PANAMA-POST

# Gecijferdheid, vier eeuwen ontwikkeling

## - perspectieven voor de opleiding -

*W. Oonk, M. van Zanten & R. Keijzer*
*FIsme, Universiteit Utrecht*

*Het verwerven van gecijferdheid wordt in onderwijskringen vrijwel algemeen aanvaard als belangrijk doel voor het (basis)onderwijs en de lerarenopleiding. Het is echter onduidelijk wat 'gecijferdheid' inhoudt, hoe het gedefinieerd wordt - ook mondiaal - of hoe rekenvaardigheid zich verhoudt tot gecijferdheid. Een andere vraag die zich opdringt is hoe gecijferdheid zich ontwikkelt bij leerlingen en bij (aanstaande) leraren. Tot op heden is er nog weinig zicht op dergelijke processen.*
*In dit artikel proberen de auteurs allereerst inzicht te verschaffen in het ontstaan van het, nog jonge, concept gecijferdheid vanuit de eeuwenoude geschiedenis van het (leren) rekenen. Daarna worden, aan de hand van citaten en voorbeelden, kernelementen beschreven uit de historie van het leren en onderwijzen van gecijferdheid op de opleiding. Een daarop aansluitend hedendaags verhaal over de reken- en onderwijsactiviteiten van een tweedejaars pabo-studente, leidt tot de schets van een 'vierslag' met betrekking tot de ontwikkeling van gecijferdheid van pabo-studenten. De vierslag is bedoeld als aanzet tot de ontwikkeling van curriculumelementen van professionele gecijferdheid die geïntegreerd zijn in het totale opleidingsdomein voor rekenen-wiskunde & didactiek.*

## 1 Inleiding

Sinds enkele jaren acht men het kinderen laten verwerven van een zekere gecijferdheid een belangrijk doel in het (basis)onderwijs. In het verlengde van dit doel voor de basisschool, wordt er ook in de opleiding gesproken van het verwerven van gecijferdheid. In het eerste deel van dit artikel proberen we te verhelderen hoe deze term ingang vond in het onderwijs en wat hieronder verstaan kan worden voor het primair onderwijs en het opleidingsonderwijs. Het begrip gecijferdheid ontstond, zoveel is helder, omdat de aanduiding rekenvaardigheid tekort deed aan de vaardigheden die ten aanzien van het werken met getallen en getalsmatige informatie van belang werden geacht. Naast de vaardigheid in het rekenen met (kale) getallen werd het langzaam aan ook van belang geacht dat kinderen de getallen in hun omgeving leren herkennen en een houding verwerven om op zoek te gaan naar deze getallen en getalsmatige informatie. In het verlengde hiervan zocht men voor de lerarenopleiding naar een zodanige inbedding van de eigen rekenvaardigheid, dat deze gedienstig zou zijn aan het beroep van leraar basisonderwijs.
Men zou kunnen stellen dat de ontwikkeling van de notie van gecijferdheid zijn oorsprong kent in drie zaken, te weten:

- concretisering van de waarden van het (basis)onderwijs voor het vak rekenen-wiskunde;
- noties rond het leren van rekenen-wiskunde;
- de sociaal-economische context waarin het leren van rekenen-wiskunde plaatsvindt.

De waarden van het reken-wiskundeonderwijs zijn op verschillende manieren uitgewerkt. Aanvankelijk werden deze door Treffers (1978; 1987) geïntroduceerd. Recent zijn deze door het TAL-team uitgewerkt in de algemeen praktische en vormende waarde, de voorbereidende waarde en de intrinsieke waarde (TAL-team, 2007). De algemeen praktische en vormende waarde benoemt hoe rekenen-wiskunde van belang is voor het maatschappelijk functioneren. Bij de voorbereidende waarde gaat het om het verwerven van reken-wiskundige kennis voor het vervolgonderwijs. De intrinsieke waarde verwijst, tot slot, naar de waarde van de wiskunde in zichzelf. Wiskunde leren kinderen ook omdat het verbazing kan oproepen en kan uitdagen. Dit komt bijvoorbeeld naar voren in wiskundige puzzels.
Deze drieslag geeft aanleiding om het denken in termen van rekenvaardigheid te verbreden. Daarom vraagt bijvoorbeeld het maatschappelijk handelen. Daar zijn getallen in de regel niet gegeven en moet bedacht worden wat redelijke aannamen zijn. 'Maatschappelijke situaties' vragen om gemathematiseerd te worden en een houding om dit te willen doen.
Niet alleen de praktische en vormende waarde van de wiskunde lokt uit om het denken te verleggen naar gecijferdheid. Dat doet bijvoorbeeld ook de intrinsieke waarde, waarbij het doorgronden van de wiskunde en het

oplossen van wiskundige puzzels om veel meer vraagt dan het kunnen toepassen van rekenregels.

Vanaf de jaren zeventig van de vorige eeuw veranderde, ook internationaal, het idee over hoe mensen rekenen-wiskunde leren of, meer algemeen, hoe mensen leren. Het is gangbaar geworden om leren te zien als proces van kennisconstructie. Dit is ook in grote lijnen het idee achter realistisch reken-wiskundeonderwijs, dat daarom ook wel wordt aangeduid als reconstructiedidactiek. Het leren van wiskunde - in ieder geval in de basisschool - betekent het (begeleid) heruitvinden van wat anderen lang geleden bedachten (Freudenthal, 1991). In de basisschool moeten leerlingen daarom in situaties gebracht worden die hen optimaal in staat stellen om beoogde uitvindingen te doen. Deze situaties zetten de lerenden op het spoor van exploreren van de wiskunde.
Juist omdat het op eigen wijze exploreren van de wiskunde een doel is, ligt het voor de hand om niet louter te denken in termen van rekenvaardigheid als opbrengst van het onderwijs. Het (leren) exploreren van wiskundig geladen situaties vraagt bijvoorbeeld om het willen beschouwen van een probleem vanuit verschillende perspectieven, het zoeken naar andere, vergelijkbare situaties, enzovoort.

Maatschappelijke situaties zijn essentieel anders dan enkele jaren geleden. Ze vragen om andere wiskunde en het ligt daarom voor de hand dat de gewijzigde maatschappelijke realiteit in de inhoud van het reken-wiskundeonderwijs zichtbaar wordt (Noss, 2004). De huidige maatschappij wordt vaak gekenschetst als informatiemaatschappij, waarbij het kunnen omgaan met een veelheid aan (ook getalsmatige) informatie een belangrijke vaardigheid is om erin te kunnen functioneren. Het rekenen wordt veelal overgelaten aan machines, wat van de gebruiker vooral vraagt om uitkomsten passend te interpreteren (Gravemeijer, 2001). Dit betekent overigens niet dat kinderen geen vaardigheid meer hoeven te verwerven in het precies uitrekenen van rekenopdrachten. Dat is zeker ook de bedoeling, al kunnen er vraagtekens geplaatst worden bij overmatig oefenen van algoritmen (zie bijvoorbeeld Koersen & Uittenbogaard, 2006).
De nieuwe maatschappelijke werkelijkheid vraagt om een rekenvaardigheid ‘plus’, die de laatste jaren steeds nadrukkelijker en in steeds meer fora aangeduid wordt als ‘gecijferdheid’. Met deze term wordt aangegeven dat het van belang is dat mensen zich kunnen redden in situaties waarin getallen naar voren komen (vgl. Treffers, 1990). In dit artikel gaan we na hoe de term ‘gecijferdheid’ is ontstaan en evolueerde tot het begrip dat wordt omarmd als doel voor het basisonderwijs en de lerarenopleiding. Dit betekent dat we op zoek gaan naar verschillende betekenissen achter deze aanduiding, om zo bijvoorbeeld zicht te krijgen op groei van leerlingen en van (met name) studenten in de lerarenopleiding.
De verkenning leidt daarmee tot een nadere doordenking en definiëring van wat gecijferdheid is. Maar omdat we voor onze verkenning gericht moeten zoeken, beginnen we bij een globale beschrijving waar het in onze ogen bij gecijferdheid om gaat:
– samenhangend inzicht in getallen, maatinzicht en ruimtelijk inzicht, een repertoire van parate kennis, belangrijke referentiegetallen en -maten, karakteristieke voorbeelden en toepassingen en routine in rekenen, meten en meetkunde (zoals bijvoorbeeld uitgewerkt in de ‘Kerndoelen 2006’);
– wiskundige attitude;
– vermogen te reflecteren op eigen wiskundig handelen.

Aanleiding voor dit artikel is de maatschappelijke discussie over gecijferdheid van pabo-studenten. We willen deze invalshoek echter niet als enige kiezen. We verbreden die door na te gaan welke sociaal-economische factoren maakten dat de notie van gecijferdheid ontstond. Het kijken naar de opleiding volgt als blikwisseling: wat houdt het denken over gecijferdheid in voor de inrichting van de lerarenopleiding? We leveren overigens geen pasklaar antwoord voor de problematiek. We stippen enkele aspecten van de problematiek aan en proberen richting te geven aan het denken over de plaats en de invulling van het ‘leren en onderwijzen van gecijferdheid’.

We beginnen met een zoektocht naar de oorsprong van het idee ‘gecijferdheid’. We beschouwen daarbij enerzijds de Nederlandse situatie vanuit een lang historisch perspectief. Anderzijds kijken we naar de ontwikkeling van ideeën rond gecijferdheid binnen de Angelsaksische wereld. Na deze analyse richten we onze beschouwing op de opleiding. We gaan daar de recente historie na voor wat betreft de plaats van rekenvaardigheid, wiskundevaardigheid en gecijferdheid in het curriculum. Vanuit deze analyse komen we uiteindelijk tot een vierslag in de ontwikkeling van gecijferdheid bij pabo-studenten en leraren basisonderwijs.

## 2 Van Cijfferinge tot Gecijferdheid

Een terugblik op het rekenen van onze voorouders in Europa leert ons dat het rekenen met Hindoe-Arabische cijfers in het decimale plaatswaardesysteem pas in de twaalfde eeuw in zwang raakt. Daarvoor was het rekenen met penningen op een rekenbord gebruikelijk (Kool, 1999). Onderwijs werd tot in de zestiende eeuw voornamelijk gezien als geheugentraining. Parate kennis werd beschouwd als een soort voedingsbodem voor de daarna te verwerven ‘ware wijsheid’. Gaandeweg neemt de ‘internationale’ handel toe en ontstaat er vooral bij kooplieden behoefte aan geschreven documenten.[1] Juist deze invloedrijke groep roept op tot verbetering van het onder-

wijs. Het rekenen in die tijd was het koopmansrekenen, 'toegepast' rekenen, waarbij rekenregels de vooraf-gaande kennisbasis vormden. Uit de zeventiende eeuw kennen we de beroemde schoolmeester Willem Bartjens, auteur van rekenboeken onder de titel 'De Cijfferinge' (1604). De uitdrukking 'Volgens Bartjens' typeert het rekenen en het rekenonderwijs uit die tijd en de eeuwen daarna. De schoolmeester legde instrumenteel uit, wat wil zeggen dat de rekenprocedures werden verteld en vervolgens ingeoefend door het maken van een indrukwekkende hoeveelheid opgaven. Inzicht geven vond men zonde van de tijd. De leerlingen moesten zo snel en zo goed mogelijk leren rekenen voor het leven van alledag.
Het laatste argument zal niet verbazen; we vinden het tot op de dag van vandaag terug in de doelstellingen van het reken- en wiskundeonderwijs, het meest prominent in het speciaal onderwijs en de volwasseneneducatie, zij het uitgewerkt vanuit een geheel andere optiek.
Opvallend is dat het rekenen 'Volgens Bartjens' - we zeggen nu 'mechanistisch rekenen' - eeuwenlang stand wist te houden, in feite tot in de jaren zeventig van de vorige eeuw.
Er waren wel ontwikkelingen in de leer- en ontwikkelingspsychologie en daarmee in de didactiek - denk aan pedagogen als Comenius, Rousseau, Pestalozzi, Piaget, Montessori en Kohnstamm, maar die leidden nauwelijks tot wezenlijke veranderingen in het denken over het (leren) rekenen. In het 'meetkundeonderwijs' uit die tijd ontstond de 'vormleer', vooral onder invloed van Pestalozzi's ideeën over aanschouwelijkheid (De Moor, 1999).
Als reactie op het nieuwe denken in de psychologie waren er wel aanzetten tot vernieuwing van het rekenonderwijs, die vooral zichtbaar werden in de publicaties van Van Gelder (1964, 1967). Deze schreef over onderwerpen als: 'Het doordenken van het kwantitatieve aspect van de werkelijkheid' of 'De analyse van het denkniveau', zoals bijvoorbeeld naar voren komt in uitspraken als:

> Het verwerven van inzicht in de getallen en de getalrelaties door het kind is één van de belangrijkste opgaven van de rekendidactiek. (Van Gelder, 1967, pag.17)

Van Gelder brengt aldus concepten naar voren die in het latere realistische reken-wiskundeonderwijs een plek kregen.

