



# Over een probleemstellende aanpak en guided reinvention

P.L. Lijnse  
Flsme, Universiteit Utrecht

*Dit artikel beargumenteert dat de didactische operationalisering van 'guided reinvention' aanzienlijk aan kwaliteit zou winnen wanneer ook aandacht besteed zou worden aan een probleemstellende aanpak. Het oproepen en vasthouden van globale en lokale inhoudelijke motieven, met als doel dat leerlingen steeds zo goed mogelijk inzien waarom ze inhoudelijk wat aan het doen zijn, geeft aan het onderwijsleerproces een noodzakelijke, inhoudelijke doelgerichtheid. Deze benadering is voor het natuurkundeonderwijs vruchtbaar gebleken, ook al is de uitwerking zowel voor ontwikkelaars als docenten nieuw en moeilijk. Beargumenteerd wordt dat dit ook voor het secundair wiskundeonderwijs een bruikbare aanpak kan zijn, en daarmee tevens een waardevolle toevoeging aan de ontwikkeling van realistisch wiskundeonderwijs, in dit artikel verder als RME aangeduid.*

## 1 Globaal motief

Enige tijd geleden was ik lid van een promotiecommissie van een onderzoek dat uitgevoerd is in de traditie van het realistisch wiskundeonderwijs, zoals ontwikkeld aan het Freudenthal Instituut (Bakker, 2004). In mijn oppositie stelde ik de vraag waarom de promovendus geen aandacht had besteed aan een 'probleemstellende benadering', zoals ontwikkeld binnen de Utrechtse natuurkunde-didactiek, omdat hij daarmee, naar mijn oordeel, het principe van 'guided reinvention' met meer didactische kwaliteit had kunnen vormgeven in zijn onderwijsmateriaal en nagestreefd onderwijsleerproces. De promovendus bleek hierover echter met mij van mening te verschillen. Daarom leek het nuttig om hierover nader van gedachten te wisselen, wat plaatsvond tijdens een bijeenkomst op het Freudenthal Instituut. Daar bleek de scepsis van de promovendus door meerdere aanwezigen gedeeld te worden, waarbij de belangrijkste argumenten waren:

- dat een probleemstellende aanpak niets toe zou voegen aan de uitwerking van guided reinvention;
- dan wel niet mogelijk zou zijn in het wiskundeonderwijs omdat wiskunde nu eenmaal 'anders' is;
- en dat je leerlingen nu eenmaal geen inhoudelijke vragen kunt laten stellen over iets wat ze nog niet weten.

Reden om in dit artikel nader op deze argumenten in te gaan. Daartoe zal ik eerst de relatie tussen guided reinvention en deze probleemstellende aanpak verder uitwerken. Om vervolgens aan de hand van een voorbeeld te laten zien dat een zinvolle integratie ook voor het wiskundeonderwijs wel degelijk mogelijk en nuttig is.

## 2 Over een probleemstellende aanpak

Zoals ik eerder heb beschreven (Lijnse, 2003, Lijnse & Klaassen, 2004) sluiten we, als achtergrond voor onze probleemstellende aanpak, aan bij een triviaal-constructivistische opvatting over leren, dat wil zeggen bij de opvatting dat lerenden nieuwe kennis construeren op basis van al aanwezige kennis. In feite komt veel getheoretiseer over constructivisme, didactisch gezien, hier op neer. Op zich is deze constructivistische opvatting over leren nog niet verbonden met een opvatting over onderwijzen. Immers, dit constructieproces vindt altijd plaats, hoe het onderwijs ook is vormgegeven. Echter, als men wil voorkomen dat een onderwijsleerproces al te snel resulteert in geforceerde begripsontwikkeling, met alle misconcepties die daaraan verbonden zijn, of, als men vindt dat onderwijzen toch zou moeten resulteren in zoiets als 'echt' begrijpen, dan lijkt het noodzakelijk om lerenden voldoende ruimte te geven om *hun* constructies, die immers noch kunnen worden voorkomen, noch volledig kunnen worden voorspeld, expliciet te maken (vrijheid van onderop). Dan kan daar, door middel van interacties met medelerenden of de docent, niet alleen op adequate wijze op worden ingespeeld, maar ook worden gekomen tot een gemeenschappelijk constructieproces. Tegenwoordig spreekt men in dit verband dan ook over een klas als een 'gemeenschap van lerenden'. Tegelijkertijd moet dit constructieproces zo zorgvuldig (be)geleid worden, dat de gestelde doelen zo goed mogelijk bereikt worden ((bege)leiding van bovenaf). In zekere zin zou men dit een constructivistische opvatting

over onderwijzen kunnen noemen. Het vinden van een adequate balans tussen deze noodzakelijke vrijheid van onderop en de even noodzakelijke begeleiding van bovenaf vormt het hart van de didactische aanpak in ons ons onderzoek. Het houdt in dat we proberen leerlingen te (bege)leiden in een *bottom-up* leerproces dat begint bij een gemeenschappelijk startpunt (*common ground*), bij door docent en leerlingen gedeelde ervaringen en mogelijk nog onwetenschappelijke beschrijvingen daarvan. En dat we een onderwijstraject ontwerpen dat het geleidelijk mogelijk maakt om juist die wetenschappelijke begrippen en vaardigheden te construeren die we leerlingen ook willen onderwijzen. Een belangrijk aanvullend uitgangspunt is dat, wil dit proces ook door leerlingen als zinvol kunnen worden ervaren, er zo goed mogelijk voor gezorgd dient te worden dat zij ook zelf de inhoudelijke functie gaan zien van de te construeren kennis en vaardigheden. Ofwel, leerlingen zouden op elk moment tijdens het onderwijsleerproces inhoudelijk moeten kunnen inzien waarom ze wat aan het doen zijn. Dat dit in de onderwijspraktijk niet vanzelfsprekend is, moge blijken uit het volgende citaat (Gunstone, 1992):

In the following typical example, the student (*P*) has been asked by the interviewer (*O*) about the purpose of the activity they have just completed.

