

Een rijkdom aan ideeën

- interview met Jan van den Brink -

H.M.M. Janssen & J. ter Heege
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

Donderdag 13 september¹

In dit etmaal, de goede koers aanhoudend, dus naar het westen, legden ze 33 leguas² af, maar hij telde er 3 of 4 minder. De zeestroming werkte hem tegen. Op deze dag, toen het al nacht werd, vertoonden de kompassen een afwijking naar het noordwesten en in de ochtenduren een kleine afwijking naar het noordoosten.

1 Interview met Jan van den Brink

Hoeveel eenvoudiger was de positie van Columbus niet te bepalen geweest met behulp van moderne hulpmiddelen als *GPS* of Tom Tom. Het zijn hulpmiddelen van onze tijd; zelfs van de laatste jaren. Van den Brink heeft deze in het wiskundeonderwijs gebruikt om kinderen te laten kennismaken met - wat hij noemt - de praktische meetkunde, de meetkunde in het alledaagse leven.

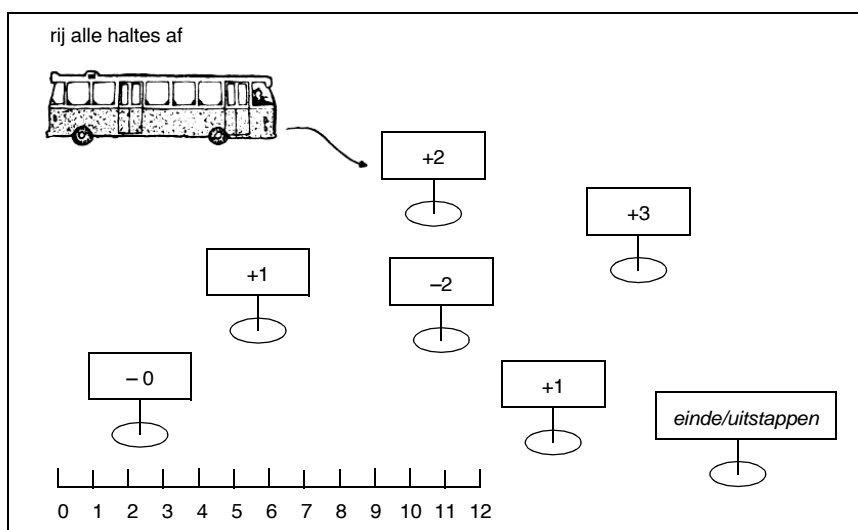
Het is een van zijn ontwerpen in een werkzaam leven van veertig jaar, eerst gedurende korte tijd bij het Kohnstamm-instituut te Amsterdam, daarna vele jaren bij Wiskobas en haar opvolgers, zoals het Freudenthal Instituut in Utrecht. Bij het laatste instituut nam hij in het najaar van 2005 afscheid, om meer tijd te hebben voor zijn grote passie - zeilen - en om meer tijd te kunnen besteden aan zijn kleinkinderen, waarmee hij uren doorbrengt 'op ont-

dekkingsstochten'. Op die tochten geniet hij minstens zoveel als zijn kleinzoon, was zijn terloopse opmerking.

Voor dit tijdschrift was zijn afscheid aanleiding om terug te kijken op Van den Brinks leven als begenadigd ontwerper, die het reken-wiskundeonderwijs zoveel pareltjes heeft nagelaten. We gingen daarom, met bandrecorder, pen en papier naar Amsterdam en interviewden Jan in de arcadische omgeving van het Paviljoen, midden in het Vondelpark. Later volgde er, om de puntjes op de *i* te zetten, een tweede gesprek op het Freudenthal Instituut.