We maken een sprong in de tijd om de periode van mechanistisch rekenen en rekenonderwijs te overbruggen. Met de oprichting van het Instituut Ontwikkeling WiskundeOnderwijs (IOWO) in 1971, in het bijzonder de afdeling Wiskobas, kreeg het inzichtelijke, betekenisvolle rekenen gaandeweg meer invloed. Nieuwe opvattingen over het leren van kinderen, het leren onderwijzen van rekenen-wiskunde en de ontwikkeling van reken- en wiskundeonderwijs plaatsten traditionele opvattingen over rekenen en wiskunde in een ander daglicht. Op diverse plaatsen, in artikelen, boeken en tijdens presentaties op conferenties, zijn - achteraf beschouwd - aspecten en noties van gecijferdheid herkenbaar. Zo schrijft Freudenthal (1967) in 'Wiskunde in wetenschap en dagelijks leven' over de toegepaste rol die wiskunde al in de zesde eeuw voor Christus speelde. Rekenen, meten en meetkunde werden altijd al gebruikt voor de handel, de belastingen, de landmeterij en de kalender. Anderzijds schetst hij een pioniersrol van de zuivere wiskunde die, zowel naar inhoud als vorm, de ontwikkelingen steeds ver vooruit is. In de loop van de jaren raakt Freudenthal steeds meer overtuigd van de rol van wiskundeonderwijs als 'dienstbaar vakgebied'[2] en de noodzaak om kinderen te leren wiskunde te herkennen en te kunnen gebruiken in alle mogelijke situaties.
Van der Blij is waarschijnlijk de eerste in Nederland geweest die het woord 'gecijferdheid' gebruikte. Op de Wiskobas-conferentie in 1974 presenteerde hij een aantal grote getallen en vroeg de conferentiegangers of zij zich daar contexten bij voor konden stellen (gironummer, telefoonnummer, lotnummer, enzovoort). Het vereist, zo betoogde hij, een zekere gecijferdheid om dat te kunnen.
Jaren later geeft hij zijn interpretatie van gecijferdheid prijs in een interview met Jansen (1995):

> Ik denk dat je gecijferd bent als je mensen die je willen bedriegen kunt ontmaskeren.

Als illustratie van zijn 'definitie' van gecijferdheid geeft hij een aantal voorbeelden uit het dagelijks leven: advertenties, krantenberichten, winkelen, situaties die mensen kunnen bedotten als zij de misleidingen niet in de gaten hebben.
In 1988 heeft de Engelsman John A. Paulos dan inmiddels met zijn boek 'Innumeracy, mathematical illiteracy and its consequences' het denken over de aard en de rol van rekenen-wiskunde in het dagelijks leven een nieuwe impuls gegeven. Paulos beschouwt ongecijferdheid als het niet gemakkelijk kunnen omgaan met fundamentele begrippen uit de wereld van de getallen en de kansrekening. Volgens hem vormt ongecijferdheid een probleem voor een veel te groot aantal mensen bij wie het verder niet aan gezond verstand ontbreekt. Het onderwijs moet de ongecijferdheid te lijf gaan. In zijn voorbeelden legt hij een sterk accent op de waarschijnlijkheidsrekening. Beroemd is het voorbeeld van mensen die uit het weerbericht 'zaterdag 50 procent kans op regen en zondag 50 procent kans op regen' de conclusie trekken dat er in het weekend 100 procent kans op regen is.
Een ander voorbeeld is de loterij. Miljoenen mensen doen mee aan loterijen als de staats- of postcodeloterij. Paulos laat zien dat dit vragen om verliezen is. Deelnemers aan dergelijke loterijen zouden zich moeten realiseren dat de winstverwachting altijd negatief is, wat inhoudt dat je, wanneer je loten koopt, gemiddeld genomen geld verliest. Paulos bedacht de aanduiding ongecijferd voor deze mensen. Zij zijn in zijn ogen wiskundig ongeletterd.

In Nederland vult Treffers in 1989 het begrip ongecijferdheid verder in. Hij verbindt dit begrip aan het wiskunde leren in de basisschool. Iemand is ongecijferd wanneer hij geen raad weet met getallen of in situaties waaruit getallen naar voren (kunnen) komen. Treffers legt de nadruk op het ontrafelen van situaties met gebruikmaking van hoofdrekenen en schatten. In de jaren daarna verschijnen in de Nederlandse vakliteratuur diverse publicaties over gecijferdheid of aanverwante zaken.

Tot dusverre springen in de ontwikkelingsgeschiedenis van het nog jonge begrip gecijferdheid een paar zaken in het oog. Gecijferdheid wordt in verband gebracht met het herkennen van wiskunde (vooral van wiskundige structuren) in allerlei situaties en met het kritisch kunnen volgen of oplossen van die situaties met wiskundige middelen (Bokhove, 1995; De Lange, 2005a, 2005b; Hoogland, 2005; Hoogland & Meeder, 2007). Dit houdt automatisch in dat iemand die gecijferd is, geacht wordt handig te kunnen opereren met getallen en getalrelaties.
In de Engelstalige literatuur vinden we behalve de hiervoor genoemde kenmerken ook nog andere karakteristieken. Gecjferdheid wordt er geduid met de begrippen *number sense* (getalgevoeligheid), *numeracy* (wiskundige geletterdheid, gecijferdheid) of *mathematical literacy* (wiskundige geletterdheid). We gaan nader op deze begrippen in.[3]
Het begrip *number sense* is populair geworden aan het eind van de jaren tachtig. Volgens sommigen[4] geeft Howdon een van de meest concrete definities door *number sense* te beschouwen:

> As a good intuition about numbers and their relationships. It develops gradually as a result of exploring numbers, visualizing them in a variety of contexts, and relating them in ways that are not limited by traditional algorithms. (Howdon 1989, pag.11)

In de NCTM-Standards (2000) wordt het woord *number sense* vrijelijk gebruikt door de hele publicatie heen, zoals op pagina 80, waar het gaat over wiskundeonderwijs tot en met grade 2 (Nederlandse groep 4):

> Number sense develops as students understand the size of numbers, develop multiple ways of thinking about and representing numbers, use numbers as referents, and develop accurate perceptions about the effects of operations on numbers.

Het is interessant om te zien hoe Van de Walle (2004) ideeën van Howdon en die uit de NCTM-standards uitwerkt in zijn handleiding voor de lerarenopleiding. De onderwerpen die in de index onder het kopje *number sense* staan, geven een impressie (*approximate numbers*, *decimal*, *early number sense*, *fraction*, *place-value development, real world ideas, rounding*). Het is een voorbeeld van hoe het begrip gecijferdheid eind vorige eeuw in de Verenigde Staten snel in de mode raakte. Dat verschilt nogal met de Nederlandse situatie waar modieus gebruik van het begrip is uitgebleven en gepoogd wordt er greep op te krijgen, ook ten behoeve van de lerarenopleiding basisonderwijs.
Net als *number sense* komt ook het begrip *numeracy* eind jaren tachtig in zwang en blijkt nauwelijks in betekenis te verschillen van *number sense*, zij het dat het vooral te vinden is in Engelstalige literatuur uit het Verenigd Koninkrijk en Australië. *Numeracy* is bovendien in die landen vaak gelieerd aan onderwijsprogramma's.

In 'Adult Numeracy Development' (Gal, 2000, pag.12) wordt (*adult*) *numeracy* gedefinieerd als een amalgaam van vaardigheden, kennis, opvattingen, attitudes, *habits of mind*, communicatief vermogen en vaardigheden in het probleemoplossen, die individuen nodig hebben om autonoom deel te nemen aan en adequaat te handelen in gecijferdheidssituaties, waarbij het gaat om kwantitatieve of kwantificeerbare informatie, visuele of tekstuele informatie die gebaseerd is op wiskundige ideeën of wiskundige elementen bevat.
De Brit Evans definieert in 'Adults Mathematical Thinking and Emotion' (2000, pag.236), *numeracy* als het vermogen om getalsmatige, kwantitatieve, ruimtelijke, statistische en zelfs wiskundige informatie te verwerken, te interpreteren en ermee te communiceren op manieren die passend zijn in een grote verscheidenheid aan contexten. Dat vermogen moet het voor een specifiek lid van een gemeenschap of subcultuur mogelijk maken effectief te participeren in activiteiten die hij of zij belangrijk vindt. *Mathematical literacy* wordt in PISA gedefinieerd als:

> The capacity to identify, to understand and to engage in mathematics and make well-founded judgements about the role that mathematics plays, as needed for an individual's current and future private life, occupational life, social life with peers and relatives, and life as a constructive, concerned, and reflective citizen. (OECD, 1999)

Nog meer dan bij PISA relateert men op het Zuid-Afrikaanse ministerie van onderwijs (2003) het begrip *mathematical literacy* aan probleemoplossen in het dagelijks leven:

> Mathematical literacy provides learners with an awareness and understanding of the role that mathematics play in the modern world. Mathematical literacy is a subject driven by life-related applications of mathematics. It enables learners to develop the ability and confidence to think numerically and spatially in order to interpret and critically analyse everyday situations and to solve problems.

Als we de hiervoor beschreven impressie uit Engelstalige literatuur over 'gecijferdheid' overzien, valt op hoe de diverse definities van gecijferdheid de verschillen in opvatting weerspiegelen over de rol van sociaal-culturele invloeden op het leren van wiskunde. De begrippen *number sense* en *numeracy* verwijzen - prominenter dan het begrip *mathematical literacy* - naar wiskundige vaar-

digheden. Bij *mathematical literacy* ligt het accent meer op het situatiegebonden karakter, in het bijzonder op de vervlechting met de sociaal-culturele context. Relevant is in dit verband ook de discussie tussen Baker et al. (2003) en Barwell (2004) over de reikwijdte van *number sense* en de rol van de sociale context daarbinnen. Baker et al. werken aan een project dat zich richt op onderpresterende rekenaars en stellen zich de vraag welke mechanismen aan de basis van dit onderpresteren staat. Na een analyse van een gevalstudie komen zij tot de conclusie dat het noodzakelijk is de sociale context van de leerlingen in acht te nemen in het leren van wiskunde. Ze stellen bovendien voor dit te verdisconteren in situaties waarin gecijferdheid naar voren komt. Ze trekken daarin de parallel met geletterdheid. Gecijferdheid is niet louter het rekenen met getallen, maar omvat de culturele context die betekenis geeft aan de gebeurtenis.
Barwell geeft aan dat de sociale component van gecijferdheid hem aanspreekt, maar hij ziet ook een probleem. Gecijferdheid hoeft dan weinig meer te maken te hebben met wiskunde en mathematiseren. Want, zo stelt Barwell, wiskunde en mathematiseren omvat op z'n minst het abstraheren en formaliseren en dat is niet (vanzelf) ingebed in gecijferdheid. Barwell schetst daarom twee alternatieven voor het werken aan gecijferdheid. We kunnen dit overlaten aan mensen die zich bezighouden met geletterdheid, omdat 'wiskundige geletterdheid' een uitbreiding is van geletterdheid. De andere optie: we kunnen gecijferdheid of wiskundige geletterdheid kiezen als aangrijpingspunt om tot wiskunde te komen, omdat in de 'redzame situaties' zeker wat te mathematiseren valt.

