



R. Keijzer, J.G.C.J. Haarsma & N.T.E. de Weerd

Flsme/ELWleR, Universiteit Utrecht/Hs Windesheim/ELWleR, Zwolle

Inleiding

Op 23 november jongstleden vond in Zwolle de finale plaats van het 'Bartjens Rekendictee 2007'. Deelnemers werden geselecteerd in voorronden, die werden gehouden op enkele scholen voor voortgezet onderwijs en een zevental pabo's. Ook konden finalisten zich plaatsen via een voorronde die was georganiseerd door 'Provinciale Zeeuwse Courant' en 'De Limburger/Limburgs Dagblad'. Bovendien was het internetdictee ook via 'Kennisset' te maken. Daarnaast deden enkele prominenten mee, onder wie de winnaars van vorige edities van het rekendictee. Hoewel het 'Bartjens Rekendictee' in Zwolle gehouden werd en het daar ruime aandacht kreeg in de lokale pers, kwamen de deelnemers niet alleen uit Oost-Nederland. Ook de provincies Zeeland en Limburg waren vertegenwoordigd. Zelfs de Zeeuwse pers was present op Hogeschool Windesheim om verslag te doen van de prestaties van 'hun' winnaars.

Een deskundige jury keek toe op het perfect verlopen van het dictee. In de zaal waren de deelnemers diep geconcentreerd en vol inspanning bezig met de opgaven. Op een enkele tafel verschenen druivensuikers. Het harde werken maakte dat de temperatuur in de zaal behoorlijk steeg. De deelnemers kregen voor iedere vraag slechts kort de tijd. Als die tijd om was moest het antwoordblad voor de vraag omgeslagen worden, zodat er niet doorgewerkt kon worden aan een reeds verlopen vraag. De jury liep langs om te controleren of men zich echt aan deze spelregel hield. De vragen waren geïnspireerd op de actualiteit en werden afgewisseld met aansprekende video's of foto's. De presentatrice, M. Kool, toonde zo dat het nadenken over getallen in de wereld van alledag leuk, grappig en in ieder geval de moeite waard is.

Kort na het dictee werd duidelijk dat tien finalisten alle vragen goed hadden gemaakt. Dat maakte een extra ronde noodzakelijk, waarna uiteindelijk de internetfinalist E. van Winsen uit Margraten als winnaar kon worden aangewezen.

Twee opgaven

In deze 'Praktijktip' kijken we wat nauwkeuriger naar twee opgaven uit het rekendictee. Het gaat daarbij om

opgaven, die door de jury als relatief moeilijk werden ingeschat en waarbij de deelnemers telkens twee minuten de tijd kregen om een juist antwoord te produceren. Bij het 'Bartjens Rekendictee' geldt dat het goede antwoord het enige is dat telt. Hier kiezen we een andere invalshoek en kijken naar mogelijke aanpakken en gemaakte fouten. M. Kool, ontwerpster van al de opgaven (van de voorronde en van die in de finale) zocht haar inspiratie in de actualiteit. Zo greep zij het overlijden van Boris Jeltsin op 23 april 2007 aan om zijn drankprobleem nog een keer aan de orde te stellen. Zo ontstond het volgende vraagstuk:

Thee of wodka

Om de schijn op te houden goot Boris Jeltsin zijn wodka in een theepot. In een wodkaflles zit $\frac{3}{4}$ liter wodka. Daarmee kon hij $\frac{2}{3}$ theepot vullen. Als hij acht theepotten met wodka wilde vullen, hoeveel liter wodka had hij dan nodig?

In de opgave is duidelijk de verhouding tussen $\frac{3}{4}$ en $\frac{2}{3}$ aan de orde. Dat betekent dan ook dat een verhoudingstabel hier snel overzicht kan geven. Wanneer we de hoeveelheid wodka en de daarmee te vullen theepot met drie vermenigvuldigen achterhalen we hoeveel liter wodka er past in twee theepotten. En als je de inhoud kent van twee theepotten is het niet moeilijk uit te rekenen hoeveel er nodig is voor acht theepotten.