P: He talked about it ... That's about all ...

O: What have you decided it (the activity) is all about?

P: I dunno, I never really thought about it ... just doing it - doing what it says ... its 8.5 ... just got to do different numbers and the next one we have to do is this (points in text to 8.6).

Gunstone voegt daar nog aan toe:

This problem of students not knowing the purpose(s) of what they are doing, even when they have been told, is perfectly familiar to any of us who have spent time teaching. The real issue is why the problem is so common and why it is very hard to avoid.

Welnu, in onze aanpak willen we dit 'niet weten waarom je wat aan het doen bent' zoveel mogelijk voorkomen. Immers, als leerlingen dat op inhoudelijke gronden steeds wél weten, dus een inhoudelijk motief hebben, dan zal het onderwijsleerproces naar alle waarschijnlijkheid voor hen betekenisvoller zijn, en dus zal het waarschijnlijker worden dat ze dan ook nieuwe kennis zullen construeren op voor henzelf begrijpelijke gronden. Een benadering van het (natuurwetenschappelijk) onderwijs die zich hier expliciet op richt, noemen wij *probleemstellend*. Een probleemstellende benadering brengt leerlingen nadrukkelijk in een dusdanige positie dat zij zelf de inhoudelijke zin inzien van het in een bepaalde richting uitbreiden van hun bestaande begrippenapparaat, opvattingen en ervaringen.<sup>1</sup> Een ideale uitwerking van probleemstellend onderwijs zou dus zijn leerlingen er toe te brengen om zichzelf juist die vragen te stellen (of in ieder geval te waarderen) die voor hun beantwoording precies vragen om de kennis die we hen ook willen onderwijzen. Zo

geformuleerd, lijkt ook dit uitgangspunt nogal triviaal. En terecht. De werkelijke niet-triviale didactische uitdaging ligt dus in de kwaliteit waarmee het in de praktijk kan worden uitgewerkt.

### 3 Guided reinvention

Wat hierboven beschreven is heeft, naar mijn overtuiging, grote overeenkomsten met *guided reinvention*, alhoewel er ook een belangrijk verschil is, namelijk juist datgene wat we het kenmerk van een probleemstellende benadering hebben genoemd. Laten we om dit nader te beargumenteren, eerst teruggaan naar de bron. Freudenthal (1991) beschrijft hoe hij in de onderwijscontext koos voor de term *invention*:

Inventions, as understood here, are steps in learning processes, which is accounted for by the 're' in reinvention, while the instructional environment of the learning process is pointed to by the adjective 'guided'.

Als onderbouwing van zijn keuze voor *guided reinvention* gaf Freudenthal vaak aan dat als hij zichzelf een nieuw wiskundig bewijs moest eigen maken, hij dat altijd eerst zelf probeerde te bedenken. In zijn laatste boek veruimt hij dit argument tot de uitspraak:

If you ask mathematicians how they read papers, most of them will answer that they try to reinvent their contents.

waar hij aan toevoegt:

I believe the young learner may claim the same privilege.

Dit lijkt me geen sterk argument. Zo het ten aanzien van wiskundigen al juist is, dan nog gaat het om mensen die niet alleen zeer capabel zijn ten aanzien van de uit te voeren taken, maar daartoe ook sterk inhoudelijk gemotiveerd zijn en voor zichzelf dus weten waarom ze in dat opzicht wat aan het doen zijn.<sup>2</sup> Maar hoe staat het wat dat betreft met al die *young learners*?

Een ander, sterker argument van Freudenthal voor *guided reinvention* lijkt me het volgende:

It is well-known that some children reinvent arithmetic on their own, to various degrees indeed which depends on the children's individual characteristics as well as on their environment. Is it therefore too far-fetched to assume that, with some support, every normal child might be able to reinvent as much mathematics as needed in one's future daily life?

Dat dit ook mogelijk zou zijn komt omdat wiskunde, volgens Freudenthal, 'anders' is, wat vooral zou blijken uit haar geschiedenis. Zo zegt hij in een interview (Trouw, 1987):

De wiskunde, het rekenen, werd zo'n 5000 jaar geleden uitgevonden. Op vele plaatsen tegelijk, wat eerder, wat later.

En wie die wiskunde heeft uitgevonden, of dat een genie is geweest of een doodgewone boer die zijn schapen moest tellen, dat weten we niet. De natuurkunde zoals we die nu kennen is pas 300 jaar oud. Zo lang heeft dat geduurd. En daar heb je een Archimedes voor nodig gehad, een Newton, noem ze maar op, we kennen alle namen van de mensen die die wetenschap hebben ontwikkeld. Met wiskunde is dat anders. Er zijn veel kinderen die zelf leren rekenen. Dat heruitvinden is typisch voor de wiskunde, je kunt dat bij kinderen waarnemen. Bekijk je dat voor de natuurkunde, dan blijf je op een heel primitief niveau steken.

Op grond hiervan kan de geschiedenis van de wiskunde dan ook een bron zijn voor de didactische vormgeving van het proces van *guided reinvention*. Over deze didacticisering zegt Freudenthal overigens niet veel meer dan dat:

guiding means striking a delicate balance between the force of teaching and the freedom of learning,

hetgeen naar mijn idee precies overeenstemt met wat ik hierboven heb gezegd. Anderen (zoals in Treffers, 1987) zijn verder gegaan in het uitwerken van wat *guidance means in guided reinvention*.