Het begrip 'redzame situatie' is overigens cultuurgebonden en verandert bovendien in de loop van de historie. Hoe bijzonder de rol van de redzaamheid kan zijn in de (informele) ontwikkeling van mensen, leren ons de verhalen van de Braziliaanse straatkinderen (D'Ambrosio, 1985;[5] Nunes, et al.,1993; Gravemeijer & Van Eerde, 2004), die zonder enige schoolse voorkennis tot prachtige oplossingen voor hun rekenproblemen in staat bleken te zijn. D'Ambrosio is een van de grondvesters van de *ethnomathematics*, actief in de Verenigde Staten en Zuid-Amerika. Zijn bijdrage heeft een sleutelrol gespeeld in de legitimering van quasi-mathematische kennis en de sociaal-culturele impact voor het wiskunde leren. Van de auteurs Ter Heege (1995), Van Groenestijn (2002) en Sormani (2007)[6] kennen we voorbeelden daarvan uit de Nederlandse context, in het bijzonder vanuit de optiek van de volwasseneneducatie. Gecijferdheid in de volwasseneneducatie is vooral gericht op sociale redzaamheid, met accent op het rekenen met geld en maten. De sociaal-culturele context neemt bijzondere vormen aan als we spreken over gecijferdheid in beroepssituaties, we kunnen dan spreken over professionele gecijferdheid. Haast ieder beroep kent zijn eigen taalkundige geletterdheid en wiskundige gecijferdheid. Voor de 'redzaamheid' in een bepaald beroep zijn meestal specifieke inzichten en vaardigheden vereist. Ter Heege voert in een artikel over 'Gecijferdheid in het dagelijks leven' (1995) een drietal professionals ten tonele, die ieder op hun eigen wijze met 'functioneel rekenen' bezig zijn. De opperman rekent handig met verhoudingen bij het aanmaken van specie uit zand, cement, kalk en water. De timmerman moet werken met maten en gemiddelden om te berekenen hoever de panlatten uit elkaar moeten liggen. De bankwerker moet de geheimen van de schuifmaat kennen voor het in tienden van millimeters nauwkeurig meten van bijvoorbeeld diameters van metalen draden. Zij moeten alle drie voldoende rekenvaardig zijn, in termen van op adequate wijze met getallen, getalrelaties en getalsmatige gegevens om kunnen gaan. Wie de activiteiten van de verschillende beroepsbeoefenaars op zijn meritus beschouwt, komt tot de conclusie dat gecijferdheid, in het bijzonder professionele gecijferdheid, veel meer omvat dan rekenvaardigheid. Een gecijferd persoon 'durft' vrijelijk aan de slag te gaan, op zoek naar wiskundige structuren, getallen- of getalrelaties, met de bedoeling daaraan in die specifieke situatie een passende betekenis te geven. Het gaat bij gecijferdheid dus nadrukkelijk ook om houdingsaspecten.

Het voorgaande geeft ons zicht op belangrijke karakteristieken van gecijferdheid. De rol die (professionele) gecijferdheid tot op heden speelt en zou kunnen spelen op de pabo zullen we hierna verder uitdiepen.

## 3 Gecijferdheid in de lerarenopleiding basisonderwijs

Lange tijd was er geen noodzaak om gecijferdheid als specifieke kwaliteit van de leraar te benoemen en was er derhalve in de toenmalige kweekscholen ook geen sprake van. Immers, lange tijd had de rekenvaardigheid die men in de maatschappij nodig had, het karakter van het eerder genoemde koopmansrekenen. Tot halverwege de vorige eeuw betrof de inhoud van het vak op de opleidingen rekenkunde en wiskunde:

*Rekenkunde*
a Bekendheid met de hoofdzaken der rekenkunde, te weten: hoofdbewerkingen met gehele en gebroken getallen; kleinste gemene veelvoud en grootste gemene deler; de meetkunstige evenredigheden; vierkantsworteltrekking.
b Enige bekendheid met de hoofdzaken van het handelsrekenen.

*Wiskunde*:
a Algebra. Enige bekendheid met de hoofdzaken uit de algebra tot en met de vergelijkingen van de tweede graad met één onbekende.
b Meetkunde. Enige bekendheid met de hoofdzaken uit de vlakke meetkunde en uit de meetkunde in de ruimte.
(Goffree, 1979, pag.19)

Zo behandelde het boek ‘Wiskunde voor kweekscholen: Beknopte theorie der rekenkunde met opgaven ten dienste van kweekscholen voor onderwijzers’ (Jansen & Van Brink, 1927), dat tot halverwege de vorige eeuw werd herdrukt, slechts de rekenkunde zelf. De opgenomen voorbeelden van eindexamenopgaven van verschillende kweekscholen geven een indruk van de rekenvaardigheid die gevraagd werd van de onderwijzers in spe (fig.1).

| | |
|---|---|
| √. . . . . 75 = 4825<br>. .<br>. . .<br>. . .<br>. . . .<br>. . . .<br>57875<br>9645 × 5 = 48225<br>9650 | In deze worteltrekking zijn de ontbrekende cijfers door stippen aangegeven.<br>*a.* Beredeneer, hoe ge de ontbrekende „aftrekkers", van beneden naar boven, terugvindt.<br>*b.* Bepaal daarna het getal, waaruit men de wortel trok.<br>*c.* Hoe vindt ge uit de bewerking gemakkelijk $48^2$, $482^2$, $4826^2$?<br>(Rijkskw. Alkmaar, 1935). |

Gegeven: $a : b = c : d$ en $p : q = r : s$.
Te bewijzen:

$$\frac{3a^2 + 5b^2}{\sqrt[5]{pr}} : \frac{3c^2 + 5d^2}{\sqrt[5]{qs}} = \frac{ab}{\sqrt[5]{r^2}} : \frac{cd}{\sqrt[5]{s^2}}.$$

(Rijkskw. Hengelo (O.), 1935).

figuur 1: Jansen & Van Brink, 8e druk, pag.233 en 235

In het kweekschoolbesluit van 1953 werd voor het eerst vastgelegd dat - naast onderwerpen uit de rekenkunde en hoofdrekenen - didactiek van het rekenonderwijs wordt behandeld ‘waarvan kennis voor het lesgeven in de lagere school in het bijzonder nodig is’ (Goffree, 1979, pag.47). Doordat de nadruk kwam te liggen op de didactiek, werd voor het eerst de kwestie van de rekenvaardigheid geproblematiseerd.

| | |
|---|---|
| Deel 0,47712 door 3.<br>*schematiserend*<br>3 ╱ 0,47712 ╲ 0,15904<br>3<br>17<br>15<br>27<br>27<br>012 | *functioneel*<br>(uit het hoofd).<br>477 = 480 — 3.<br>$\frac{477}{3} = 160 - 1 = 159.$<br>Antw. 0,15904. |
| Deel 36,421 door 5.<br>Schematiserend met de bekende staartdeling. | functioneel zo:<br>36,421<br>2<br>72,842<br>Antw. 7,2842 |

figuur 2: Turkstra & Timmer, pag. 44

Immers, om opgaven te kunnen uitleggen, moest de student ze zelf inzichtelijk kunnen maken (Goffree, 2007). Een eerste aanzet om naast rekenkunde tevens een meer inzichtelijke benadering te propageren, vinden we in het werk ‘Rekendidactiek’ (Turkstra & Timmer, 1953).
Zij zetten het zogenoemde ‘functionele rekenen’ expliciet naast het algoritmische ‘vermechaniseerde schematiserende rekenen’. Bij functioneel rekenen wordt gebruik gemaakt van eigenschappen van getallen en bewerkingen (fig.2). Deze term ‘functioneel rekenen’ zal in de jaren negentig van de vorige eeuw expliciet in relatie worden gebracht met het begrip gecijferdheid (Ter Heege, 1995). Uit de argumentatie voor dit functionele rekenen, blijkt dat het de auteurs te doen is om een meer inzichtelijke benadering. Het hierna volgende citaat illustreert dit. Hierin wordt een aanpak, waarbij gebruik wordt gemaakt van de strategie compenseren, afgezet tegen de cijferende oplossingswijze. Dit compenseren vergt, zo stellen de auteurs, inzicht in de eigenschappen van bewerkingen en getallen, hetgeen we tegenwoordig een aspect van gecijferdheid noemen.

> De functionele rekenaar pakt b.v. het vraagstukje: ‘Hoeveel kost 16 m stof à *f* 6,25 per m’, aldus aan: 16 · 6,25 = 8 · 12,50 = 4 · 25 = 100, dus kost het *f* 100,-, terwijl de vermechaniseerde schematiserende rekenaar het getal 16 onder 6,25 schrijft en volgens het bekende decadische normaalsysteem vermenigvuldigt, met kans het inspringen van een cijfer te vergeten of het decimaalteken in de uitkomst verkeerd te plaatsen.
> Het essentiële bij dit individualiserend of wel functioneel rekenen is niet zozeer, dat het sneller gaat dan het formele schematiserende, doch dat bij het eerste waargenomen, gecombineerd en gedacht wordt, dat men zich rekenschap geeft van wat men doet.
> (Turkstra & Timmer, 1953, pag.44)

In de jaren zestig komen we voor het eerst de waarde tegen die rekenen voor het maatschappelijk functioneren heeft, al wordt daarbij niet direct de koppeling gemaakt met inzichtelijk rekenen. Woestenenk wijst er (in 1965!) op dat het dagelijkse leven van de meeste volwassenen weinig rekenactiviteiten vraagt, omdat rekenmachines het cijferwerk in winkels en bedrijven overnemen (1965, pag.89). Goffree e.a. nemen in het enkele jaren later verschenen werk ‘Rekenen en didactiek’ een ander standpunt in. Zij wijzen er op dat het bij rekenonderwijs uiteindelijk gaat om het functioneren in dagelijkse probleemsituaties, zoals betalen en narekenen of het klopt wat je terug ontvangt en het kunnen meten en berekenen als je iets maakt, bijvoorbeeld een konijnenhok (1968, pag.254). Overigens onderscheiden zij het begrip gecijferdheid nog niet apart. Aangegeven wordt dat de onderwijzer (1) zelf moet kunnen rekenen, en (2) het de kinderen moet kunnen leren. Wel stellen zij al nadrukkelijk dat rekenen méér is dan enkel het maken van sommen (pag.9, 14). Van Achter gaat weer een stapje verder. Volgens hem moet de onderwijzer het wezenlijke van de wiskunde zelf begrijpen. Hij stelt dit tegenover de eerdere

didactische aanpak van drillen en inoefenen van handelingen (1972, pag.33 e.v.). Overigens verscheen in ditzelfde jaar ook nog het boek 'Rekenen en moderne wiskunde voor de pedagogische akademie', waarin juist geen enkele aandacht was voor een inzichtelijke benadering of didactiek (Meijer, 1972). Het beeld was in de jaren zestig en begin jaren zeventig dus divers.
Aan het begin van de overgang van een mechanistische naar een realistische didactiek in het methodenbestand en op de opleidingen, werd de aandacht gevestigd op het lage niveau van pabo-studenten, wat werd gekoppeld aan het door de studenten nog veelal genoten mechanistische, onvoldoende inzichtelijk onderwijs (Jacobs, 1986).
Onder andere in verband met het lage niveau van pabostudenten waarop Jacobs wees, gebruikte Treffers de term ongecijferdheid. We refereerden daar al aan in de vorige paragraaf. Hij omschreef ongecijferdheid als 'het onvermogen om op passende wijze met getallen en getalsmatige gegevens om te gaan' (1989, pag.8) en legde in de uitwerking ervan sterke nadruk op (schattend) hoofdrekenen en het maken van inschattingen van getallen in de realiteit:

> Hoe ver is 75 km? Hoeveel km legt een auto ongeveer per uur af? Hoe hard gaat een fiets? Wat is de snelheid van een voetganger? Hoe lang zou een fietser over 48 km rijden? Is het zinnig om al na een half uur te gaan rusten, en na twee uur? Wat is 'even' rusten: een kwartier, een half uur, een paar uur? (Treffers, 1989, pag.19)

Hoewel Treffers zich in eerste instantie richtte op de basisschool, gaf hij tevens de noodzaak aan van versterking van het reken-wiskundeonderwijs op de opleiding. Hij zette het begrip 'gecijferdheid' definitief op de kaart van basis- en opleidingsonderwijs.[7]

Onder meer via de bekende uitgaven van Goffree voor de opleiding van leraar basisonderwijs (1982, 1983, 1985), die in de loop van de jaren tachtig verschenen, kreeg de ontwikkeling in de richting van de realistische reken-wiskundedidactiek ook in de opleidingen voet aan de grond. In deze boeken wordt duidelijk dat een en ander méér vraagt van de (aanstaande) leerkracht basisonderwijs. Goffree spreekt hier weliswaar nog over 'rekenvaardigheid', maar duidelijk is dat dit meer inhoudt dan het eerder gehanteerde begrip 'rekenkunde'. Zo spreekt hij over het gebruik van eigenschappen van hoofdbewerkingen en getallen (1982, pag.212) en de manier van probleemoplossen (1985, pag.232 e.v.).
Bij Goffree treffen we ook voor het eerst attitudeaspecten aan die van belang zijn. Hij spreekt van een wiskundige attitude, die onder meer tot uitdrukking komt door 'zich op basis van eigen ervaringen in de situatie kunnen inleven', 'attent zijn op wetmatigheid' en 'vertrouwen hebben in de eigen aanpak'.[8] Deze elementen zijn herkenbaar in de latere opsomming 'Tien voor gecijferdheid' (zie verderop).
In het eerste boek dat voor pabo-studenten verscheen om de eigen vaardigheid te vergroten - 'Reken vaardig' (Goffree e.a., 1988) - wordt ook nog gesproken over rekenvaardigheid, maar wordt het belang van (het verkrijgen van) zelfvertrouwen in de eigen aanpakken door aanstaande leerkrachten al benadrukt. Een aspect van gecijferdheid dat hiermee een definitieve plaats op de opleidingen kreeg, was het reflectieve aspect; het reflecteren op de (eigen) oplossingsprocessen - waaraan in de latere herdrukken van de Wiskunde & Didactiek-reeks dan ook prominente aandacht werd geschonken (Goffree, 1992, 1993, 1994, 2000).
Na de invoering (1988) en weer intrekking (1990) van de wiskundemaatregel - om tot de pabo te kunnen worden toegelaten moest de aspirant-student wiskunde op de havo met een voldoende hebben afgesloten - verscheen het toetspakket 'Gecijferdheid' (Van den Bergh, Faes & Olofsen, 1992). Hierin werd het begrip gecijferdheid voor het eerst omschreven in het licht van de opleidingen. Daarbij werd een onderscheid gemaakt tussen rekenvaardigheid (ofwel eigen vaardigheid) en gecijferdheid van pabo-studenten. Onder eigen vaardigheid werd verstaan het goed kunnen maken van opgaven voor groep 6, 7 en 8 en iets moeilijker, waarbij 'goed maken' niet alleen inhield dat de student de uitkomst goed had, maar ook dat deze wist hoe hij opgaven oplost en aan een ander duidelijk kon maken. Onder gecijferdheid werd méér verstaan:

> Natuurlijk gaat het ons om getalgevoeligheid, maar dat begrip is ons inziens nog te beperkt. Het gaat ons vooral ook om schattend rekenen, om uitkomsten in bepaalde situaties te kunnen afronden en in andere situaties juist niet, om gegevens te kunnen interpreteren en niet-relevante gegevens te kunnen weglaten, of om bij schattend rekenen gegevens die maar een kleine afwijking opleveren, te kunnen negeren. En nog veel meer. Gecijferdheid heeft een toepassingskarakter en een reflectieve component.
> (Van den Bergh, Faes & Olofsen, 1992)

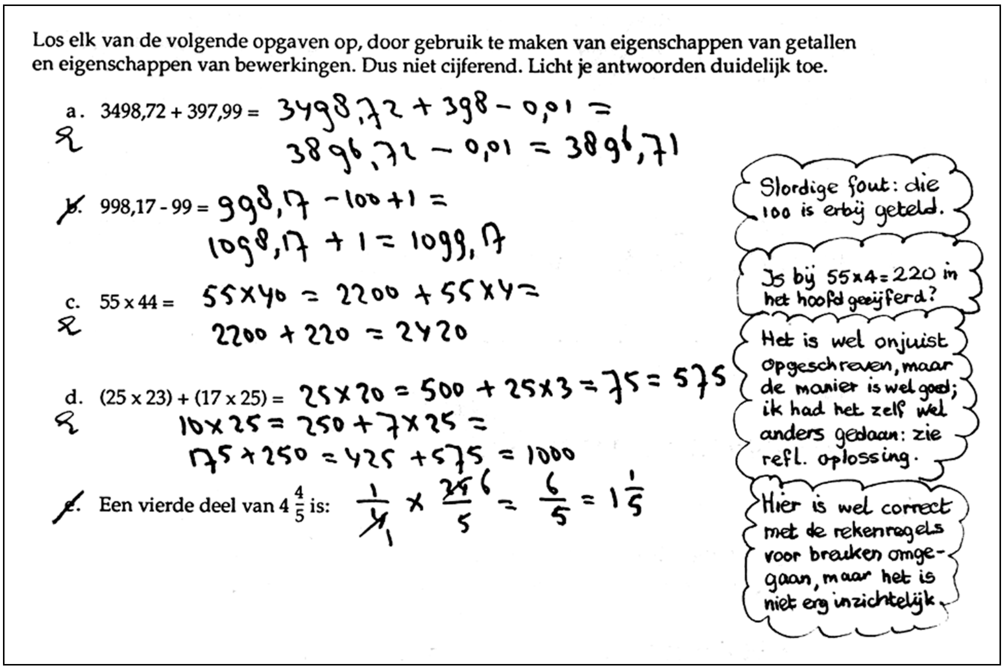
In deze richtinggevende publicatie - zij levert tot op de dag van vandaag bouwstenen voor toetsingen gecijferdheid op de pabo's - is ook weer nadrukkelijk aandacht voor de attitude van studenten. Dit komt naar voren in een tiental vragen onder de noemer 'tien voor gecijferdheid', die bedoeld zijn voor eenieder om een 'persoonlijk antwoord' op te geven:

*Tien voor gecijferdheid*

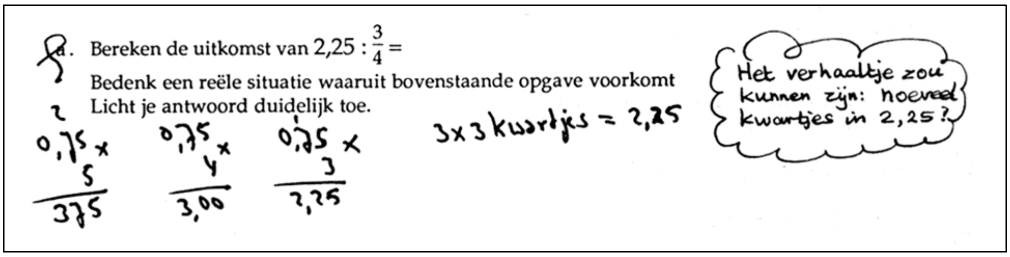
1. Kun je je iets bij getallen voorstellen?
2. Heb je manieren om getallen te onthouden?
3. Heb je persoonlijke getallen?
4. Zie je de interne structuur van getallen?
5. Heb je gevoel voor de externe structuur bij getallen?
6. Heb je gevoel voor de grootte-orde van getallen?
7. Heb je kapstokken voor het maken van schattingen?
8. Kun je benaderingen maken en binnen gegeven grenzen blijven?
9. Kun je je iets voorstellen bij kale rekensommen?

10 Heb je persoonlijke voorkeuren en aanpakken?

(Van den Bergh, Faes & Olofsen, 1992)




figuur 3: ‘Gecijferdheid’, pag.73




figuur 4: ‘Gecijferdheid’, pag.75

De ‘gecijferde’, aldus deze publicatie, kan persoonlijke betekenis geven aan getallen en bewerkingen, ziet en maakt gebruik van interne en externe structuren van getallen, rekent veel uit het hoofd, beschikt over handige modellen, maakt gepast gebruik van hulpmiddelen als de rekenmachine en vertoont een groot zelfvertrouwen bij hoofdrekenen en schattend rekenen.
In deze publicatie werd het begrip gecijferdheid geoperationaliseerd in elf categorieën van toetsopgaven ten behoeve van een propedeutische toets. De categorieën betroffen:

1. Gevarieerd hoofdrekenen en handig rekenen.
2. Getalgevoeligheid; schattend / benaderend rekenen, open problemen met krantenknipsels.
3. Verhoudingen: gebruik verhoudingstabel, samengestelde grootheden, meetkundige en getalsmatige verhoudingsopgaven.
4. Rekenvaria; getalpuzzels en getalgevoeligheid.
5. Meten: oppervlakte, lengte, inhoud; reële metriek-maten omzetten en schaal.
6. Breuken; van breukformules naar reële breuksituaties en omgekeerd, breukbewerkingen.
7. Ordenen en vergelijken van kommagetallen, breuken en procenten.
8. Procenten; rekenen met procenten in allerlei situaties.
9. Cijferen; vier hoofdbewerkingen en vleksommen.
10. Meetkunde; blokjesmeetkunde en meetkunde in realistische situaties.
11. Toepassingen; de krant; toepassingsrekenen; grafische verwerking en interpretatie.

(Van den Bergh, Faes & Olofsen, 1992)

Bij deze categorieën werd ook een indicatie gegeven waaraan een student zou moeten voldoen, door middel van authentiek studentenwerk met correctie en aantekeningen van de reken-wiskundedocent (zie bij wijze van voorbeeld figuur 3 en 4). Overigens werden in datzelfde jaar al vraagtekens gezet bij het wel toetsen van een niveau van gecijferdheid aan het einde van de propedeuse, maar niet aan het einde van de opleiding (Goffree, 1992, pag.49).
In de derde druk van het boek ‘Reken vaardig’ (Goffree, Faes en Oonk, 1994) wordt dan ook nadrukkelijk aandacht besteed aan de overgang van ‘schoolse rekenvaardigheid’ naar ‘volwassen gecijferdheid’. Dit gebeurt door een aantal geselecteerde opgaven - die inhoudelijk gezien aansloten bij de uitgave ‘Gecijferdheid’ - te voorzien van reflectieve oplossingen, zoals in figuur 5. Een tweede voorbeeld is opgenomen in figuur 6.

In de loop van de jaren negentig kwam er steeds meer aandacht voor het idee dat een student in de loop van de opleiding een groei zou moeten doormaken naar een steeds hoger niveau van gecijferdheid.