2 Autobussen

Welke accenten wil Van den Brink in zijn werk leggen? Hij ziet de periode van Wiskobas als de eerste, met als belangrijkste ontwerp de didactische vernieuwing in het leren optellen en aftrekken, dat met de 'context van de autobussen' werd aangeleerd (fig.1). Deze aanpak heeft een grote impact op het Nederlandse onderwijs gehad. De moderne reken-wiskundemethoden maken zonder uitzondering gebruik van deze didactiek. Van den Brink beschreef de aanpak, die hij 'prototypisch' noemt, in zijn



figuur 1: introductie van het rekenen: in- en uitstappen in de context van autobussen

proefschrift van 1989 met de titel 'Realistisch rekenonderwijs aan jonge kinderen'. Hoe komt men op zo'n didactische kerngedachte? Het proefschrift wijdt daar slechts een enkele, intrigerende zin aan: 'De gedachte aan een autobus kwam onverwacht 's nachts in 1973' (pag.9).

In de loop van de maanden die volgden neemt het ontwerp steeds vastere vormen aan. In gesprekken op de ontwerpsschool en in de Wiskobasgroep wordt het duidelijk dat hier een belangrijke vernieuwing aan de orde is. Van den Brink zegt daar zelf over:

Er is ook in jezelf een ontwikkeling. Door bijvoorbeeld goed naar kinderen te kijken, zie je meer dan in eerste instantie. Kinderen proberen immers allerlei zaken uit. Wij hebben leerlijnen in ons hoofd, maar daar houden zij zich niet aan. Nu gaat het erom dat je de vraag beantwoordt waarin die kinderlijke ideeën afwijken van wat je van plan was ze aan te leren. Meestal vullen ze je eigen ideeën aan. Zelfs met de autobussen had je dat. Je wilde dat de autobus stopte om passagiers in- en uit te laten stappen, maar de kinderen hadden dat niet door. Die wilden eigenlijk in een ruk van huis naar hun oma. Ze realiseerden zich niet dat de bus onderweg ook wel eens stopte. Dus moest je iets verzinnen om het plausibel te maken dat de bus onderweg naar oma ook stopte. Dat deden we door er een toneelstukje van te maken. De juf als chauffeur, met een bus vol kinderen, door de klas heen. De juf kon stoppen wanneer ze wilde.

De invloed van de kinderen op het ontwerpproces wordt duidelijk in het volgende:

Er ontstond op een gegeven moment een discussie over de vraag of je de chauffeur ook mee moet tellen. Daarom moest de juf zich van de passagiers onderscheiden. We zetten haar een pet op. Zo nauwkeurig werkten we in die tijd. Eigenlijk is die pet een didactische vondst geweest.

Het is van belang om ons nu, na zoveel jaren, te realiseren, hoe er werd gewerkt aan een schoolnabije ontwikkeling. Zelf zegt hij hierover:

Ik beschouwde de klas als mijn werkveld, de kinderen en de onderwijzeressen waar ik mee samenwerkte. Beide hadden hun specifieke invloed op mijn werk. De kinderen brachten me op ideeën voor nieuwe ontwerpen en de leraren probeerde deze ontwerpen uit, tegen de achtergrond van haar verantwoordelijkheid voor het onderwijs. Ik kon en wilde deze verantwoordelijkheid niet van haar overnemen. Dit wil onder meer zeggen dat zij ervoor moest zorgen dat de kinderen niet minder leerden dan vroeger.

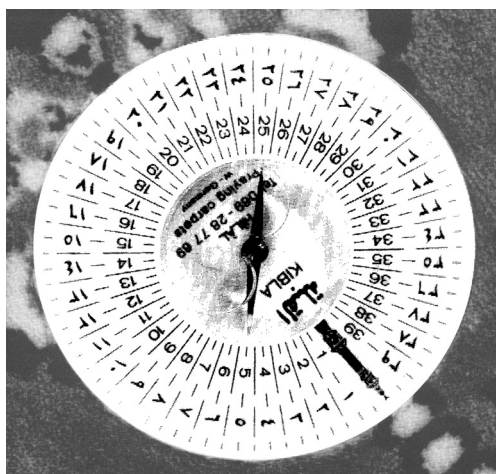
De didactische vernieuwing die door het nieuwe ontwerp van de autobussen in het aanvankelijk rekenonderwijs werd bewerkstelligd, betrof de introductie van het optellen en aftrekken, nadat kinderen uitvoerig de telrij hadden verkend. Zoals in figuur 1 naar voren komt, is er een voor kinderen motiverende context die een wiskundig belangrijk moment van groei mogelijk maakt: het instappen in de bus symboliseert de optelling en het uitstappen het aftrekken. In de context komen beide bewer-

