een van de lezers in een reactie op het idee dat het programma minder omvattend zou moeten zijn:

> Ik vind ‘kunnen’ toch wel nastrevenswaardig als het gaat om de breuk als operator, gelijkwaardigheid van breuken en het vergelijken van breuken. Ik zou de ‘kern’ ook laten bepalen door de frequentie waarmee bepaalde berekeningen in vervolgopleidingen en in het dagelijks leven zich aandienen.

Over het ontwikkelen van een relatienet noteerde een ander:

> Mooi streven. Wil je bereiken dat leerkrachten dit echt handen en voeten kunnen geven dan zal er veel aandacht moeten zijn voor het verspreiden van bijvoorbeeld *good practices*. Anders wordt er teruggegrepen op ‘het vertrouwde aanleren van procedures’.

Verschillende reacties toonden de zorg over de leerkracht, die dit allemaal moet vormgeven, met name waar het gaat om het houden van klassengesprekken, die het karakter hebben van een discussie met de hele groep. Iemand noteert in dit kader:

> Hier heb ik ernstige twijfels bij. Ik denk niet dat leerkrachten dit kunnen.

De enquête laat zien dat met name opleiders hier twijfels over hebben. Zij brachten veel vaker dan bijvoorbeeld leraren basisonderwijs[3] en schoolbegeleiders naar voren te verwachten dat het voeren van klassengesprekken, zoals aangegeven te hoog gegrepen is.
Uit de opbrengst van de enquête bleek verder dat een ruime meerderheid het toejuicht dat *guided reinvention* is

gekozen als uitgangspunt voor de vormgeving van het onderwijs in breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen. Dat mag ook verwacht worden, omdat het realistisch reken-wiskundeonderwijs tegenwoordig door het overgrote deel van het veld geadopteerd is en *guided reinvention* een van de pijlers van deze visie is.
Dat neemt echter niet weg dat de respondenten nogal wat kanttekeningen plaatsten bij de gekozen uitwerking voor kommagetallen; leerlingen in navolging van Stevin kommagetallen laten uitvinden. Kinderen kennen kommagetallen uit hun omgeving en er is daarom wellicht geen reden ze hernieuwd uit te vinden, zo stelden enkele critici. Anderen gaven aan dat kommagetallen een makkelijke uitbreiding vormen van het systeem van de gehele getallen en dat het introduceren als gestandaardiseerde breuken daarom een onnodige omweg is.
Maar er is ook de nodige twijfel of deze standpunten houdbaar zijn. Want, zo vraagt een van de deelnemers aan de discussie zich af, denken kinderen wel in systemen? En verder kwam naar voren dat het louter leren rekenen met kommagetallen vanuit het meten, kinderen waarschijnlijk niet werkelijk met de betekenis van kommagetallen kennis laat maken; het rekenen blijft wellicht hangen in het consciëntieus toepassen van inwisselregels.

Zoals er discussie is over het concretiseren van het idee van *guided reinvention* voor de kommagetallen, is die er ook voor de breuken. Nog voor er werkelijk gerekend werd, was er in de historie sprake van verhoudingssituaties. Enkele respondenten vinden dat het onderwerp verhoudingen in het discussiestuk niet de nadruk krijgt die het verdient. Omdat verhoudingen feitelijk het aangrijpingspunt zijn voor breuken, procenten en kommagetallen, maakt gedegen aandacht voor verhoudingen het mogelijk de lijn door te trekken naar de midden- en onderbouw.
Verhoudingen werden op een gegeven ogenblik benoemd in termen van breuken. In navolging van deze ontwikkeling kozen we ervoor om breuken centraal te stellen en kommagetallen en procenten als (gestandaardiseerde) breuken te introduceren. En ook dit standpunt leidde tot kritische reacties. Er wordt hiervoor naar Stevin verwezen, die stelde dat de kommagetallen het best zonder breuken kunnen stellen. Een ander vult aan: als leerlingen de kommagetallen en breuken onafhankelijk ontwikkelen, is er geen enkel probleem. Een enkeling zal vervolgens de samenhang zien. Maar, richt het onderwijs voor alle leerlingen daar liever niet op.
We zien alle reden om met deze kritiek aan de slag te gaan en bijvoorbeeld de verhoudingen meer aandacht te geven en onze beschrijving niet alleen te richten op de bovenbouw. Op deze manier willen we ook aan de slag gaan met de suggestie om de zakrekenmachine de plaats te geven die deze verdient en met de oproep om ook nadrukkelijk aandacht te besteden aan het cirkelmodel, omdat dit in een aantal gevallen goede mogelijkheden biedt om allerlei getalrelaties te verkennen.

