

Spelen met getallen: vierkantsgetallen, driehoeksgetallen, ...

M.van Reeuwijk
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

De ‘Grote Reken Dag’ (GRD) van 2006 had als thema ‘Spelen met Getallen’. Voor drie groepen leerlingen in het basisonderwijs - onder-, midden- en bovenbouw - waren opdrachten en activiteiten ontwikkeld waar de kinderen een hele dag (woensdag 8 maart)¹ mee aan de slag gingen.²

De leerlingen van de middenbouw werden uitgedaagd eigenschappen van getallen nader te onderzoeken, waaronder uitzoeken hoe het zit met vierkants-, driehoeks- en rechthoeksgetallen. Met doppen of andere kleine dingen, zoals fiches of blokjes, bekeken leerlingen in groepjes welke getallen als vierkant of driehoek zijn neer te leggen. Het visualiseren van getallen blijkt een bruikbare manier voor leerlingen om betekenis aan getallen te geven en zich er iets bij voor te stellen.³

Rechthoeksgetallen zijn getallen die je als product van twee factoren kunt schrijven. Er zijn getallen, zoals bijvoorbeeld 24, waar je heel veel rechthoeken van kunt maken; er zijn veel verschillende rechthoeken met oppervlakte 24, hoeveel? Van sommige getallen kun je maar één rechthoek maken (of twee als je een rechthoek van 1 bij 7 anders ziet dan een rechthoek van 7 bij 1). Wat zijn dit voor soort getallen? Je zou ze strookgetallen kunnen noemen. Het zijn de priemgetallen.



figuur 1: vierkantsgetallen

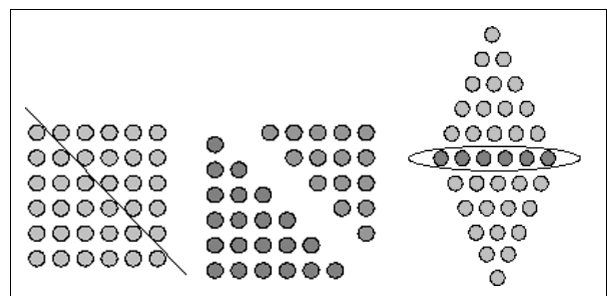
Als je een rijtje vierkantsgetallen naast elkaar legt en onderzoekt hoeveel doppen erbij komen van het ene naar het volgende vierkantsgetal, ontdek je dat dat telkens een oneven getal is. Hoe kan dat? Met het plaatje is dat eenvoudig te verklaren. Het gaat om de verandering van het

aantal doppen van het ene patroonnummer naar het volgende. Het betreft een kwadratisch verband en als je naar de verandering gaat kijken, is dat een lineair verband. Voor leerlingen op de basisschool gaat deze redenering wat ver, maar het ontdekken van de rij van oneven getallen lukt ze best.

Driehoeksgetallen zijn ook interessant. Als je leerlingen in groep 6 vraagt een driehoek te maken voor het getal 55 en daarna voor 78, gaan de meeste leerlingen helemaal opnieuw beginnen met het neerleggen van 78 nadat ze 55 hebben gelegd. Het idee dat je uit een driehoek een volgende driehoek kunt maken, is niet zo vanzelfsprekend. Daar moeten leerlingen op gewezen worden of dat moeten ze ontdekken door hen de juiste vraag te stellen. Dat je de volgende driehoek kunt krijgen door aan één kant van de driehoek een rijtje doppen erbij te leggen spreekt ook niet voor alle kinderen vanzelf.

Een stapje verder

Wat is de relatie tussen een vierkantsgetal en een driehoeksgetal? Hoe hangen deze twee samen? Een vierkantsgetal kun je in stukken knippen over de diagonaal en dan krijg je twee driehoeken. Dat kun je op verschillende manieren doen. Eén manier is zo knippen dat je twee verschillende driehoeken krijgt (fig.2).



figuur 2

Een andere manier om het vierkantsgetal van 36 in twee gelijke driehoeksgetallen te verdelen is in het plaatje rechts gedaan. Het vierkant van 36 is gedraaid en vervormd tot een ruit waarna de diagonaal eruit gehaald wordt en je twee dezelfde driehoeken krijgt.

Vragen om het verband tussen vierkantsgetallen en driehoeksgetallen nader te onderzoeken:

- Lukt het voor elk vierkantsgetal om dit in driehoeksgetallen te splitsen?
- Voor een vierkantsgetal gebruiken we de expressie n^2 . Hoe ziet de expressie voor het n^e driehoeksgetal eruit?
- Kun je met formules en expressies de algebraïsche verklaring geven voor het feit dat de som van twee opeenvolgende driehoeksgetallen een vierkantsgetal is?
- Hoe ziet de algebraïsche expressie eruit voor de situatie in het derde plaatje: je hebt twee dezelfde driehoeken en een diagonaal en maakt zo een vierkantsgetal.