Laat ik hier wat dieper op ingaan. Het begrip *reinvention* wordt door Freudenthal impliciet beperkt tot de wiskunde die men nodig heeft voor *one's future daily life*. Het lijkt me dat deze beperking weinig aandacht heeft gekregen onder de aanhangers van het realistisch wiskundeonderwijs. Hoeveel is dat precies en waar ligt er dan een grens? Dat blijft onduidelijk, maar het argument wordt in ieder geval geacht geldig te zijn voor het rekenen op de basisschool. Maar geldt het ook nog voor de schoolwiskunde in het voortgezet onderwijs? Als we bijvoorbeeld kijken naar Freudenthals argument waarom *guided reinvention* niet zou kunnen voor het leren van natuurkunde, geldt datzelfde argument dan niet net zo voor bijvoorbeeld de statistiek of de infinitesimaalrekening? Daarvan weten we toch ook precies wie dat allemaal hebben bedacht (Bakker, 2004; Doorman, 2005). Met name ten aanzien van het laatste was dat niet overal op aarde, maar door twee mensen die we nog steeds met name kennen, namelijk Newton en Leibniz (Doorman, 2005). Dus, hoe 'anders' is die wiskunde dan nog? Freudenthal schrijft hierover:

Reinvention is here (calculus) a bigger problem than in the domains I have dealt with so far. Reinventing something that since Archimedes has waited for about two millennia to be invented the first time is not that easy. It requires stronger but nevertheless more subtle *guidance*.

In ieder geval erkent hij hier het door mij beschreven probleem al is hij in zijn oplossing weinig consequent. Wat voor natuurkunde niet zou kunnen vraagt nu alleen *stronger and more subtle guidance*.<sup>3</sup> Daarmee wordt het probleem verschoven naar wat dat laatste dan wel zou kunnen inhouden. Als immers de *guidance* te gedetail-

leerd wordt uitgewerkt, bijvoorbeeld in sterk sturende op elkaar voortbouwende opdrachten, wordt, naar mijn oordeel, het idee van *reinvention* ernstig uitgehold tot iets onherkenbaars. Dat is precies de reden waarom voor mij, bij de bestudering van veel onderwijsmateriaal uit de realistische hoek, het begrip 'guided reinvention' tot iets nietszeggends wordt gereduceerd. Voor leerlingen wordt *guided reinvention* dan immers gereduceerd tot het vinden van de gewenste antwoorden op de gestelde opdrachten, zonder dat ze weten waartoe die opdrachten en antwoorden moeten dienen. Eigenlijk precies zoals de leerlingen in het hierboven vermelde citaat van Gunstone. Ook al wordt dan nog steeds niet *mathematics as a ready-made system* onderwezen, het idee van *mathematical as a human activity* krijgt dan toch wel een zeer magere invulling.

Ik neig derhalve naar de conclusie dat het begrip *guided reinvention*, in ieder geval in zijn concrete uitwerking, geleidelijk een andere inhoud krijgt naarmate de complexiteit van de te leren wiskunde toeneemt. Ofwel, voor het leren rekenen op de basisschool ligt dit anders dan voor het leren van wiskunde in de bovenbouw vwo. Toch kom ik deze nuancering en specificering niet tegen in de gangbare theorie van het realistisch wiskundeonderwijs. Ik meen dan ook te kunnen concluderen dat in ieder geval op het niveau van het secundair onderwijs er geen relevant didactisch verschil is aan te geven ten aanzien van *guided reinvention*, tussen bijvoorbeeld het vak wiskunde en natuurkunde. Een conclusie waar Freudenthal zelf het bij nader inzien, denk ik, wel mee eens had kunnen zijn, gezien zijn eerste uitwerking van een didactische fenomenologie voor de mechanica (Freudenthal, 1990). Dit gebrek aan relevant verschil wordt nog onderstreept doordat zowel het realistisch wiskundeonderwijs, als onze probleemstellende benadering, in ieder geval in theorie, zeggen uit te gaan van een constructivistisch bottom up perspectief. Waarin zit dan wel een mogelijk didactisch verschil?

---

## 4 Een probleemstellende structuur en realistisch wiskundeonderwijs

Laat ik om dit verschil te verhelderen eerst teruggaan naar het werk van Bakker (2004). Hij heeft een lessenserie ontworpen over statistiek, waarvan de leeractiviteiten (of lessen) en de kernbegrippen daarin als volgt door hem worden samengevat (fig. 1).

Als we nu kijken naar de lijst van activiteiten dan doet zich de vraag voor: wat is hierin, vanuit het standpunt van de leerling gezien, de samenhang? De leerling wordt geconfronteerd met een verzameling op het eerste gezicht onsamenhangende contexten, waarin de samenhang gegeven wordt door de nog te leren begrippen uit de statistiek. Dat laatste moge duidelijk zijn voor de ontwerper

activiteit	begrip
<i>elephant estimation</i> <i>life span of batteries</i> <i>compensation, mean strategy</i> <i>invention of battery brand data</i> <i>estimating mean with median</i> <i>batteries, wing span, balloon</i> <i>growing samples in weight context</i> <i>speed sign (comparing distributions)</i> <i>reflection on distribution aspect</i> <i>jeans (single distribution)</i> <i>jeans sizes</i>	<i>average</i> <i>average, outliers, most, reliable</i> <i>mean accounting for all data values</i> <i>mean (life span) and spread (reliability)</i> <i>mean and median, how are values distributed</i> <i>average, outliers, sampling</i> <i>sampling, center, spread, shape</i> <i>mean, median, majority</i> <i>spread, sampling</i> <i>sampling</i> <i>sampling, distribution</i>