kingen geïntegreerd voor. De bijbehorende notatiewijzen zijn niet de traditionele sommen, maar worden met een taal met pijlen weergegeven. De zich steeds wijzigende situatie in de bus kan 'op een getallenlijn' worden bijgehouden.

3 Wiskunde 12 - 16

Ook de periode die daarna volgde, beschouwt Van den Brink als interessant. Het betrof de vernieuwing van het programma voor rekenen-wiskunde in de eerste fase van het voortgezet onderwijs. Tijdens de werkdiscussies ontstond het idee van het *Global Positioning System*, geïntegreerde wiskundige activiteiten in het voortgezette onderwijs, die in zekere zin vergeleken kunnen worden met de ideeën van Wiskobas over rijke wiskundige contexten. Deze waren bijvoorbeeld bedoeld om voor kinderen pakkende toepassingen mogelijk te maken, maar nog meer om cruciale wiskundige zaken op een begrijpelijke manier in het onderwijs aan de orde te kunnen stellen. In die tijd ontstond het pakketje 'Mekka', dat beschouwd kan worden als een voorbeeld van een GWA. Dit pakketje behandelt de vraag in welke richting je moet kijken als je wilt bidden in de richting van Mekka, zoals voor Islamieten uit godsdienstige motieven verplicht is. Van den Brink:

Op de ontwerpsschool waar we toen mee samenwerkten, was dit een echt probleem, omdat er veel Islamitische kinderen waren. Ik ben toen naar de imam van de moskee bij het instituut gegaan en heb hem gevraagd hoe je de richting van Mekka weet. Hij zei drie manieren te weten. De eerste was het af te leiden uit de stand van de zon, de tweede het met je hart te doen en de derde was met behulp van een kleedje. Om het laatste te verduidelijken, haalde hij een kleedje met een kompas erop van zolder. Maar het wijzertje van de kompas wijst naar het noorden. Toen liet de imam een boekje zien waarin stond dat het wijzertje (voor Nederland) op een bepaald getal moest staan, zodat de pijl naar Mekka zou wijzen.



figuur 2: uit 'Richting Mekka'

Van den Brink vertelt zijn verhaal over de ontwikkeling van dit pakketje in geuren en kleuren:

Als je in Havana naar Mekka wilt bidden, moet je in oostelijke richting bidden. Maar de grootcirkel door Havana en Mekka, die de kortste afstand aangeeft, loopt ergens over Groenland. Houd je dat aan, dan moet je in Havana naar het noordoosten bidden. Daar weet de imam niet veel tegen in te brengen. Hij zegt: 'Je moet naar het oosten bidden; dat is een goddelijke regel.' Daar kan Jan niet tegenop. Hij zou zich hier op glad ijs kunnen bewegen. Het verschil van inzicht is het gevolg van de vraag welke kaartprojectie je gebruikt. Zie je de aarde als platte schijf, dan besluit je tot de Mercatorprojectie, maar kies je voor de bolvorm, dan is de centrale projectie de geëigende methode. In het laatste geval is de richting van Mekka de richting van de grootcirkel. Als je over die grootcirkel naar Mekka loopt, moet je steeds een andere kompasrichting volgen. Je begint bij noord-oost, komt via oost uiteindelijk bij zuid-oost aan.