In acht theepotten gaat $4 \times 2\frac{1}{4}$ liter = 9 liter (fig.1).

theepotten	$\frac{2}{3}$	2	8
liter wodka	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{4}$ ofwel $2\frac{1}{4}$	9

figuur 1

De oplossingen van deelnemers in figuur 2 en 3 tonen overigens dat dit verhoudingsgewijs redeneren nog niet zo eenvoudig is. De bedenker van de oplossing in figuur 2 was een eind op de goede weg. Hij of zij bepaalde dat $\frac{2}{3}$ met 12 moet worden vermenigvuldigd om 8 te krijgen en bedacht waarschijnlijk dat daarom ook $\frac{3}{4}$ keer 12 moet worden gedaan om het antwoord te bepalen. (Of dacht hij of zij wellicht dat het nu keer 9 moest vanwege de verhouding tussen $\frac{2}{3}$ en $\frac{3}{4}$.) Dit laatste deed deze deelnemer

in twee stappen. Eerst kwam hij of zij zo op $2\frac{1}{4}$ door te vermenigvuldigen met 3. Bij de volgende stap ging het fout. $6\frac{3}{4}$ komt tevoorschijn door nog een keer met 3 te vermenigvuldigen.

$$\begin{array}{l} 3/4 - 2/3 \\ \text{Antwoord:} \\ 8 : 2/3 = 12 \quad 6\frac{3}{4} \text{ l.} \\ 12 \times 3/4 \\ 9 \quad 2\frac{1}{4} \times 6\frac{3}{4} \end{array}$$

figuur 2

Ook de maker van de berekening in figuur 3 laat zien dat het hem of haar om de verhouding tussen $\frac{2}{3}$ en $\frac{3}{4}$ te doen is. Het is handig die te bewerken en dat is dan ook precies wat deze deelnemer deed.

$$\begin{array}{l} 6/12 \text{ liter} \quad 3/12 = 2/8 \\ 2/3 \text{ theepot} \quad 9/12 = 6/8 \\ 18/12 = 6\frac{1}{2} \\ \text{Antwoord:} \quad 8 \\ 2/3 \text{ theepot} = 3/4 \text{ liter} \\ 1/3 \text{ theepot} = 1/4 \text{ liter} \\ 24/3 \times 3/4 \end{array}$$

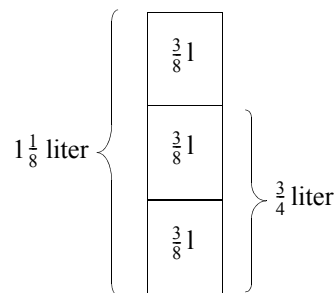
figuur 3

Uit zijn of haar werk kan worden opgemaakt dat daarbij eerst is gekozen voor het verdubbelen. Dat gaat mis en levert weinig op. Na dit ploeteren, zo kunnen we vermoeden, is gezocht naar een andere manier om de beginverhouding te veranderen. Toen werd de verhouding $\frac{2}{3}$ staat tot $\frac{3}{4}$ gelijkgesteld aan $\frac{1}{3}$ staat tot $\frac{1}{4}$. Uiteindelijk komt deze deelnemer uit op $\frac{24}{3}$ en zo op 8.

Beide deelnemers hebben waarschijnlijk niet de tijd kunnen nemen om na te gaan of hun antwoord wel correct kan zijn. Hadden ze dat gedaan, dan waren ze er snel achtergekomen dat wat zij noteerden onmogelijk een goede

oplossing was. Namelijk wanneer we bedenken dat er $\frac{3}{4}$ liter in $\frac{2}{3}$ theepot gaat, ligt het voor de hand dat in een theepot ruim een liter wodka gaat. Acht van die potten zijn dan ook goed voor meer dan acht liter.