## 4 Context van de leerkracht

Het projectteam Tal-bovenbouw vindt het van belang de geformuleerde ideeën ook in het veld te realiseren. Dat betekent dat er oog moet zijn voor de leraar die met de geformuleerde ideeën aan de slag gaat, bijvoorbeeld ten aanzien van de suggesties die worden gedaan om te leren omgaan met verschillen tussen leerlingen. Daarbij wordt - zoals aangegeven - ingezet op klassengesprekken, die vaak starten vanuit een contextprobleem, maar waarbij het uiteindelijk niet gaat om de oplossing van het probleem, maar de ideeën die kinderen ontwikkelen door over dergelijke problemen te discussiëren.
Leerlingen moeten dus alle ruimte krijgen om hun ideeën onder woorden te brengen en ieder kind moet aan deze klassengesprekken mee kunnen doen.
Leerkrachten moeten daarom adequate aanwijzingen krijgen hoe deze gesprekken kunnen worden ingevuld. De noodzaak van heldere aanwijzingen geldt ook voor de suggestie om naast het precies rekenen het schattend rekenen een volwaardige rol te laten spelen, zoals in de volgende reactie duidelijk naar voren komt:

> Dit is een mooi streven. Maar wil je bereiken dat leerkrachten dit echt handen en voeten kunnen geven dan zal er veel aandacht moeten zijn voor het verspreiden van voorbeelden van *good practices*.

Maar er zijn meer elementen die maken dat leerkrachten de geformuleerde ideeën niet zomaar kunnen vormgeven in het eigen onderwijs. Een van de deelnemers aan de discussiebijeenkomst wijst op het nadenken over meervoudige intelligentie, leerstijlen en het welbevinden van leerlingen, dat voor haar uitgangspunt is voor het inrichten van het onderwijs.
Kortom, naast didactische argumenten - zoals die worden gegeven in het discussiestuk - zijn ook andere aanwijzingen nodig, die samenhangen met vakoverstijgende afspraken en visies over de inrichting van het onderwijs die op veel scholen bestaan. Het gaat hierbij in het algemeen over algemeen didactische en pedagogische zaken en de vraag is in hoeverre Tal-bovenbouw hieraan invulling kan geven.
Overigens moeten leraren, willen ze met de ideeën aan de slag, de op school gebruikte reken-wiskundemethode naar hun eigen hand zetten en ook daarvoor zijn aanwijzingen nodig. Daarnaast vraagt het beoogde onderwijs een behoorlijk niveau van gecijferdheid van leerkrachten. Enkele respondenten suggereren dat daar wellicht een probleem ligt.

Wanneer we het reken-wiskundeonderwijs in de voorgestelde richting willen veranderen, moeten we starten bij het denken van de leerkracht. Een gedegen analyse van waar hij of zij tegenaan loopt bij breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen vormt daarbij een begin.

We moeten evenwel ook hierbij ook andere elementen van de context van de leerkracht betrekken. Want, terwijl het enerzijds lijkt dat de voorstellen neerkomen op een geringe accentverschuiving, zijn anderzijds de implicaties van hetgeen we voorstellen aanzienlijk. In onze ogen moet in het onderwijs de omslag gemaakt worden van het leren uitvoeren van procedures naar het begrijpen wat verhoudingen, breuken, procenten en kommagetallen betekenen. Dit houdt in dat de nadruk in het onderwijs ligt op het (leren) redeneren. Dit gebeurt bijvoorbeeld in gesprekken, die gaan over het relatieve karakter van kommagetallen, procenten en breuken, maar ook over het objectkarakter ervan.
Van Hiele (1973) geeft aan dat dit objectkarakter ontstaat als de breuken worden beschouwd als onderdeel van een netwerk van getalrelaties, waarbij $\frac{3}{4}$ bijvoorbeeld wordt geassocieerd met $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, $3 \times \frac{1}{4}$, $1 - \frac{1}{4}$, enzovoort. In de praktijk spelen breuken vooral een rol als meet- of verhoudingsgetal, waarbij de breuk zijn betekenis ontleent aan de context; $\frac{3}{4}$ is dan $\frac{3}{4}$ van iets, bijvoorbeeld $\frac{3}{4}$ pizza, of $\frac{3}{4}$ van de bevolking.
Redeneringen van leerlingen richten zich ook op het onderzoeken van de structuur van kommagetallen en gelijkwaardigheid van verhoudingen en breuken. Daarbij is op een bepaald moment ook aan de orde dat het bij procenten en kommagetallen om gestandaardiseerde breuken gaat; breuken met een multiplicatief karakter, omdat veertig procent van iets gezien kan worden als $\frac{2}{5}$ deel, wat inhoudt dat er moet worden vermenigvuldigd met $\frac{2}{5}$.

Het op deze wijze werken aan een relatienet, waarbij sprake is van werkelijke integratie van breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen, maakt dat het onderwijs in veel gevallen anders moet worden ingericht. Verder vraagt het inzetten op begrip in plaats van op procedures voor een ander didactisch contract, waarbij de nadruk ligt op inzet in de discussie in plaats van het goed kunnen maken van een serie sommen. Ten slotte hebben onze voorstellen gevolgen voor de toetsing.