Waarom getalpatronen?

Het ontwikkelen van systematische manieren van tellen en het handig neerleggen van doppen voor bepaalde getallen wordt met dit type activiteiten gestimuleerd. Kinderen praten er onderling over en moeten hun strategie en manier van denken verwoorden. Ze worden aangemoedigd te experimenteren en uit te zoeken hoe het zit, wat ze op hun eigen niveau kunnen doen.⁴ Door dit type activiteiten wordt het beeld dat kinderen van rekenen hebben verbreed; rekenen is veel meer dan het navolgen van rekenregels. Vierkantsgetallen, driehoeksgetallen en

andere figuratieve getallen werden al door de Grieken gebruikt. Dat leent zich mooi voor een uitstapje naar geschiedenis en naar het ontstaan van de wiskunde.

Er zijn dus verschillende niveaus van abstractie en moeilijkheid mogelijk. Het spelen met bierdoppen is bovendien gewoon leuk en weer eens wat anders dan wat er in het boek staat. Dit juist is het doel van de GRD. Elk jaar doen we ons best om kinderen een leuke en inspirerende rekendag te bezorgen, vol verwonderingen en verrassingen.

Noten

- 1 De volgende Grote RekenDag is op 18 april 2007. Zie ook de rubriek 'Mededelingen' elders in dit nummer.
- 2 Zie voor bronnen en ervaringen van de Grote RekenDag, ook van voorgaande jaren: www.rekenweb.nl/groterekendag.
- 3 M. Kindt heeft een leuke poster ontworpen rond getalpatronen. Daarbij hoort een klein boekje met opdrachten en achtergronden. Boekje en poster heten 'Algebra of Course' en kunnen bij het Freudenthal Instituut besteld worden.
- 4 Voor het onderzoeken van driehoeksgetallen, vierkantsgetallen en vele andere getallen met patronen zijn applets te gebruiken. Deze applets staan op het WisWeb, met name het applet 'Stippelalgebra' is interessant. Ga naar: www.wisweb.nl, kies voor applets en zoek dan in het overzicht.

Spelen met getallen: vierkantsgetallen, driehoeksgetallen, ...

Met 16 doppen van flesjes kun je een vierkant maken. Kijk zo:

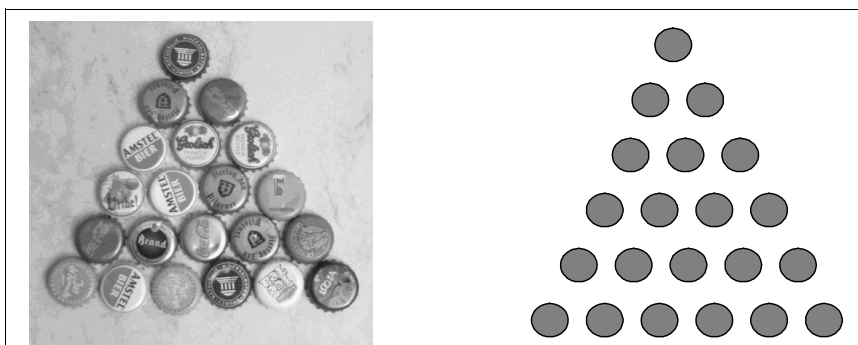


Met 36 doppen kan dat ook. We noemen 16 en 36 ‘kwadraten’, dat betekent ‘vierkantsgetallen’. Hier is een rijtje getallen:

100 5 4 81 1 40 36 64 16

- Welk getal is geen vierkantsgetal?
Probeer maar of je er een vierkant met doppen van kunt maken.
- Weet je nog een vierkantsgetal?
- Hoeveel doppen zitten in een vierkant van 12 bij 12?

Met 15 doppen kun je een driehoek maken. Met 21 kan het ook. Kijk maar naar onderstaande figuur. Getallen waar je een driehoek van kunt maken heten ‘driehoeksgetallen’.



- Maak een driehoek van 55 doppen.
- Hoeveel doppen komen er bij om het volgende driehoeksgetal te maken?
- En voor het volgende driehoeksgetal? Hoeveel doppen zijn er dan voor nodig?
- Maak een driehoeksgetal met 8 doppen in de onderste rij.
Hoeveel doppen heb je nodig voor de hele driehoek?
- Ken je nog een driehoeksgetal?