figuur 1

en de docent, voor de leerling kan die conceptuele samenhang hooguit achteraf duidelijk worden, maar niet voorafgaand aan en tijdens het leerproces als inhoudelijke rode draad functioneren. Een oorzaak hiervan is dat er door de ontwerper gekozen is voor een veelheid van kleine, niet met elkaar samenhangende contexten. De samenhang kan dus niet door een omvattende context gegeven worden, maar alleen door de wiskunde waarmee deze losse contexten gemathematiseerd worden. Maar zoals gezegd, dat kan alleen achteraf. Het werk van Bakker is, naar mijn oordeel, in dit opzicht representatief voor veel lesmateriaal dat voor het secundair realistisch wiskundeonderwijs ontworpen is. Het lijkt alsof de ontwerpers er de voorkeur aan geven om leerlingen, op een vaak heel creatieve wijze, te laten ervaren dat wiskunde een veelheid van contexten kan mathematiseren. Naar mijn oordeel houdt dit echter tegelijk in dat daardoor de inhoudelijke gang vanuit het standpunt van de leerling onvermijdelijk een sterk top-down karakter krijgt. Leerlingen kunnen niet anders dan steeds nieuwe opdrachten uitvoeren, zonder te weten waartoe die opdrachten moeten dienen en moeten leiden. Het is dan ook zeer de vraag of dergelijk vormgegeven onderwijs leidt tot wat het pretendeert, namelijk dat:

students should ‘experience’ (mijn nadruk, PL) the learning of mathematics as a process similar to the process by which mathematics was invented. (Gravemeijer, 1994)

Wat geen aandacht krijgt in de lessenserie van Bakker is de inhoudelijke motivering van de gekozen contexten voor leerlingen en van het waarom en de richting waarin deze gemathematiseerd moeten worden. Op zich staat hij daarin niet alleen, want het maakt ook geen deel uit van de RME-theorie. Daarin kom ik wel zaken tegen als:

- *designers should think of how they could have reinvented the mathematics at issue themselves (thought experiment);*
- *historical phenomenology;*
- *didactical phenomenology; use of students’ informal solutions.*

Kortom, alle aandacht ligt op de conceptuele uitlijning, maar niet op de vraag hoe die voor leerlingen inhoudelijk te motiveren valt.

In dit opzicht is het leerzaam om nog weer eens te kijken naar de oorsprong van het RME, naar het werk van het Wiskobasteam, zoals bijvoorbeeld vormgegeven in het thema ‘Gulliver’ (Treffers, 1987). Het lijkt me dat een goed voorbereide docent met dat materiaal met leerlingen op een gemeenschappelijke zoektocht kan gaan, waarbij als vanzelf bij leerlingen steeds weer nieuwe vragen kunnen worden opgeroepen die vragen om een nader onderzoek van de kenmerken van reuzen en lilliputters en van het land waarin ze wonen. Kortom, de inhoudelijke motieven volgen als het ware vanzelf (mits de docent dit stimuleert en structureert) uit het voor die groep leerlingen pakkende onderwerp. Of, met andere woorden, er is sprake van een grote overkoepelende en inhoudelijk motiverende context. De opdrachten binnen deze grote context ontlenen, naar mijn indruk, als vanzelf hun zin en samenhang daaraan, en zelfs zodanig dat daaraan geen aparte aandacht hoefde te worden besteed. In de theorievorming heeft dit probleemstellende aspect wellicht daarom geen aparte aandacht gekregen, maar is het besloten in de noodzaak om thema’s te kiezen die als het ware als vanzelf vragen om mathematisering. Echter, dat laatste is minder eenvoudig dan het lijkt, zeker op het niveau van het voortgezet onderwijs. Mocht deze analyse juist zijn, dan concludeer ik dat er ook ten aanzien van het aspect ‘inhoudelijke motivering’ een sluipende betekenisverandering lijkt te hebben plaatsgevonden in het RME bij de overgang van primair naar secundair onderwijs.