Dat neemt niet weg dat dit de weg is die veel respondenten met ons in willen slaan en willen effectueren in het onderwijs. In de discussies over onze ideeën kwam telkens naar voren dat leerkrachten gegrepen kunnen worden met mooie, paradigmatische voorbeelden, die als vignetten laten zien wat de kern van de didactiek is en hoe verschillende activiteiten daarbinnen samenhangen. Dergelijke paradigmatische voorbeelden kunnen ook verhelderen hoe er in de praktijk mee kan worden gewerkt.
Wanneer we de ideeën zo vormgeven, kunnen keuzen verder verhelderd worden en kunnen we aandacht besteden aan zaken die op dit moment nog wat onderbelicht zijn, zoals bijvoorbeeld de doorgaande lijn van onderbouw, via bovenbouw naar het voortgezet onderwijs en het gebruik van de zakrekenmachine als didactisch hulpmiddel.

## 5 Conclusie

De instemming met de suggesties in het discussiestuk steunt ons in het verder uitwerken van deze ideeën. De opbrengst van de enquête en discussies met betrokkenen leerden ons dat er in dit opzicht nog veel werk te doen valt. De samenstelling van de groep respondenten maakt dat we de discussie verder moeten voeren met mensen in het veld. We proefden in de reacties tijdens de hier beschreven discussieronde nadrukkelijk steun voor het streven de aandacht in het onderwijs in breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen te verleggen van het ‘kunnen’ naar het ‘begrijpen’. Ook ten aanzien van de gekozen uitwerking kregen we veelal bijval, al was er wel vraag naar goede voorbeelden die nog beter zichtbaar maken wat wij voor ogen hebben.
Dergelijke voorbeelden moeten verhelderen hoe we de voorstellen willen concretiseren. Hiermee gaan we aan de slag, evenals met het meer centraal stellen van verhoudingen, het schetsen van een ontwikkeling van onderbouw tot bovenbouw en heldere rol voor de zakrekenmachine.

En zo moet ons werk uiteindelijk ook leiden tot het formuleren van tussendoelen voor breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen, als onderdeel van onze opdracht. Dit is om verschillende redenen niet eenvoudig. De grote verschillen tussen leerlingen maken dat we de tussendoelen slechts heel globaal kunnen beschrijven en de keuze voor inzicht boven kennis, maakt dat het niet voor de hand ligt de tussendoelen te beschrijven in termen van kennis en vaardigheden. En tot slot maakt de beoogde samenhang het overdenken waard de tussendoelen niet te formuleren voor de afzonderlijke leerstofonderdelen. We gaan hier evenwel toch mee aan de slag en binnenkort vindt u onze voorstellen voor tussendoelen op onze site. Die zijn dan uiteraard ter discussie. We wachten uw reactie met spanning af.

### Noten

1 Naast het Tal-bovenbouwteam van het Freudenthal Instituut is ook het Tal-project van de SLO met de genoemde bovenbouwonderwerpen aan de slag gegaan.
2 Het discussiestuk en de bijbehorende enquête staan nog altijd op http://www.rekenweb.nl/tal
3 Hierbij moet evenwel worden aangetekend dat we er vanuit mogen gaan dat de leerkrachten die op de enquête reageerden geen ‘doorsnee’ leerkrachten zijn.

### Literatuur

Beckers, D. & M. Kool (2004). *Willem Bartjens. De Cijfferinghe (1604). Rekenmeesters deel 2.* Hilversum: Uitgeverij Verloren.
Buijs. K (2005). Van procedure- naar begripsgericht onderwijs. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, prak-*

*tijk 24*(1), 9-17.
Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education, China lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
Hiele, P.M. van (1973). *Begrip en Inzicht*. Purmerend: Muusses.
Galen, F. van (2004). In de voetsporen van Simon Stevin. *Willem Bartjens 24*(5), 16-19.
Goddijn, A.J. (1992). De oudste en de nieuwste breuken. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs 11*(2), 18-31.
Janssen, J., F. van der Schoot, B. Hemker & N. Verhelst (1999). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs in de basisschool 3*. PPON-reeks nr. 13. Arnhem: Cito.
Keijzer, R., N. Figueiredo, F. van Galen, K. Gravemeijer & E. van Herpen (2005). *De kern van breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen. Een discussiestuk.* Utrecht: Freudenthal Instituut.
Stevin, Simon (1585). *De Thiende, leerende door onghehoorde lichticheyt allen rekeningen onder den Menschen noodig vallende, afveerdighen door heele ghetalen sonder ghebrokenen.* Leiden: Plantijn.
Treffers, A., L. Streefland & E. de Moor (1996). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 3B Kommagetallen.* Tilburg: Zwijsen.

*Recently the Tal project published a discussion paper. This paper shows several views for teaching fractions, ratio and proportion, percent and decimals. It pleas for a focus on understanding what fractions, ratio and proportion, percent and decimals are, instead of focussing teaching on learning algorithms.*
*In this article we show that many people involved in mathematics education in the Netherlands support the idea of focusing on teaching for understanding.*