**Kaas**

**'Anderhalf pond (zeg ik nog steeds) jongbelegen, alstublieft...' Al bij voorbaat meeknikkend 'dat het wel een ietsje meer mag zijn', legt de kaasboer het stuk Hollands Jongbelegen op zijn elektronische weegschaal. We krijgen het volgende te zien:**

| gewicht | prijs/kg | prijs |
|---|---|---|
| 0.815 | 12.95 | 10.55 |

**Daar sta ik dan met het tientje, dat 'moeders' me mee heeft gegeven. Heeft ze me nu echt te weinig meegegeven of is het 'ietsje meer' flink uit de hand gelopen?**

**1½ pond, tegenwoordig zeggen we netjes: 750 gram. De kaasboer geeft: 815 gram, dat is 65 gram meer. (Bijna 10%) Dus dat is wel behoorlijk, maar niet extreem veel 'ietsje meer'. De prijs per kg is echter meer dan een tientje (*f* 12,95). De prijs per 100 gram is dus meer dan een gulden.**

**Die '65 gram meer' kosten me dus minstens 65 cent extra. Dus mama had maar net genoeg geld meegegeven voor het gevraagde gewicht.**
**Beter had moeder kunnen zeggen: 'Voor een tientje Hollands jongbelegen'.**

figuur 5: 'Reken vaardig', derde druk, pag.133

Zo werden in de 'Proeve van een nationaal programma rekenen-wiskunde & didactiek op de pabo' (Goffree & Dolk (red.), 1995)[9] negen bakens geschetst waarlangs de ontwikkeling van een (nog niet) rekenvaardige student tot een gecijferde leerkracht verloopt. In de eerste bakens wordt nadrukkelijk stilgestaan bij de aanvangssituatie van startende pabo-studenten, variërend van studenten met een hoog eigen niveau en veel zelfvertrouwen tot studenten die geen wiskunde in hun pakket hadden, faalangstig zijn of met aversie ten opzichte van het vak rekenen-wiskunde staan. De schoolse, impulsieve en antwoordgerichte aanpak van eerstejaarsstudenten moet worden ontwikkeld tot een beredeneerde en reflectieve aanpak. Het behalen van de propedeusetoets - opvallend genoeg in deze publicatie weer 'rekenvaardigheidstoets' genoemd - vormt voor veel studenten een hoogtepunt dat tevens het achter zich laten van negatieve faalangst met zich meebrengt.

Gecijferdheid na de propedeuse(toets) staat altijd in didactisch perspectief en kan daar niet los van gezien worden. 'De Proeve...' besteedt nadrukkelijk aandacht aan de coaching van studenten op het gebied van gecijferdheid, waarbij zowel aandacht is voor de inhoudelijke aspecten van gecijferdheid als aan de attitude van de stu-

■ **Opgave 2** **Pendelen of lenen?**

BUDGET-BUS

SNELDIENST
v.a.

*f* 305,-
retour
Bestemmingen, Ondara, Benidorm en Alicante. Heen vrijdag, retour zaterdag. Reisduur 27 uur. Enkele reis *f* 250,-. Retour *f* 400,-. Speciaal tarief *f* 305,- (max. 5 weken). Boek bij BUDGET BUS, Rokin 10 A'dam., tel. 020 - 27 51 51.

We gaan deze zomervakantie met z'n vieren naar Benidorm. De advertentie van BUDGET-BUS trok onze aandacht. Opeens zegt er een: 'Is het niet goedkoper als we het Renaultje van mijn zus lenen?' Wat denk jij?

*Tip:* Neem de wegenkaart erbij en zoek uit hoe ver het is van Amsterdam naar Benidorm (in Spanje!). Maak ook een paar afspraken over de te berekenen autokosten. Geef je 'zus' ook nog een 'cadeautje'?

**Uitwerking 2**
Met z'n vieren naar Benidorm?!
Budget-bus: 4×*f* 400,– of 4×*f* 305,– → *f* 1600,– of *f* 1220,–
Renaultje van je zus lenen en daar met z'n vieren in. Wel lekker knus. Wat kost je dat?
Het eerst denk je aan benzinekosten. Zwaar bepakt lijkt me 1 : 12 zeer goedkoop rijden.
Amsterdam-Benidorm: 2000 km, retour 4000 km

| liter | km |
|---|---|
| 1 | 12 |
| 100 | 1200 |
| 200 | 2400 |
| 300 | 3600 |
| 400 | 4800 |

Dus zo'n 350 liter superbenzine à *f* 2,– → *f* 700,–
Andere kosten: tolwegen in Frankrijk en Spanje: *f* 400,–
internationale reis en kredietbrief
extra 'kleine beurt'
groene kaart (verzekering auto)
afschrijving auto
cadeautje voor je zus

Reken je echt alles mee dan is de bus voordeliger. Maar je hebt wel het gemak van een auto in Benidorm zelf.
Een ding is zeker: met een cadeau voor je zus kom je er niet vanaf.

figuur 6: 'Reken vaardig', derde druk, pag.136

dent. Bij de geformuleerde standaards voor rekenen-wiskunde en didactiek heet het onder andere:

1.2 Interactie in de lessen rekenen-wiskunde en didactiek op de opleiding wordt gekenmerkt door: het denkwerk verwoorden, luisteren naar oplossingen en uitleg van anderen, onderhandelen, overtuigen en laten overtuigen.
1.5 De docent is zich ervan bewust dat veel vrouwelijke studenten op het gebied van het rekenen ten onrechte weinig vertrouwen in zichzelf hebben, waardoor zij er vaak niet op getraind zijn hun gezond verstand te gebruiken.
1.6 Bij het reken-wiskundewerk besteedt de docent extra aandacht aan studenten met weinig zelfvertrouwen, een niet-terecht vertrouwen in regels en een groot gevoel van veiligheid bij het klakkeloos nadoen van de docent of de medestudenten.
(Goffree & Dolk (red.), 1995, pag.72)

In de uiteindelijke bekwaamheidseisen voor basisschoolleraren is gecijferdheid als een apart - en eerste! - punt genoemd:

Bekwaamheidseis 1. Het eigen niveau van gecijferdheid.
De beginnende leraar moet een niveau van gecijferdheid hebben bereikt waardoor hij in het eigen dagelijks leven functioneel met de reken-wiskundige kennis en vaardigheden kan omgaan en in zijn onderwijs de actualiteit van de kinderen kan betrekken.

Voorbeeld toetsvraag.
Zie bijgaand krantenbericht over een olievlek op de Noordzee van 50 km$^2$. Er staat bij vermeld dat het hier ging om vijftigduizend liter olie, gelekt uit de verongelukte mammoettanker. Moet dat niet eerder vijftig miljoen liter zijn? Reken eerst zelf en bedenk vervolgens hoe je dit probleem in groep 7 aan de orde zou kunnen stellen.
(Goffree & Dolk (red.), 1995, pag.288)

Het idee van een ontwikkeling op het gebied van gecijferdheid op een steeds hoger niveau krijgt in de loop van de jaren negentig en aan het begin van de 21$^{e}$ eeuw gestalte in het onderscheid van drie niveaus van gecijferdheid: elementaire (of basale), gevorderde en professionele gecijferdheid. Onder elementaire gecijferdheid wordt verstaan het zodanig beheersen van een aantal basisvaardigheden dat je je kunt redden in het dagelijks leven. Te denken valt bijvoorbeeld aan een kassabon controleren, een huishoudboekje bijhouden en een kookboek hanteren. Bij gevorderde gecijferdheid gaat het om onder andere gemakkelijk globaal en benaderend rekenen, *feeling* voor getallen hebben, rekenen met kansen, rekenen met grote (en zeer kleine) getallen, beschikken over referentiematen en -getallen voor het doen van schattingen, ontmaskeren van pseudo-wetenschappelijk gemanipuleer met getalsmatige informatie en statistisch denken met gevoel voor realiteit. Professionele gecijferdheid verschilt per professie. De professionele gecijferdheid van een timmerman is een andere dan die van een leraar basisonderwijs. Voor de leraar gaat het in elk geval om het inzetten van de eigen gecijferdheid ten behoeve van de ontwikkeling van de leerlingen. Hij richt zich dan zowel op de ontwikkeling van de gecijferdheid van de leerlingen als op de attitude, waaronder het plezier hebben in rekenen-wiskunde. Dit plezier hebben wordt overigens ook op de pabo direct gekoppeld aan de eigen gecijferdheid (Goffree, 1995; Blom & Smits, 2001; GROS-werkgroep, 2002; Goffree & Oonk, 2004). De attitudeaspecten die we al eerder tegenkwamen en die te maken hebben met gecijferdheid omvatten echter méér dan plezier en zelfvertrouwen. Het gaat ook om het (kunnen en durven) verantwoorden van de eigen aanpak, om problemen te kwantificeren en getalsmatige gegevens - bijvoorbeeld in het kader van verkiezingen - met elkaar in verband te (willen) brengen en te toetsen aan gepresenteerde conclusies en zichzelf reflectieve vragen te stellen (Keijzer & Uittenbogaard, 1995).
Ondanks de uitgebreide omschrijvingen en verantwoordingen van het begrip gecijferdheid vanaf het begin van de jaren negentig tot heden, worden de begrippen rekenvaardigheid en gecijferdheid op de pabo's nog niet eenduidig gehanteerd. Waar de ene docent rekenen-wiskunde en didactiek het begrip gecijferdheid hanteert, gebruikt een ander voor hetzelfde de term rekenvaardigheid. Bovendien worden verschillende invullingen gegeven aan (elementaire) gecijferdheid (Den Hertog, 2006). Illustratief hiervoor zijn de uiteenlopende waarderingen die pabo-docenten rekenen-wiskunde toekennen aan bepaalde opgaven (fig.7 en 8).[10]

Een auto van € 22000 wordt 20% goedkoper. De nieuwe prijs wordt daarna nog eens met 10% verlaagd.

Wat is het percentage van de totale prijsverlaging?

____________________ %

figuur 7: een opgave uit de Wiscat-pabo-toets

**Salaris ING-bestuurders met 60 procent omhoog**

**SCHEVENINGEN ■ Het bestuur van ING gaat de komende jaren 60 procent meer verdienen. Onderzoek heeft uitgewezen dat de beloning van de top van de bankverzekeraar momenteel 40 procent achter ligt bij besturen van vergelijkbare bedrijven.**

Hè? Ze lopen 40% in salaris achter en ze gaan er 60% op vooruit. Dat klopt toch niet? Of toch wel?

figuur 8: een opgave uit een propedeusetoets eigen vaardigheid van eigen makelij van een pabo

Bij beide opgaven zijn er zowel docenten die de opgave geschikt achten om een acceptabel niveau van rekenvaardigheid aan het begin van de pabo te meten als docenten

die vinden dat de student de opgave aan het eind van de pabo goed moet kunnen oplossen en toelichten.
Wat de zaken anno 2007 compliceert, is de grote aandacht en nadruk die is komen te liggen op rekenvaardigheid zoals deze in de huidige verplichte landelijke Wiscat-pabo toets wordt getoetst bij eerstejaars pabo-studenten.

Veel inspanningen van pabo-docenten gaan uit naar bijspijkeren van eerstejaars en het ophalen van weggezakte rekenkennis en -vaardigheden (Keijzer & Van Zanten, 2006). Ook uitgeverijen constateren dit, gezien de uitgaven die zich specifiek richten op de rekenvaardigheid van de (aspirant) pabo-student (Van den Bergh e.a., 2005; Sulin-den Boggende (red.), 2006; De Moor e.a., 2006). Dit alles, terwijl met de komst van de landelijke toets het getoetste niveau achteruitgegaan is (Van Zanten & Van den Brom-Snijders, 2007) en leerprocessen van pabo-studenten op het gebied van gecijferdheid niet los kunnen worden gezien van leerprocessen omtrent de vakdidactiek rekenen-wiskunde (Van Zanten, 2006). Bovendien werd er onlangs nog eens de aandacht op gevestigd dat bijspijkeren op de pabo, als het slechts gaat om het aanleggen van noodverbanden, neerkomt op symptoombestrijding en daarmee zinloos is (Goffree, 2007).