De betekenis van dit verhaal is, dat het erom gaat in je ontwikkelplannen onderwerpen te kiezen die kinderen wellicht zullen interesseren. Wat hen bezig houdt dus. Dat zou het wiskundig aspect van 'richting Mekka' kunnen zijn, hoewel blijkt dat islamieten de zaak zelf ook niet zo nauw nemen. Het kleedje ligt bij hen op zolder en blijft daar gewoonlijk ook. Maar, voegt Van den Brink er aan toe, onder mavo-leerlingen op de ontwerpschool leidde een en ander tot een interessante, wiskundige discussie, namelijk wat nou eigenlijk een rechte lijn is. En daarmee kun je uitkomen bij niet-Euclidische meetkunde, zoals de meetkunde op een bol.

4 Bolmeetkunde

Vanuit het pakketje Mekka ontwikkelde zich Van den Brinks interesse in de niet-Euclidische bolmeetkunde. Hij geeft daarvan een voorbeeld aan de hand van het begrip 'evenwijdigheid'.

Laat een autootje op een parallelcirkel rijden, is zijn voorstel. Een parallelcirkel is een cirkel op aarde evenwijdig met de evenaar. De vraag is of je wel of niet moet sturen. Dan komt voor kinderen de ontdekking: Je moet sturen! Die conclusie druist tegen het gevoel in. Maar dan komt Jans 'uitleg': Stel je eens voor dat je op een parallelcirkel dicht bij de pool rijdt, dan is het direct duidelijk. Want je moet dan in een rondje om de pool heen rijden; dus moet je flink sturen! Op elke parallelcirkel moet je sturen, behalve op de evenaar. Interessant is dat je onmiddellijk wordt overtuigd als je de situatie in een extreem geval voorstelt.

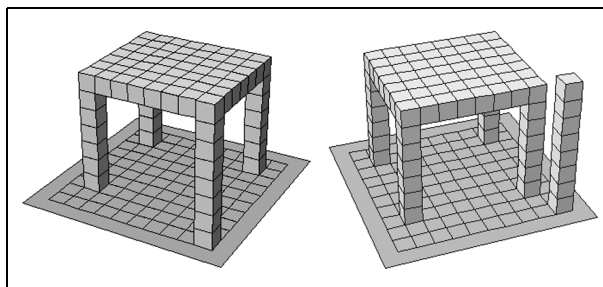
Maar, gaat hij verder, als je op een parallelcirkel niet zou sturen, ga je er dus vanaf. Dit betekent dat je de evenaar op een gegeven moment zult snijden. Je rijdt dan volgens een grootcirkel! Er zijn op de bol geen twee evenwijdige grootcirkels. Dit betekent dat rechte lijnen op een bol elkaar altijd snijden, wat niet overeenstemt met het parallelaxioma in de Euclidische meetkunde. Op een bol geldt dat axioma niet.

Op de bol kan dus ook eenvoudig de kortste afstand worden bepaald van waar je je bevindt en een punt X waar je naar toe zou willen, zeg Vancouver. Dat is de route over de grootcirkel die de aarde snijdt volgens een vlak door het middelpunt van de bol, Vancouver en het punt waar je je bevindt.

De eerste gedachte is dat deze problematiek veel te moeilijk is voor kinderen van de basisschool, maar Van den Brink 'bewijst' dat dit niet het geval is door een leesboek 'bolbewoners' te schrijven voor de basisschool. Het verhaal gaat over vier kinderen die een hut hebben gebouwd en die op een gegeven moment een avontuur beleven: hun hut verheft zich van de aarde en de kinderen bezien de aarde vanuit de ruimte. Ze ontdekken dat de rechte horizon gaat krommen. Rechte lijnen, bekend uit de vlakke meetkunde, worden zo kromme lijnen. Het verschil ontstaat door het standpunt dat je inneemt.