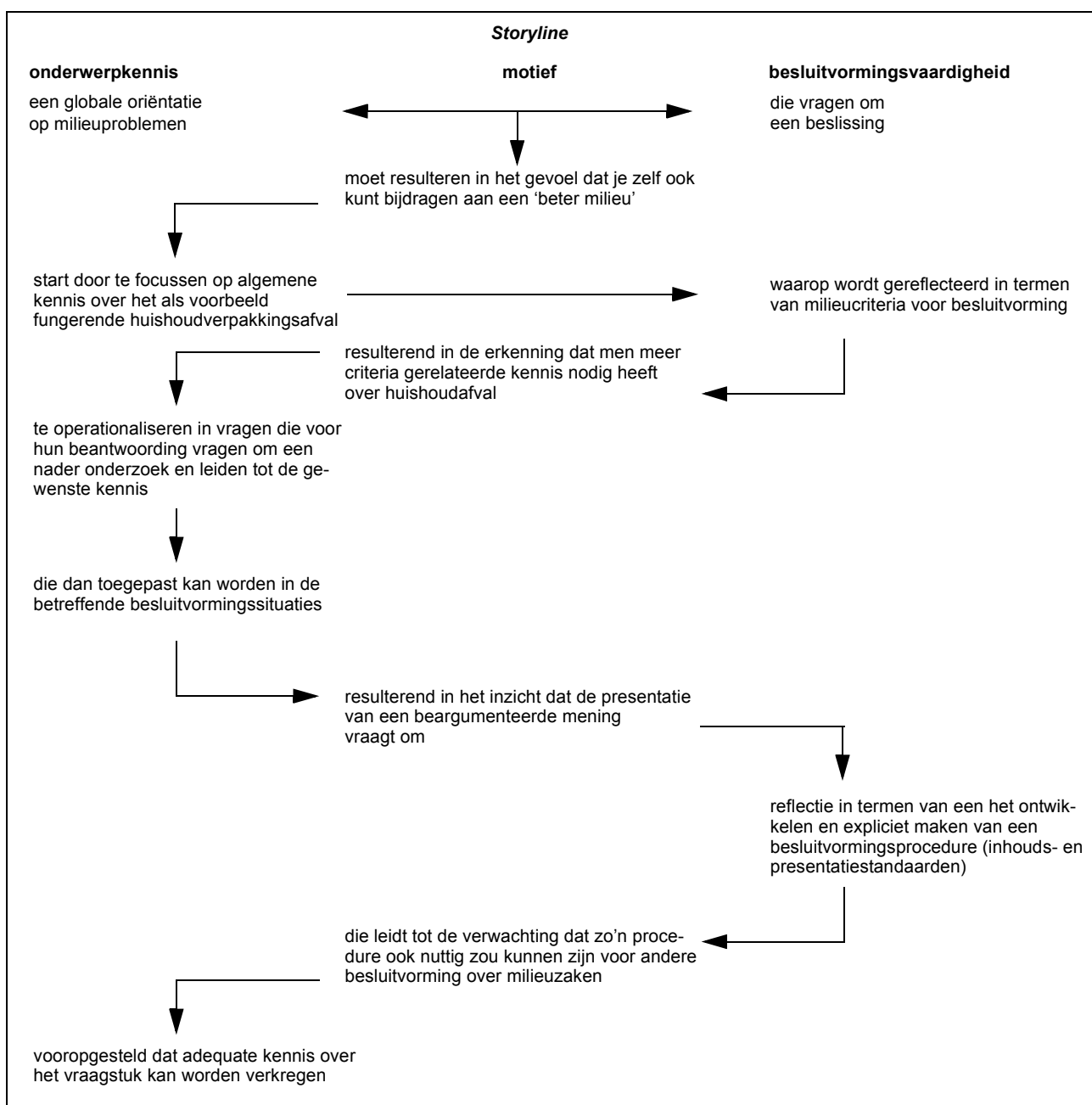
## 5 Een probleemstellende uitwerking

Laten we nu, ter verdere verheldering, eerst eens kijken naar een probleemstellende uitwerking van een lessenserie voor het voortgezet natuurkundeonderwijs. Als voorbeeld nemen we het werk van Kortland (2001), voor 2mavo-leerlingen, over besluitvorming ten aanzien van verpakingsafval. Aan de orde is hier het aanvankelijk onderwijzen van wat ‘algemene’ besluitvormingsvaardigheden worden genoemd, in relatie tot het onderwijzen

van het afvalvraagstuk met betrekking tot milieu, toegespitst op huishoudelijk verpakkingsafval. Zijn probleemstellende aanpak leidde tot bijgaande didactische structuur. We zien daarin de ontwikkeling van twee gekoppelde leerprocessen weergegeven, die elkaar motiveren en aandrijven. Het ene leerproces is gericht op nieuwe natuurwetenschappelijke kennis over huishoudelijk afval, het andere op de inzichtelijke ontwikkeling en explicitering van een metacognitief 'instrument' waarmee men kan nadenken over de vraag of men wel een verstandig besluit heeft genomen (fig.2).

Waar het nu om gaat is dat er een continue inhoudelijke verhaallijn is, waarin het oproepen van en voldoen aan inhoudelijke motieven een centrale rol speelt. Deze lijn

begint met het ontwikkelen van een globaal motief, waarin het leerlingen duidelijk wordt gemaakt waar het in de komende lessenserie over zal gaan. Dit globale motief gaat uit van de bestaande opvattingen en kennis van leerlingen over 'verstandig omgaan met het milieu', en maakt in globale zin duidelijk wat voor soort kennis en vaardigheden daaraan dienen te worden toegevoegd. Vervolgens wordt dit globale motief toegespitst op een concreet probleem en wordt een concrete kennisbehoefte geëxpliciteerd. Om in dat concrete geval aan het globale motief te kunnen voldoen is natuurwetenschappelijke kennis nodig, te operationaliseren in een aantal onderzoeksvragen. Waarmee een lokaal motief is ontstaan om die kennis dan ook te gaan verwerven. Vervolgens ligt



figuur 2: een didactische structuur voor het probleemstellend onderwijzen over het afvalvraagstuk

het voor de hand om die kennis dan ook te gaan gebruiken in situaties waarvoor ze bedoeld was. Hetgeen dus tot een beter te onderbouwen mening over die keuzesituaties moet leiden. Maar bij het naar voren brengen van die meningen komt dan vanzelf de vraag aan de orde in hoeverre je nu kunt zeggen dat de ene mening inderdaad ‘beter’ is dan de andere. Ofwel, er ontstaat opnieuw een lokaal motief, deze keer om te reflecteren op de vraag of en zo ja welke criteria je kunt opstellen voor een ‘goed’ besluitvormingsproces. Een reflectie die in eerste instantie nog gebonden is aan de concrete situatie waarover het ging (omgaan met huishoudelijke verpakkingen), maar waaraan het vermoeden kan worden gekoppeld dat een soortgelijke zorgvuldige procedure ook bruikbaar zou kunnen zijn voor andere milieuvraagstukken, mits daarover dan ook de nodige kennis kan worden verkregen. Waarmee het globaal motief zijn invulling heeft gekregen op moduleniveau, met een aanzet tot transfer in daarop voortbouwende curriculumonderdelen.

De geschetste *storyline* geeft aan hoe het onderwijsleerproces idealiter inhoudelijk voor leerlingen coherent kan verlopen op grond van zowel globale als lokale motieven, die ontstaan vanuit tezamen met leerlingen te formuleren vragen en problemen. Deze vragen gaan dus niet over de kennis zelf die leerlingen nog niet bezitten, want dat is inderdaad niet mogelijk, maar over wat nodig is om in de context, die voor leerlingen voldoende bekend is, adequaat te kunnen handelen, terwijl ze ook een voldoende intuïtief idee hebben over een besluitvormingsprocedure. Het formuleren van de motieven komt in feite neer op het problematiseren van deze intuïties en daaraan verbonden voorkennis.