Een voorbeeld van een opgave waarover wel consensus bestaat is opgenomen in figuur 3. Vrijwel alle pabodocenten rekenen-wiskunde & didactiek achten deze opgave geschikt voor een (selecterende) propedeusetoets. Weliswaar is de opgave niet voor elke eerstejaarsstudent gemakkelijk, maar hij valt duidelijk onder de noemer: ‘het kunnen oplossen van opgaven uit de basisschool’ en is daarmee voor pabo-docenten rekenen-wiskunde blijkbaar een vanzelfsprekende basisvaardigheid.
Het verschil met de opgaven uit figuur 7 en 8 is dat voor het correct kunnen oplossen van deze opgaven méér nodig is dan alleen een goede rekenvaardigheid. Bij beide opgaven is inzicht in het relatieve aspect van percentages en goed horizontaal kunnen mathematiseren een vereiste. Naast het antwoord is daarom met name de redenering bij het oplossingsproces interessant. De daadwerkelijke gecijferdheid van een student komt immers niet zozeer in beeld door het type opgave dat deze kan oplossen, maar in het oplossingsproces dat de student laat zien. In de loop van de vorige eeuw is om die reden dan ook steeds meer nadruk komen te liggen op het inzichtelijke oplossingsproces.
Tegenwoordig wordt het belang van het oplossingsproces, evenals houdingsaspecten van studenten breed onderschreven (Den Hertog, 2006). Die houdingsaspecten houden méér in dan een open, leerbare houding ten opzichte van het vakgebied, vaak ondanks negatieve ervaringen met rekenen en/of wiskunde in het voorgaande onderwijs. Het gaat ook om het herkennen en plaatsen van wiskunde in de dagelijkse werkelijkheid (Den Hertog, 2006, Garssen, 2007). In het onderzoek ‘Theorie In Praktijk’ (Oonk, 2004) worden meerdere voorbeelden genoemd:

De student:
- heeft plezier in het maken van wiskundige opgaven;
- gebruikt wiskundetaal correct en adequaat;
- toont zelfvertrouwen tijdens het oplossen van (wiskundige) problemen;
- herkent en past wiskunde toe in dagelijkse situaties;
- zet passende materialen, schema’s of modellen in bij het oplossen en uitleggen van de oplossingen;
- volgt oplossingen c.q. redeneringen van anderen - medestudenten, leerlingen, experts - of zet die voort;
- bedenkt meerdere oplossingsvarianten en past die toe;
- toont creativiteit bij het oplossen van wiskundige problemen;
- is kritisch op het gebruik van wiskunde in dagelijkse situaties, brengt correcties aan of verzint alternatieve aanpakken. (Oonk, 2004, pag.5)

In een bijeenkomst van opleiders rekenen-wiskunde begin 2007,[11] werd de blik gericht op de ontwikkeling van gecijferdheid van studenten na het behalen van de propedeusetoets, dus in de ‘richting professionele gecijferdheid’ van studenten. Opleiders rekenen-wiskunde lieten in deze bijeenkomst merken verschillende attitudeaspecten van belang te vinden. Genoemd werden onder meer: de wereld op een mathematische manier kunnen benaderen, een positieve houding ten opzichte van getallen hebben, reflecteren op de eigen gecijferdheid en liefde voor het vak ontwikkelen. Een ander punt dat in deze bijeenkomst duidelijk naar voren werd gebracht is het belang en de rol van de eigen gecijferdheid in de omgang met kinderen. Opleiders merken hierover bijvoorbeeld op dat studenten verschillende strategieën moeten kunnen inzetten bij een opgave, strategieën moeten kunnen herkennen die leerlingen gebruiken, en een inschatting kunnen maken wat er gebeurt als een opgave wordt voorgelegd aan leerlingen van groep 8.
Deze en overige aspecten uit het voorgaande worden hierna geïntegreerd in een schets van een pabo-studente in haar ontwikkeling naar professionele gecijferdheid.

## 4 Wanneer professioneel gecijferd?

Het hierna volgende verhaal over pabo-studente Eveline en haar vriendin geeft een impressie van momenten in de ontwikkeling van aanstaande leraren op het gebied van gecijferdheid. Het mondt uit in een beschouwing over veronderstelde fasen in de ontwikkeling van gecijferdheid die pabo-studenten doormaken.
‘Nadia, mijn vriendin, zag vrijwel direct dat ik met mijn strippenkaart zo’n 35 procent goedkoper uit was dan zij’, vertelt pabo-studente Eveline in haar studentengroep. De tweedejaarsstudenten zijn in gesprek over hun rekenniveau naar aanleiding van een opgave over procenten in de

toets ‘Gecijferdheid’. Eveline levert met haar verhaal een actuele bijdrage aan de discussie. Zij en Nadia stapten gisteren samen in de tram, toen Nadia na het stempelen van de strippenkaart de bovengenoemde uitspraak deed. ‘Studenten worden toch maar flink voorgetrokken ten opzichte van werkende jongeren’, had zij er nog aan toegevoegd. Eveline: ‘Ik zag niet zo gauw hoe Nadia aan die 35 procent kwam en vroeg of ze dat al eens eerder had uitgerekend of dat ze het percentage ter plekke berekende.’ Nadia had verbaasd gereageerd: ‘Daar hoef ik niet zo lang over na te denken.’
Eveline recapituleert de uitleg van Nadia voor haar medestudenten:

> Het verschil tussen mijn vijftienstrippenkaart (OV-reductietarief) en de ‘vol-tariefkaart’ van Nadia is € 6,70– € 4,40 = € 2,30. Dat is ongeveer een derde deel, iets meer, dus iets meer dan $33\frac{1}{3}$ procent, zeg 35 procent. Thuis heb ik het nog even nagerekend Het is 34,3 procent, dus afgerond 34 procent, maar als schatting is de 35 procent die Nadia noemt natuurlijk prima.

‘Waarom natuurlijk prima?’, vraagt een medestudent: ‘34 procent is toch beter?’ In de studentengroep ontspint zich een gesprek over afronden en schatten. Eveline verdedigt haar standpunten met verve.
Een paar weken later levert ze een uitgebreid verslag in van twee themalessen die ze heeft gegeven. Het voorval met Nadia heeft haar geïnspireerd om door te denken over de strippenkaart. Ze heeft er zelfs de serie lessen op gebaseerd die ze voor haar stagegroep 7 moet ontwerpen in dit studiejaar. De voor het verslag vereiste ‘brainstorm-notities’ geven een idee van de globale opzet van de twee lessen (fig.9).

**Thema: kunst zie je overal**

- Het verhaal van twee vriendinnen als start.
- Een gemakkelijk en een moeilijk(er) probleem met de strippenkaart
- Eigen productie: zelf nog twee (reken)vragen bedenken bij de strippenkaart
- Het verhaal van Nadia als differentiatiestof (twee strippenkaarten op posterformaat).
- ’s Middags: eigen (ludieke) strippenkaart ontwerpen op half A4
- karton snijden en (leren) ritsen
- voor- en achterkant tekenen of schilderen

figuur 9

Eveline is met haar voorbereiding niet over één nacht ijs gegaan. Wat vooral opvalt is het ‘oefenwerk’ vooraf en de vragen die zij zichzelf daarbij stelt: Wat kosten drie strippen van mijn kaart? Ik kan € 6,70 : 15 doen en de uitkomst daarvan drie keer, maar ook ineens € 6,70 : 5. Maakt dat wat uit? Zullen de kinderen van mijn stagegroep (7) vooral de eerste manier doen? Zal ik de tweede manier ook laten uitleggen? Ook als die door geen enkel kind gebruikt is? Zullen de kinderen de deling € 6,70 : 15 met een staartdeling doen of door ‘op-vermenigvuldigen’? Zouden ze uit zichzelf gaan afronden? Het opvermenigvuldigen en spontaan afronden vraagt meer en ook andere kennis en vaardigheid, maar ook een andere houding dan het maken van de staartdeling.
Eveline vindt bij het speuren naar geschikte opgaven ook nog een Cito-opgave over de strippenkaart. De leerlingen moeten de prijs van een strip berekenen; er staat een afbeelding van een strippenkaart bij. Eveline is verbaasd dat deze opgave zelfs voor de betere leerlingen van groep 8 lastig is gebleken.
Op een website vindt Eveline een overzicht van de soorten strippenkaarten en prijzen (fig.10).

| | |
|---|---|
| 2-strippenkaart | € 1,60 |
| 3-strippenkaart | € 2,40 |
| 8-strippenkaart/dagkaart | € 6,40 |
| 15-strippenkaart, voltarief | € 6,70 |
| 15-strippenkaart, reductietarief* | € 4,40 |
| 45-strippenkaart | € 19,80 |

*Voor jeugdigen van 4 t/m 11 jaar, Nederlanders van 65 jaar of ouder met een geldig legitimatiebewijs of een PAS65, buitenlanders van 65 jaar of ouder in bezit van een geldig paspoort, aangelijnde honden (anders dan in tas of op schoot), fietsen (metro, tram 26)) en houders van een geldige OV-studentenkaart.

figuur 10: prijzen 2006

Ze vraagt zich af in hoeverre zo’n overzicht de Cito-opgave verrijkt en vereenvoudigt of juist niet. Voor de ene leerling geeft het misschien houvast, de ander verliest mogelijk het overzicht en heeft moeite de juiste informatie te selecteren. Dat laatste is nu juist wel een belangrijke vaardigheid voor alle leerlingen, merkt Eveline op.
En dan die reductiekaart: maakt € 4,40 of € 6,70 nog iets uit voor de moeilijkheidsgraad? Hoe zit het met dat reductietarief, is het bij de verschillende strippenkaarten dezelfde prijs per strip? Waarschijnlijk niet, want het is vaker zo dat iets goedkoper wordt naarmate je er meer van koopt. Klopt dat hier? Bij de kleine strippenkaartjes kosten de twee- en driestrippenkaart allebei € 0,80. En bij de acht strippen? Die kosten ook € 0,80. Wat een opvallend verschil met de kaarten van acht en van vijftien strippen! Gaandeweg creëert Eveline voor zichzelf een bron van opdrachten voor haar leerlingen van groep 7. Ze besluit om in ieder geval het vergelijken van de strippenkaart als startpunt van activiteiten te nemen. Mogelijkheden voor niveauverhoging ziet ze vooral bij het gebruik van de staartdeling (verschillende happen) en van de verhoudingstabel, waarmee leerlingen naar eigen inzicht stappen kunnen nemen.

Na deze mengeling van wiskundige en wiskundig-didactische activiteiten, komt Eveline toe aan meer algemeen didactische overwegingen, met misschien wel als belangrijkste vraag voor zichzelf: heb ik zo het probleem voldoende betekenisvol gemaakt voor de leerlingen? Is de procentencontext niet te lastig en is het niet beter om er een context bij te betrekken, zoals 'twee vriendinnen gaan met je mee naar de stad, jullie gebruiken jouw strippenkaart en ze willen jou daarvoor terugbetalen.'
Eveline kiest voor beide, met de procentencontext als differentiatiestof. Ze stelt zichzelf vervolgens vragen over de leerstof en over de aanpak van groep 7 met mogelijke antwoorden en vragen aan de leerlingen. Je merkt dat ze probeert te anticiperen op eventuele reacties van de kinderen.
In haar eindverslag gaat ze uitvoerig in op haar pogingen de leerlingen zo goed mogelijk verder te helpen. Haar reflectie op het eindgesprek met haar begeleider gaat over het rekenwerk van haarzelf in vergelijking met dat van de leerlingen en over verschillen in contexten. Zij vond bijvoorbeeld zelf de context van de strippenkaart boeiend en nuttig, maar was die ook voor haar leerlingen zo vanzelfsprekend?