5 Wiskundige wereldoriëntatie

De bolmeetkunde is een interessant object van studie, ook voor kinderen. Van den Brink was volop bezig met de didactische ideeënontwikkeling toen hij werd ingezet in het TAL-project, dat als een van de centrale activiteiten het ontwikkelen van leerlijnen kende. Maar het trekken van leerstoflijnen is niet het eerste wat hem aanspreekt. Hij raakt in de ban van de blokjesmeetkunde, die al eerder was ontwikkeld - in de tijd van Wiskobas in de jaren zeventig, maar nu een nieuwe dimensie krijgt door de applets die P. Boon, een van Van den Brinks collega op het Freudenthal instituut, voor de computer ontwikkelt. Blokkenbouwsels op de computer, ook ogenschijnlijk onmogelijke figuren kunnen in de context van de computer voorkomen, waarmee in de didactiek meetkundige redeneringen mogelijk worden. Onmogelijke figuren die ontstaan dank zij het standpunt dat de kijker ten opzichte van de figuur inneemt. Dit standpunt is op de computer uiteraard te manipuleren (fig.3).



figuur 3: uit: 'De computer als blokkendoos'

Van den Brinks interesse als ontwerper is in de loop van de jaren vooral op meetkundige zaken gericht geweest. Zoals in de context van Waterland - zie hiervoor het artikel van Goffree elders in dit nummer - bij de start van

zijn werkzaamheden in de onderbouw van de basisschool, dus voor groep 3 en 4, maar ook in zijn werk voor het onderwijs aan kleuters. Maar ook op niveau van havo-vwo, waarvoor hij een boekje schreef over wiskunde met GPS.³ Wiskundige wereldoriëntatie voor de basisschool en geïntegreerde wiskundige activiteiten voor de onderbouw van het voortgezet onderwijs; praktische meetkunde, niet de formele. Door het idee van de wiskundige wereldoriëntatie worden kinderen in de gelegenheid gesteld zich een beeld te vormen van de wereld om hen heen.

6 De rol van kinderen in ontwerpen voor het onderwijs

Hoe kwam Van den Brink aan de onderwerpen? Hoe zocht hij onderwerpen die aantrekkelijk voor kinderen bleken te zijn? 'Hoe kan ik kinderen laten ervaren dat er in de wereld om ons heen wiskunde zit?' Van den Brink ziet dat zelf als een principe waar hij mee werkte: goed kijken naar kinderen en vanuit observaties vaststellen hoe kinderen denken, hoe ze reageren op de wiskunde die ze in hun omgeving zien en waar jij, als ontwerper van wiskundeonderwijs, op probeert in te spelen. Hij ontwikkelde daarvoor een verder dan gebruikelijk gaande manier van interviewen van kinderen, die hij *mutual observation* noemde. Hij vertelde kinderen zijn observatie. Zij reageerden daarop, soms met een nadere uitleg: 'dat bedoelde ik' - of met een correctie - 'nee, dat bedoelde ik niet zo'.

Maar observaties op zich hebben weinig betekenis. Die moeten gevolgd worden door een analyse van wat er precies gebeurde en door een gevolgtrekking ten aanzien welke consequenties de observatie heeft voor het ontwerpen van onderwijs. Om al die consequenties goed te zien, is een wiskundestudie van groot belang, meent hij: 'Als ik die wiskundestudie niet had gedaan, had ik die consequenties die ik moest trekken nooit zo goed begrepen.' Dan ging het vaak nog om een onderwijsactiviteit, eventueel om een didactisch conflict als het ware, dat kinderen heel onverwacht en verrassend reageerden. In longitudinale leerstoflijnen was ik niet zo goed, of het moet zijn van Waterland tot bolmeetkunde, waar impliciet zonder twijfel lijnen tussen kunnen worden getrokken. Het blijkt vooral de aandacht voor kinderlijke ideeën te zijn, gekoppeld aan de leeftijdsfase waarin zij zich bevinden, die veel mensen heeft aangetrokken. Vele auteurs - in dit nummer gaat De Goeij daar aan de hand van haar eigen ervaringen op in - hebben dit als de meest kenmerkende bijdrage van hem aan de ontwikkeling van het reken-wiskundeonderwijs genoemd. In zijn felicitaties aan Van den Brink voor zijn promotie haalde professor Freudenthal juist dit punt aan toen hij hem het volgende schreef:

Voor waar zegge ik u, indien gij u niet verandert en wordt gelijk die kinderens, zo zult gij in het koninkrijk der hemelen niet ingaan. (Matheus 18, 3)

7 Apparaten

We praten over de vraag wat Van den Brinks werk aan de vernieuwing van het reken-wiskundeonderwijs heeft bijgedragen, hoe hij dat zelf ziet. Het gaat ons daarbij niet om min of meer opgelegde, vanzelfsprekende voorbeelden, zoals de autobussen in het aanvankelijk reken-wiskundeonderwijs. Wij zien dat hij in zijn ontwerpen altijd pakkende contexten gebruikt, waarin problemen voorkomen die we kinderen willen laten oplossen. Hij weet als het ware van alles nog een probleem te maken. Zien we die aanpak terug in het huidige reken-wiskundeonderwijs? Eigenlijk niet of nauwelijks, is onze indruk. Van den Brink reageert heel verrassend op onze voorzet. Hij zegt:

Apparaten bepalen meer en meer ons leven. Je zou kinderen daar in het onderwijs op moeten voorbereiden. Natuurlijk weet je niet hoe de wereld er over een jaar of dertig uit ziet, maar dat de mensen dan nog meer gebruik zullen maken van apparaten, is mij duidelijk.

Terugkijkend op zijn werk, lijkt dit een belangrijke drijfveer geweest: Hij heeft onderwijsmateriaal gemaakt met behulp van apparaten als GPS en Tom Tom, die ons helpen onze plaats op aarde te bepalen, hulp bij een bepaalde vorm van ruimtelijk inzicht dus. We weten niet waar deze maatschappelijke ontwikkeling over dertig jaar is, maar we mogen aannemen dat iedereen dan gebruik kan maken van deze apparatuur.

Van den Brink heeft eerder al nagedacht over de betekenis van de rekenmachine - in het onderwijs en in de maatschappij van de toekomst. De rekenmachine is, evenals de moderne kassa, een apparaat dat voor ons rekt. In dit tijdschrift bericht W. Vermeulen daarover uitvoerig. Er komen meer apparaten, zoals die ons helpen ons leven beter in te richten en te organiseren. Van den Brink meent dat we de leerlingen van nu moeten leren de knoppen te bedienen die de apparaten 'aan de praat' krijgen. Hij ziet dat als een plicht van het onderwijs om kinderen dit te leren, zodat deze later als volwassenen de apparaten kunnen bedienen die in het leven van over dertig jaar relevant zijn.

8 Columbus

Door af te ronden op graden nauwkeurig kun je op de GPS een onnauwkeurigheid van vele kilometers veroorzaken.

Afronden is in deze context dus eigenlijk een slechte zaak. Waarom moest er eigenlijk worden afgerond? Wel, omdat leraren meenden dat de kinderen nog niet toe waren aan het afronden van seconden en minuten op graden, dat het te moeilijk was. Maar ze kregen daarmee antwoorden die ze niet konden toepassen in de situatie waarin ze verkeerden. Afronden was dus geen goed idee.

Columbus maakte op zijn ontdekkingsstochten gebruik van passaatwinden. Als hij een noordelijker koers had gekozen, zou hij met westenwinden te maken hebben gekregen, waardoor het veel moeilijker was geweest om westwaarts te zeilen.

Tegenwoordig zou je graag willen uitkomen, waar je hebt gepland, maar dat was voor Columbus niet mogelijk. Als Columbus een paar graden uit de koers lag, was dit het gevolg van de omstandigheden, van de wind met name. Hij maakte dus duidelijk gebruik van de reële situaties die op verschillende breedtes voorkwamen.

Noten

- 1 Uit Christoffel Columbus' scheepsjournaal van zijn eerste reis in 1492. Nijmegen: SUN, 1991.
- 2 Een afstandsmaat uit de tijd van Columbus.
- 3 Positiebepaling op aarde met behulp van satellieten die zich boven de aarde bevinden.