Natuurlijk is dat alles niet zonder problemen. Zo’n probleemstellend onderwijsleerproces vraagt veel van docenten, vooral omdat zij dat niet gewend zijn. De docent heeft in feite twee inhoudsgerelateerde didactische rollen te vervullen. In de eerste plaats is er de ‘normale’ aandacht voor kennis- en vaardigheidontwikkeling. Minder normaal is echter dat deze ontwikkeling nu *bottom-up* moet plaatsvinden, wat in ons geval inhoudt dat leerlingen in ruime mate de gelegenheid moeten krijgen om hun ideeën en vragen naar voren te brengen, en deze te onderzoeken en te bediscussiëren, zij het binnen de bedoelde richting en gericht op het gestelde doel. Didactisch gezien is daarom een van de moeilijkste hoofdtaken leerlingen al vanaf het begin op het gewenste spoor te zetten. Maar dit soort problemen is min of meer algemeen in constructivistisch onderwijs. Het heeft te maken met het geven van meer constructieruimte aan leerlingen, en dus meer verantwoordelijkheid voor hun conceptuele leerproces, waardoor de rol van de leraar verschuift naar meer begeleiden en procedurele controle. Echter, in ons werk krijgt die procedurele controle een extra dimensie, omdat de docent er ook voor dient te

zorgen dat de leerlingen hun leerervaringen blijven verbinden met de te ontwikkelen locale en globale motieven. Zij moeten er voor zorgen dat de leerlingen het onderwijsleerproces blijven ervaren als doelgericht en coherent, door een *sense of purpose and direction* te ontwikkelen en vast te houden. De docent dient daarvoor het onderwijsleerproces ook te begeleiden en te monitoren op wat ik als meta-didactisch niveau zie.

Het is in de praktijk gebleken dat dit het best kan gebeuren bij het afronden van voorgaande en het introduceren van nieuwe onderwijsactiviteiten. De docent dient dan als het ware steeds de voortgang van het leerproces aan de orde te stellen. ‘Hoever zijn we al gekomen in het beantwoorden van onze hoofdvragen? Wat weten we al wel en wat moeten we nog uitzoeken? Welke nieuwe vragen zijn er bijgekomen? En welke gaan we nu aanpakken?’ Het blijkt dat het heel ongewoon is om op deze manier het leerproces te begeleiden. Het is daardoor ook heel moeilijk. Ik noem het een meta-didactische activiteit omdat het in feite neerkomt op het reflecteren op de opbrengst van de gewone inhoudelijke didactiek, en daarmee op het zonnodig bijstellen of repareren van minder geslaagde didactische activiteiten. Alhoewel reflectie op de conceptuele leeropbrengst minder ongebruikelijk is voor docenten, is het juist de te leggen verbandingen met de ontwikkelde en te ontwikkelen motieven die het voor hen ongebruikelijk en moeilijk maakt. In ons onderzoek bleek juist de mate waarin docenten bereid en in staat waren om deze verbandingen te leggen van doorslaggevend belang te zijn voor de door leerlingen ervaren coherentie en doelgerichtheid en daarmee voor de kwaliteit van het probleemstellende karakter van het onderwijsleerproces.

---

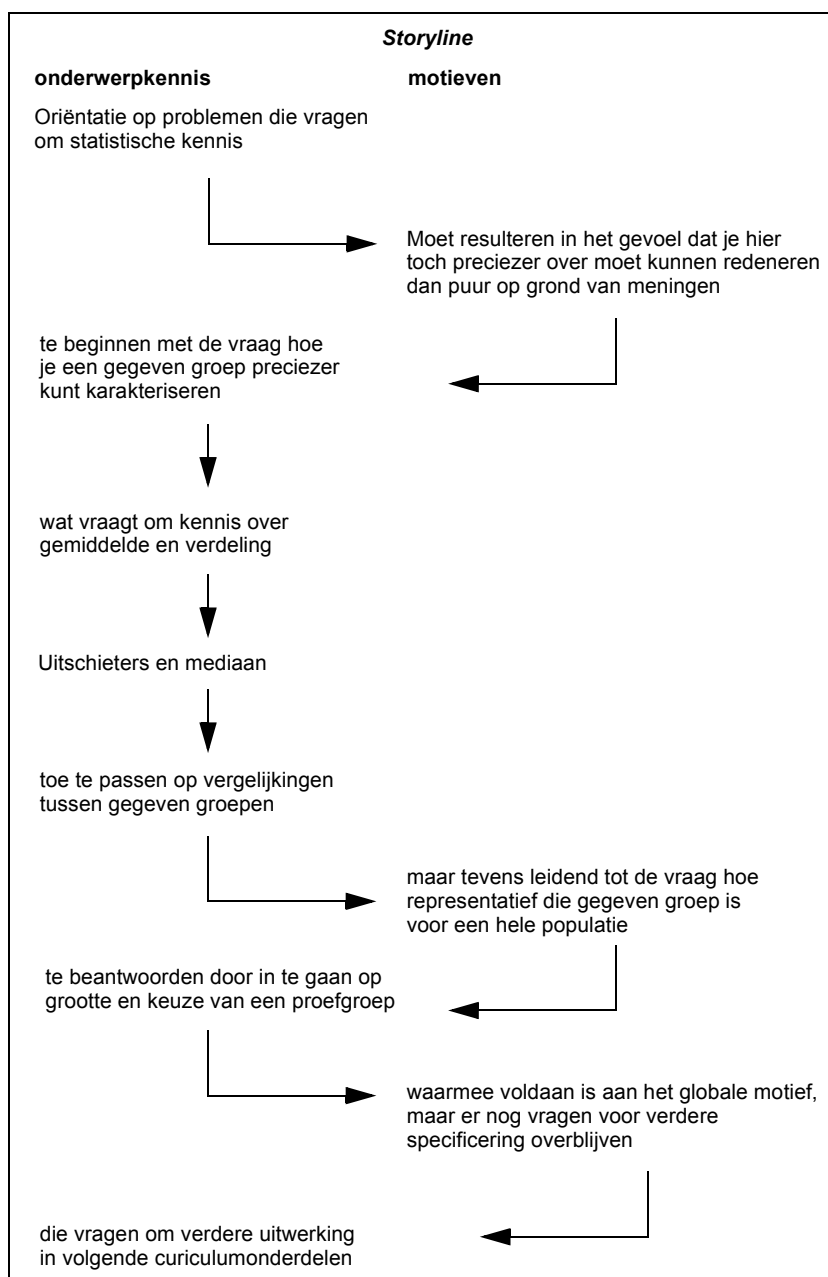
## 6 Ook mogelijk voor wiskundeonderwijs?