## 5 Viercomponentenlijm voor gecijferdheid

Nadere analyse van het werk van Eveline levert een viertal kenmerken op die wellicht generaliseerbaar zijn naar de (continue) ontwikkeling van de gecijferdheid bij pabo-studenten.
Om te beginnen laat Eveline zien dat ze in staat is rekenopgaven op te lossen, onder andere opgaven uit rekenwiskundemethoden voor de basisschool. Je zou het elementaire rekenvaardigheid kunnen noemen. Ten tweede herkent Eveline wiskunde in haar eigen omgeving, rekenproblemen in het dagelijks leven, ook problemen uit het leven van kinderen. Als ze nadenkt over de planning van haar reken-wiskundeonderwijs richt ze zich - en dat is het derde kenmerk - op de verschillende oplossingen die kinderen (kunnen) hanteren. Ze reflecteert daarop en trekt conclusies ten behoeve van haar aanpak met leerlingen. Ten slotte benut ze de verworvenheden voor het ontwerpen van haar onderwijs: ze bedenkt activiteiten en anticipeert tegelijk op leerprocessen van leerlingen en probeert stimuli voor niveauverhoging in te bouwen.
Samengevat luidt de geschetste 'vierslag' als volgt.

– Het verwerven van elementaire rekenvaardigheid, in het bijzonder het oplossen van opgaven uit reken-wiskundemethoden voor de basisschool.
– Het herkennen van wiskunde in de eigen omgeving en die van kinderen.
– Het gericht zijn op oplossingsprocessen bij het (laten) oplossen van reken-wiskundeproblemen, onder andere door te reflecteren op eigen en andermans oplossingen.
– Het inspelen op het wiskundig denken van leerlingen, onder andere door te anticiperen op hun denkprocessen en hen te stimuleren tot niveauverhoging. Bij deze laatste slag wordt het mathematiseren als het ware verstrengeld met het didactiseren.

Het lijkt erop dat het 'professionele' in professionele gecijferdheid juist en vooral zit in de didactische componenten van gecijferdheid, dat zijn in het bijzonder de componenten twee tot en met vier van deze vierslag. Je kunt de groei van de ontwikkeling in de gecijferdheid zien als een amalgaam van de vier componenten, een groei in kennis, vaardigheid en houding die zich spiraalsgewijs ontwikkelt. Aanvankelijk ligt het accent voor de (aanstaande) leraar op elementaire basisvaardigheden en schuilt er enige 'professie' in de vorm van praten over je oplossing met een medestudent of het 'ontwerpen' van een simpele uitleg voor een kind. Een eenvoudige reflectie - bijvoorbeeld in de vorm van een reflectieve oplossing bedenken - hoort hier ook bij. Gaandeweg krijgt de gecijferdheid een duidelijk professioneel karakter, zichtbaar in specifieke didactische kwaliteiten, die ten slotte - bij de ideale leraar - uitmondt in een mooi evenwicht. Alle componenten zijn dus van meet af aan bij de ontwikkeling betrokken, zij het in verschillende mate. Bij de ervaren leraar zou je willen dat de componenten als 'viercomponentenlijm' geïntegreerd zijn.
De ontwikkeling van professionele gecijferdheid kan bij Eveline wel ongeveer zo gaan. Ook al wordt de strippenkaart eerdaags afgeschaft, zij zal vermoedelijk een repertoire en de houding verwerven die haar in staat stellen een transfer te maken naar andere onderwerpen.

## 6 Conclusie

Gecijferdheid is een relatief nieuw begrip. Het is nog geen veertig jaar oud. Nog geen halve eeuw geleden bood de aanduiding 'rekenvaardigheid' voldoende aanknopingspunten om beoogde vaardigheden van kinderen en leerkrachten te benoemen. Het denken over de gebruikswaarde van rekenen-wiskunde in de maatschappij bracht hier verandering in. De maatschappij ontwikkelt zich in hoog tempo tot informatiemaatschappij, zo realiseerde men zich reeds veertig jaar geleden. Routineklussen kunnen meer en meer overgelaten worden aan machines. Vanuit het perspectief van het maatschappelijk functioneren ging het bij rekenvaardigheid steeds meer om het herkennen van getallen en getalsmatige informatie in kritische situaties om daar vervolgens op passende manier mee aan de slag te kunnen gaan. Deze notie van gecijferdheid werd verder gevoed door nieuwe ideeën over het leren van rekenen-wiskunde. Het leren van wiskunde, zo

is inmiddels algemeen aanvaard, grijpt aan in betekenisvolle situaties en is verder een reconstructieproces, waarbij situaties gaandeweg verder gemathematiseerd worden.
Deze twee elementen - maatschappelijke bruikbaarheid en kenmerken van het leren van rekenen-wiskunde - komen dan ook nadrukkelijk naar voren in eerste (voorzichtige) omschrijvingen voor gecijferdheid. Het ging dan bijvoorbeeld om:

- het kunnen toepassen van reken-wiskundige kennis in alledaagse situaties,
- het herkennen van wiskunde in situaties,
- allerlei houdingsaspecten die verband houden met het durven toepassen van reken-wiskundige kennis en vaardigheden en
- het verwerven van een gevoel voor getallen.

Het contextspecifieke karakter van gecijferdheid leidde er overigens al snel toe dat de gecijferdheid beroepsspecifiek overdacht werd. Dit geldt met name voor het beroep van leraar basisonderwijs. Deze moet over een specifieke gecijferdheid beschikken, die zodanig is ingericht dat de beoogde kennis en vaardigheid hem of haar in staat stellen om in het onderwijs gecijferd aan de slag te gaan. Met het oog op deze didactische invalshoek ten aanzien van de gecijferdheid, werden voor de lerarenopleiding specifieke eisen voor de gecijferdheid geformuleerd. In deze eisen gaat het met name om het gebruik van allerlei persoonlijke referenties bij getallen. Dit hangt uiteraard nauw samen met het didactisch handelen van de leerkracht, dat immers greep op en notie van aanpakken van anderen vraagt. Deze vloeien voort uit het reken-wiskundig handelen van de leraar zelf, die zicht heeft op zijn eigen noties en aanpakken bij het werken met getallen.

In dit artikel werkten we het idee dat de gecijferdheid in dienst staat van het didactisch handelen van de leraar verder uit. We sloten daarbij aan bij ideeën over de groeiende professionele ontwikkeling van leraren basisonderwijs. Die moet kennis hebben van de vakstructuur, van de manier die te onderwijzen, wat onderwijsdoelen zijn en van hoe lerenden het vak verwerven (Oonk, 2000). Dit bracht ons uiteindelijk tot ideeën over de continue ontwikkeling van de gecijferdheid van de leraar, waarbij de gecijferdheid zich aanvankelijk richt op het zelf aanpakken van reken-wiskundige problemen en zich gaandeweg meer richt op het overzien van eigen en andermans rekenen, om hier uiteindelijk gepast op te kunnen inspelen.
De uitdaging voor de opleidingen is nu om deze continue groei van de gecijferdheid van studenten een plek te geven binnen vernieuwingsprocessen die op vrijwel alle opleidingen aan de gang zijn. Wij observeren dat deze vernieuwingen er onder meer toe leiden dat men bewijs voor de kwaliteit van de student in de praktijk van de student zoekt en in de reflectie op dit handelen in de praktijk. Het oogmerk van het opleiden van professioneel gecijferde leraren sluit hier naadloos bij aan. Professioneel gecijferde leraren zetten immers hun gecijferdheid in bij het maken van hun eigen onderwijs. Het ligt voor de hand dat men dit het best nagaat in de praktijk.
Overigens zijn deze vernieuwingen niet het enige probleem waar de opleidingen mee bezig zijn. Er is het afgelopen jaar een eenzijdig en vertekend beeld van de opleidingen neergezet in het publieke debat, bijvoorbeeld ten aanzien van de kwaliteiten van studenten. Van hen wordt veelal een karikatuur getekend: ze kunnen niet rekenen en niet spellen. Dit beeld leidde tot ingrijpen door de overheid. Er kwam een verplichte toetsing van de rekenvaardigheid en de minister riep een werkgroep in het leven om zorg te dragen voor doorgaande lijnen – ook voor de opleidingen.
Het beeld van de opleiding dat doorklinkt in deze maatregelen is er een van: als ze maar kunnen rekenen (en andere schoolse vaardigheden hebben), dan zit het wel goed. Wij denken dat dit niet voldoende is. Natuurlijk, leraren basisonderwijs moeten kunnen rekenen en daarvoor is aandacht op de opleiding hard nodig. Studenten die - na stevige investeringen - geen daadwerkelijke groei laten zien in het verwerven van gecijferdheid (en bijvoorbeeld zich na een jaar van de studie niet elementair gecijferd tonen), kunnen beter voor een ander beroep kiezen. Maar het debat over dit aspect van de opleiding leidt de aandacht af van de kern van de zaak. Je wordt niet zomaar leraar basisonderwijs. Daarvoor moet een gericht ontwikkelingsproces worden doorgemaakt. Dit geldt met name voor de groei in gecijferdheid. Dit vergt tijd. We schetsten daarom vier componenten in deze groei van studenten naar professionele gecijferdheid. Deze 'viercomponentenlijm' biedt mogelijkheden de onderwijstijd gedegen in te vullen om studenten zo te helpen zich te ontwikkelen tot professioneel gecijferde leraren basisonderwijs.

## Noten

1 Rond 1600 kan in de Nederlanden 40 procent van de vrouwen en 60 procent van de mannen haar of zijn handtekening zetten. Dit wordt wel gezien als een indicatie voor de mate van geletterdheid van de Nederlandse bevolking (Kool, 1999, pag.30).
2 Bij zijn afscheid als hoogleraar-directeur van het IOWO in 1976, deed hij zelfs de boude voorspelling dat het wiskundeonderwijs in het jaar 2000 zou zijn verdwenen!
3 Zie ook de website www.gecijferdheid.nl van K. Hoogland.
4 Zoals J. van de Walle, auteur van een standaardwerk voor de didactiek van de wiskunde dat in veel Amerikaanse lerarenopleidingen wordt gebruikt (Van de Walle, 2004; pag.119).
5 Zie ook de website: http://www.clab.edc.uoc.gr/hpm/ voor een deel van een interview met D'Ambrosio.
6 Sormani verzorgt in 'Volgens Bartjens...' een rubriek onder de titel 'Wiskunde op straat'. Zie bijvoorbeeld: *Volgens Bartjens...*, *26*(5).
7 De geschiedenis herhaalt zich; ook Van Maanen refereert anno 2007 in zijn oratie 'De koeiennon - Hoe rekenen en wiskunde te leren, en van wie?', aan het lage niveau van

aspirant pabo-studenten, al merkt hij daarbij terecht op dat dit feitelijk geen nieuws is.

8 Al in 1979 had Goffree een aantal aspecten van een wiskundige attitude op een rij gezet in zijn proefschrift *Leren onderwijzen met Wiskobas*.

9 Deze standaard vormde de resultante van het project: Programmering, Uitlijning, Invulling en Kwaliteit (PUIK), waaraan door een groot aantal pabo-docenten rekenen-wiskunde & didactiek is meegewerkt.

10 Afkomstig uit het materiaal voor de werkgroep Gecijferdheid op de Panama Opleidersdag van 12 oktober 2006. Voor de samenstelling is gebruik gemaakt van de input van pabo-docenten rekenen-wiskunde op de categoriale bijeenkomst voor opleiders op de Panama-conferentie 2006.