Natuurlijk valt er nog veel meer te zeggen over onze ervaringen met deze probleemstellende benadering, maar ik wil me nu richten op de vraag of dit ook voor het wiskundeonderwijs mogelijk is. Eigenlijk is een bevestigend antwoord op deze vraag voor mij vanzelfsprekend, omdat ik in het voorgaande nergens gebruik heb gemaakt van iets specifiek natuurkundigs. Inmiddels is er ook ervaring mee opgedaan binnen het scheikunde- en biologieonderwijs. Maar de overtuigingskracht hiervan is nu eenmaal afwezig voor diegenen, die nog steeds mochten denken dat wiskunde echt ‘anders’ zou zijn?

Laten we terugkeren naar de lessenserie van Bakker. Zoals gezegd, bestaan deze lessen uit een serie opdrachten over niet samenhangende contexten. Hoe zou deze samenhang wel mogelijk zijn geweest en ook voor leerlingen functioneel hebben kunnen zijn? Bijvoorbeeld

doordat er eerst een centraal probleem gesteld zou zijn, dat ter oplossing vraagt om de te ontwikkelen statistiekbegrippen. Dit centrale probleem kan gekoppeld zijn aan een overkoepelende context, zoals in het werk van Kortland. Laten we bijvoorbeeld als overkoepelende context het vergelijkend consumentenonderzoek nemen en dit concretiseren, in aansluiting bij het werk van Bakker, door te vragen hoe we de kwaliteit van verschillende merken batterijen zinvol met elkaar kunnen vergelijken. Maar de problematiek kan ook algemener geformuleerd worden. Bijvoorbeeld door het oproepen van vragen die gaan over het vergelijken van groepen en waarover leerlingen in het algemeen best een mening zullen hebben (Zijn meisjes intelligenter dan jongens? Zijn de leerlingen in deze klas groter dan in een parallelklas? Is dit

merk batterijen beter dan dat?). Maar zijn deze meningen ook op de een of andere manier empirisch te onderbouwen? In beide gevallen maakt het centraal gestelde probleem het mogelijk om, op grond van aanwezige intuïties, een globaal motief te ontwikkelen, dat verdere samenhang en richting geeft aan de uit te voeren activiteiten. In het geval van de batterijvergelijking, om het eenvoudig te houden, concretiseren we dit in de vraag naar hun levensduur. Je kunt natuurlijk niet alle batterijen onderzoeken, maar zult dat moeten beperken tot een bepaald aantal, een proefgroep. Dat roept dan een aantal vragen op: hoe kies je dat aantal en de exemplaren in je proefgroep? En gegeven dat je eenmaal een proefgroep hebt, hoe kun je dan iets zeggen over de vraag of de ene soort echt beter is dan de andere? Dus, hoe karakteriseer



figuur 3: een didactische structuur voor aanvankelijk probleemstellend statistiekonderwijs

je een gegeven groep? Naar mijn idee zijn alle activiteiten van Bakker onder deze twee vragen te rangschikken.

Als we bijvoorbeeld eerst met de tweede vraag beginnen, en we twee gegeven groepen willen vergelijken, dan ligt het voor de hand om te kijken naar het gemiddelde. Wat is dat en wat zegt dat? In ieder geval niet alles, want gelijke gemiddelden kunnen samengaan met heel verschillende verdelingen. Dus die moeten we er ook bij betrekken. Bovendien zijn gemiddelden heel gevoelig voor uitschieters, en kun je je een andere maat voorstellen, waarvoor dit minder geldt, de mediaan. Maar deze antwoorden hangen ook samen met de grootte van de proefgroep. Dus, wat is een verantwoord sample. In het geval van de overkoepelende context komen deze vragen eerst contextgebonden aan de orde, wat kan worden afgerond met een decontextualisatie en veralgemenisering van de geleerde begrippen.

In het andere geval staat deze veralgemenisering van begin af aan centraal. De geschetste storyline en de daarin richting gevende hoofdvragen lijken me zodanig aan te sluiten bij bij leerlingen levende intuïties dat ze goed oproepbaar zijn en om te vormen tot een globaal motief, waarvan de specificering en uitwerking in deelvragen gaat functioneren als lokale richting gevende motieven.<sup>4</sup> Ik kom dan tot de volgende didactische structuur, die in dit geval slechts uit twee kolommen hoeft te bestaan (fig.3).

Naar mijn mening zou de geschetste probleemstellende aanpak van het door Bakker ontworpen statistiekonderwijs inderdaad een didactische kwaliteitsverhoging met zich mee brengen, alhoewel natuurlijk alleen empirisch onderzoek hierover uitsluitsel kan geven.

## 7 Afronding

Laat ik ter afronding terugkomen op mijn globaal motief voor dit artikel en nagaan of de daar geformuleerde bezwaren inmiddels ook kunnen worden gepareerd.

Ik meen voldoende beargumenteerd te hebben dat een probleemstellende aanpak wel degelijk een essentieel aspect toevoegt aan het principe van *guided reinvention*. Net zoals 'invention' in het algemeen het oplossen van een probleem als doel heeft en daarmee een globale richting, dient ook *reinvention* een doel en richting te hebben die ook voor leerlingen als zodanig kunnen functioneren. Leerlingen worden daardoor niet alleen uitvoerders van leeractiviteiten, maar tevens deelnemers aan een doelgericht onderwijsleerproces. En pas daardoor kan *guided reinvention* echt *reinvention* worden. In de theorie en praktijk van het RME ontbreekt, naar mijn oordeel, expliciete aandacht voor dit aspect.

Daarnaast heb ik beargumenteerd dat ik, in ieder geval op secundair niveau, geen essentieel verschil in didactische

problematiek zie tussen natuurkunde- en wiskundeonderwijs. Het 'anders' zijn van wiskunde lijkt me dus wel mee te vallen en kan in ieder geval geen argument zijn te denken dat een probleemstellende aanpak in het wiskundeonderwijs niet mogelijk zou zijn.

Ten slotte het vermeende bezwaar van de onmogelijkheid van inhoudelijke vragen over iets wat ze nog niet weten. In eerste instantie lijkt dit terecht, maar bij nadere beschouwing blijkt het niet ter zake. Immers, in onze benadering laten we leerlingen niet vragen naar onbekende begrippen. Het gaat erom een probleem te stellen en een globaal motief te ontwikkelen op grond van de bij leerlingen aanwezige kennis en intuïties. Zo kun je, in het besproken voorbeeld, bij leerlingen wel degelijk de vraag laten leven hoe je groepsvergelijkingen en karakterisering van daarvan beter zou kunnen maken. Leerlingen hebben voldoende intuïties, bijvoorbeeld ten aanzien van begrippen als gemiddelde en spreiding, om daarmee niet alleen het probleem te kunnen stellen, maar ook een globaal idee te kunnen ontwikkelen van de richting waarin naar een oplossingsweg gezocht kan worden. En dus snappen ze ook dat ze daarvoor nieuwe kennis zullen gaan leren, alhoewel de precieze inhoud van die kennis hun natuurlijk nog niet bekend kan zijn.

Al doende en reflecterend op verkregen resultaten, kunnen ze echter wel degelijk meedenken over nieuwe vragen, omdat deze mede door de bekende context worden opgeroepen. Ook het derde bezwaar snijdt dus, naar mijn mening, geen hout.

### Noten

- 1 In feite komt het er op neer dat we leerlingen zoveel mogelijk zelf natuurwetenschappelijk bezig willen laten zijn. Dat wil zeggen vanuit een (natuurwetenschappelijke) vraag (samen met de docent) gaan zoeken naar een antwoord en dat antwoord ook interpreteren en accepteren in het licht van die vraag, leidend tot nieuwe vragen, etc. Overigens betekent dit niet dat de leerling nu alles zelf moet ontdekken, er is wel degelijk een belangrijke rol weggelegd voor de inhoudelijke inbreng van de docent (en andere informatiebronnen). Dit gezamenlijk zoekproces komt dan in de plaats van de overdracht van (kant en klare) natuurwetenschappelijke kennis door de docent.
- 2 Als tegenargument zou ik ook nog kunnen geven, dat ikzelf, alhoewel ik me geenszins wil vergelijken met Freudenthal, deze methode van kennisverwerving nooit gehanteerd heb. Sterker, het is me ook nooit opgevallen tijdens gezamenlijke ervaringen dat wiskundestudenten dit wel zouden doen.
- 3 Een argument voor dit anders zijn ligt volgens Freudenthal in de verschillen in de ontstaansgeschiedenis van wiskunde en bijvoorbeeld, natuurkunde. Wiskunde zou ontstaan zijn in een continu proces, uitgaande van *common sense* tot *common sense* van steeds hogere orde. Natuurkunde daarentegen zou gekenmerkt worden door een geschiedenis waarin voortdurend revoluties aan de orde zijn, zodat je niet zou kunnen spreken van een proces dat continu vanuit *common sense* kan worden ontwikkeld.



Hierover lijken de meningen echter verdeeld. Zo schrijft Einstein ook over natuurkunde als *organised common sense*.

- 4 Het zou best kunnen dat in de onderwijspraktijk van het door Bakker beschreven experiment door de docent al een zekere mate van probleemstellende aanpak is vormgegeven. In zijn beschrijving van ontwerp en evaluatie van deze praktijk komt dit echter totaal niet aan de orde, waaruit ik mag concluderen dat het in ieder geval geen onderwerp van expliciete didactische aandacht is geweest.

## Literatuur

- Bakker, A. (2004). *Design Research in statistics education: On symbolizing and computer minitools*. Utrecht: CDβ-Press.
- Doorman, L.M. (2005). *Modelling Motion: from trace graphs to instantaneous change*. Utrecht: CDβ-Press.
- Freudenthal, H. (1990). Mijmeringen over mechanica-onderwijs. *Tijdschrift voor Didactiek der β-wetenschappen*, 8,

222-248.

- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer.
- Gravemeijer, K.P.E. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: CDβ-Press.
- Gunstone, R. (1992). Constructivism and metacognition: theoretical issues and classroom studies. In: R. Duit, F. Goldberg & H. Niedderer (eds.). *Research in Physics Learning: Theoretical Issues and Empirical Studies*. Kiel: IPN, 129-140.
- Kortland, J. (2001). *A Problem Posing Approach to Teaching Decision Making about the Waste Issue*. Utrecht: CDβ-Press.
- Lijnse, P.L. (2003). Op weg naar een didactische structuur van de natuurkunde? *Tijdschrift voor Didactiek der β-wetenschappen*, 19(1/2), 62-92.
- Lijnse, P.L. & C.W.J.M. Klaassen (2004). Didactical structures as an outcome of research on teaching-learning sequences? *International Journal for Science Education*, 26, 537-554.
- Treffers, A. (1987). *Three dimensions. A model of goal and theory description in mathematics instruction*. Dordrecht: Reidel.

---

*This paper argues for the inclusion of a problem posing approach in the didactical operationalisation of the principle of 'guided reinvention' in RME. Evoking and holding on to global and local content-related motives, so that pupils know all the time as much as possible why they are learning what provides the teaching-learning process with a necessary content-related sense of purpose. This approach has been developed and found to be useful for the teaching of physics, even though its putting into practice appeared to be rather new and difficult for both developers and teachers. Here it is argued that it could also be applied to mathematics teaching and, in particular, that it thus would provide a fruitful and even necessary extension of RME.*