11 Dit betrof de bijeenkomst 'Blijven(d) stimuleren van de ontwikkeling van gecijferdheid' op de categoriale bijeenkomst voor opleiders op de 25$^{e}$ Panama-conferentie.

## Literatuur


Achter, V. van (1972). *Stromingen in het moderne rekenonderwijs.*Tilburg: Zwijsen.

Baker, D., B. Street & A. Tomlin (2003). Mathematics as social: understanding relationships between home and school numeracy practices. *For the Learning of Mathematics, 23*(3), 11-15.

Barwell, R. (2004). What is numeracy?: a comment on Baker, Street, Tomlin. *For the Learning of Mathematics 24*(1), 20-22.

Bergh, J. van den, W. Faes & K. Olofsen (1992). *Gecijferdheid.* Den Haag: HBO-raad.

Bergh, J. van den, P. van den Brom-Snijders, M. Creusen & J. Haarsma (2005). *RekenWijzer*. Utrecht / Zutphen: Thieme-Meulenhoff.

Blom, N. & M. Smits (red.) (2001). *Nederlandse taal en rekenen-wiskunde in samenhang op de Pabo.* Enschede: SLO.

Bokhove, J. (1995). Er zijn 51,5625 bussen nodig. Een beschouwing over gecijferdheid. In: *Willem Bartjens, 14(3),* 6-11.

D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics, 5,* 44-8.

Evans, J. (2000). *Adults' Mathematical Thinking and Emotions: A Study of Numerate Practice.* Londen: Routledge.

Freudenthal, H. (1967). *Wiskunde in wetenschap en dagelijks leven.* Amsterdam: Wereldakademie, De Haan / Meulenhoff.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gal, I. (ed.) (2000). *Adult Numeracy Development. Theory, Research, Practice.* Cresskill, New Yersey: Hampton Press Inc.

Garssen, F. (2007). Gecijferdheid: vraag jezelf eens wat af! *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 26*(1), 12-18.

Gelder, L. van (1964). *Vernieuwing in het basisonderwijs. Een didactische beschouwing over de leersituatie, het leerproces en de leerstof van de lagere school*. Groningen: J.B. Wolters.

Gelder, L. van (1967). *Grondslagen van de rekendidactiek. Een theoretische en praktisch-didactische beschouwing over het rekenen in het basisonderwijs.* Groningen: J.B.Wolters.

Goffree, F., A. Hiddink & J. Dijkshoorn (1968). *Rekenen en didactiek.* Groningen: Wolters-Noordhoff.

Goffree, F. (1979). *Leren onderwijzen met Wiskobas.* Utrecht: IOWO (proefschrift).

Goffree, F. (1982, 1994). *Wiskunde en didactiek - Eerste deel.* Groningen: Wolters-Noordhoff.

Goffree, F. (1983, 1992). *Wiskunde en didactiek - Tweede deel.* Groningen: Wolters-Noordhoff.

Goffree, F. (1985). *Wiskunde en didactiek - Derde deel.* Groningen: Wolters-Noordhoff.

Goffree, F., W. Faes & W. Oonk (1988, 1994). *Wiskunde en didactiek 0 - Reken vaardig.* Groningen: Wolters-Noordhoff.

Goffree, F. (1992). De Pabo-bv in 2002. In: F. Goffree, A. Treffers & J. de Lange (eds). *Rekenen anno 2002. Toekomstverwachtingen van het reken-wiskundeonderwijs.* Utrecht: NVORWO.

Goffree, F. (1993). *Kleuterwiskunde*. Groningen: Wolters-Noordhoff.

Goffree, F. & M. Dolk (red.) (1995). *Proeve van een nationaal programma rekenen-wiskunde & didactiek op de pabo.* Enschede/Utrecht: SLO/NVORWO.

Goffree, F. (1995). Gecijferdheid. In: L. Verschaffel & E. De Corte (red.). *Naar een nieuwe reken/wiskundedidactiek voor de basisschool en de basiseducatie.* Leuven: Acco.

Goffree, F. (2000). *Wiskunde & didactiek - Rekenen en wiskunde in de bovenbouw*. Groningen: Wolters-Noordhoff.

Goffree, F. & W. Oonk (2004). *Reken Vaardig - Op weg naar basale en professionele gecijferdheid.* Groningen/Houten: Wolters-Noordhoff.

Goffree, F. (2007). Puik - Herinneringen aan een uniek ontwikkelproject voor de pabo. In: M. van Zanten (red.). *25 jaar Panama - Gouden momenten verzilveren.* Utrecht: Panama/FIsme.

Gravemeijer, K.P.E. & H.A.A. van Eerde (2004). Verschil maken. In: R. Keijzer & W. Uittenbogaard (red.). *Een wereld van verschillen. Differentiatie in het reken-wiskundeonderwijs.* Utrecht: Freudenthal Instituut, 9-33.

Gravemeijer, K.P.E. (2001). *Reken-wiskundeonderwijs voor de 21$^{e}$ eeuw*. Faculteit Sociale Wetenschappen & Faculteit Wiskunde en Informatica, Universiteit Utrecht (oratie).

Groenestijn, M.J.A. van (2002). *A Gateway to Numeracy. A Study of Numeracy in Adult Basic Education*. Utrecht: CD-β Press, Centrum voor Didactiek van Wiskunde, Universiteit Utrecht (proefschrift).

GROS (GRens Overschrijdende Samenwerking) Werkgroep Realistisch Rekenen (2002). *Gecijferdheid ontcijferd vanuit een Vlaamse en Nederlandse optiek.* Tilburg: Zwijsen.

Heege, H. ter (1995). Gecijferdheid in het dagelijks leven - Volwassen en functioneel rekenen. *Willem Bartjens, 14*(3), 34-37.

Hertog, J. den (2006). Rekenvaardigheid en gecijferdheid - enquête onder pabo-docenten rekenen-wiskunde & didactiek. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 25*(4), 30-34.

Hoogland, K. (2005). Gecijferd. Hoe ga je om met kwantitatieve aspecten van de wereld om je heen? *Euclides, 80*(4)*, 186-189.*

Hoogland, K. & M. Meeder (2007). *Gecijferdheid in beeld.* Meppel: Boom.

Howdon, H. (1989). Teaching number sense. *Arithmetic Teacher, 36*(6), 6-11.

Jacobs, J. (1986). *Rekenen op de Pabo.* Utrecht: OW&OC.

Jansen, J. & G. van Brink (1927). *Wiskunde voor kweekscholen: Beknopte theorie der rekenkunde met opgaven ten dienste van kweekscholen voor onderwijzers.* Groningen/Djakarta:

J.B. Wolters.
Jansen, H. (1995). “Meneer, wat is wiskunde eigenlijk?” Een gesprek met wiskundeprofessor Van der Blij. *Willem Bartjens, 14*(3), 26-31.
Keijzer, R. & W. Uittenbogaard (1995). Gecijferdheid, rekenvaardigheid en gezond verstand - Ervaringen op de pabo. *Willem Bartjens, 14*(3), 22-25.
Keijzer, R. & M. van Zanten (2006). Scoren voor gecijferdheid. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 25*(4), 35-36.
Koersen, W. & W. Uittenbogaard (2006). Panama Praktijktip nummer 104: Cijferen, hoe nu verder? *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 25*(4), 46-50.
Kool, M. (1999). Die Constante vanden Getale. Hilversum: uitgeverij Verloren B.V.
Lange, J. de (2005a). Wiskunde om gecijferd van te worden. Deel I. *Nieuwe Wiskrant. Tijdschrift voor Nederlands Wiskundeonderwijs, 24*(3), 42-48.
Lange, J. de (2005b). Wiskunde om gecijferd van te worden. Deel II. *Nieuwe Wiskrant. Tijdschrift voor Nederlands Wiskundeonderwijs, 25*(2), 9-14.
Maanen, J. van (2007). *De koeiennon - Hoe rekenen en wiskunde te leren, en van wie?* Utrecht: Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education, Universiteit Utrecht (oratie).
Meijer, J. (1972). *Rekenen en moderne wiskunde voor de pedagogische akademie*. Zutphen: Thieme & Cie.
Moor, E. de (1999). *Van Vormleer naar Realistische Meetkunde*. Utrecht: CD-β Press, Universiteit Utrecht (proefschrift).
Moor, E. de, W. Uittenbogaard & S. Kemme (2006). *Basisvaardigheden Rekenen*. Groningen/Houten: Wolters-Noordhoff.
National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
Noss, R. (2004). Met het oog op het leren van rekenen-wiskunde in het digitale tijdperk. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 23*(1), 16-28.
Nunes, T., A.D. Schliemann & D.W. Carraher (1993). *Street Mathematics and School Mathematics*. New York: Cambridge University Press.
OECD (1999). *Measuring Student Knowledge and Skills - A New Framework for Assessment*. Parijs: OECD Publications.
Oonk, W. (2000). De professionaliteit van de leraar. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs, 18*(4), 9-19.
Oonk, W. (2004). *Competenties en indicatoren voor gecijferdheid - onderzoek TIP* (interne publicatie FIsme).
Paulos, John Allen (1988). *Innumeracy: mathematical illiteracy and its consequences*. New York: Vintage Books.
Sormani, H. (2007). Wiskunde op straat. Over ontsporen en opvangen. *Volgens Bartjens, 26*(5), 17.
South Africa Department of Education (2003). *National Curriculum Statement Grades 10-12 (General) Mathematical Literacy*. South Africa, Pretoria: Department of Education.
Sulin-den Boggende, M. (red.)(2006). *Keerpunt. Oefenmodules leerkracht basisonderwijs*. Assen: Van Gorcum.
TAL-team (2007). *Meten en meetkunde in de bovenbouw*. Groningen/Houten: Wolters-Noordhoff.
Treffers, A. (1978). *Wiskobas doelgericht*. Utrecht: Instituut voor Ontwikkeling van het Wiskunde Onderwijs (proefschrift).
Treffers, A. (1987). *Three dimensions: a model of goal and theory descriptions in mathematics instruction - the Wiskobas Project*. Dordrecht: Kluwer.
Treffers, A. (1989). *Het voorkomen van ongecijferdheid op de basisschool*. Utrecht: vakgroep OW&OC, Rijksuniversiteit Utrecht (oratie).
Turkstra, H. & J. Timmer (1953). *Rekendidactiek*. Groningen/Djakarta: J.B. Wolters.
Walle, J.A. van de (2004). *Elementary and Middle school Mathematics: Teaching Developmentally*. Boston: Pearson Education, Inc.
Woestenenk, P. (1965). *Rekendidactiek*. Zwolle: W.E.J. Tjeenk Willink.
Zanten, M. van (2006). Gecijferdheid op de pabo: leren versus selecteren. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 25*(1), 9-15.
Zanten, M. van & P. van den Brom-Snijders (2007). Beleidsagenda lerarenopleiding leidt tot niveauverlaging - Gehanteerde rekenvaardigheids- en gecijferdheidstoetsen. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 26*(1), 19-23.

*Those involved in education in general consider number sense or numeracy acquisition an important aim in (primary) education and teacher education for primary school. However, there are many things unclear about what ‘number sense’ or ‘numeracy’ means, how it is defined - also in other countries - and how arithmetic skills are related to number sense or numeracy. Yet another issue is how number sense or numeracy develops in pupils and (student) teachers. Until now, little has been known about these processes. In this article the authors first try to clarify the origin of the still young concept of number sense or numeracy from arithmetic’s (teaching) long history. Next, using quotations and examples, core elements from the history of learning and teaching number sense and numeracy at teacher education are described. This is followed by a contemporary story about a second year student teacher’s math and teaching activities, which in its turn leads to a description of a ‘fourfold’ on the development of student teachers’ number sense or numeracy. This ‘fourfold’ is meant as an impulse for the development of curriculum elements concerning professional number sense or numeracy, that are integrated in the full field of mathematics teacher education.*