Wanneer we ons de situatie op deze manier voorstellen, kunnen we op nog een andere manier verhoudingsgewijs redeneren. We zien de theepot daarbij voor ons als een in drieën gedeelde strook (fig.4).



figuur 4

Omdat twee van die stukken staan voor $\frac{3}{4}$ liter gaat in een zo'n stuk $\frac{3}{8}$ liter. Maar dan weten we ook vrijwel direct hoeveel wodka er in een theepot gaat. Dat is namelijk $1\frac{1}{8}$ liter. De inhoud van acht theepotten is dan snel vast te stellen door $1\frac{1}{8}$ met 8 te vermenigvuldigen. De deelnemer die de oplossing gaf die we hier zien in figuur 5 zal wellicht bij het eerste deel van zijn of haar oplossing op deze manier gedacht hebben.

$$\begin{array}{l} 3/4 \text{ l w.} \\ \downarrow \\ 2/3 \text{ theepot} \\ \frac{3}{8} \times 8 = 3 \text{ liter} \\ \frac{9}{3/4} = 9 \cdot \frac{4}{3} = 12 \cdot \frac{2}{3} = 8 \text{ potten} \end{array}$$

figuur 5

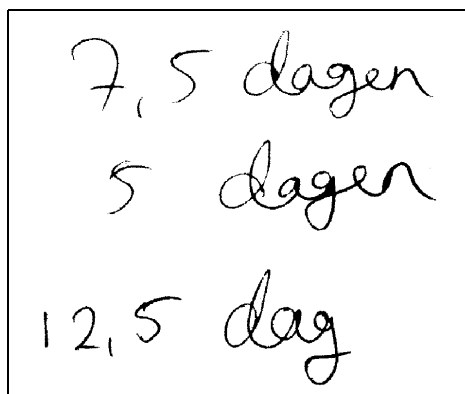
Een andere opgave van het Bartjens Rekendictee ging over twee beroemdheden, die het afgelopen jaar een gevangenis van binnen mochten bekijken, Paris Hilton en Nicole Richie. Ook deze opgave was gericht op het handig verhoudingsgewijs redeneren van de deelnemers aan het rekendictee. Om dit voor elkaar te krijgen ontwikkelde Kool een soort parodie op een traditionele redactiesom:

Paris en Nicole

Paris Hilton en Nicole Richie zitten samen in een cel. Paris kan met haar nagelvijltje in 15 dagen een tralie doorzagen. Nicole kan het in 10 dagen. Als Paris en Nicole gezamenlijk een tralie proberen door te zagen, hoeveel dagen zijn ze dan bezig?

Traditionele redactiesommen werden vroeger in het onderwijs ingezet om leerlingen te trainen het bedoelde trucje ‘uit de kast’ te halen. In het geval van de opgave ‘Paris en Nicole’ gaat het om het soort opgave waar twee mensen aan één werk werken. De eerste doet dat in een aantal dagen en de tweede doet er langer of korter over. Het is dan de bedoeling om uit te rekenen hoe lang de twee mensen samen over het werk doen. In het geval van Paris en Nicole is dat werk het doorzagen van een tralie met een nagelvijltje.

En omdat het een traditionele redactiesom betreft maken we ons daarbij geen zorgen om de kwaliteit van de nagelvijltjes, bekommeren ons er ook niet om dat je elkaar waarschijnlijk behoorlijk in de weg loopt bij het gezamenlijk vijlen aan een tralie en vragen we ons ook niet af of het dagen achtereen vijlen niet erg in de gaten loopt. De standaardaanpak voor een dergelijk probleem, waarbij twee mensen een taak uitvoeren, is het uitrekenen van wat er in een dag gebeurt. Paris en Nicole komen in een dag $\frac{1}{15} + \frac{1}{10}$ van een tralie ver. Dat is samen precies $\frac{1}{6}$ van de tralie en daarom zijn ze zes dagen aan het werk.



7,5 dagen
5 dagen
12,5 dag

figuur 6

De deelnemer aan het rekendictee, waarvan de oplossing is weergegeven in figuur 6 dacht misschien ook aan een standaardaanpak, maar koos helaas de verkeerde. Hij of zij bedacht wellicht dat de situatie iets te maken had met een gemiddelde en rekende het rekenkundig gemiddelde uit.

Stevige opgaven

Dit werk van de deelnemers maakt duidelijk dat niet iedereen het ‘wodka-probleem’ en het ‘nagelvijlprobleem’ goed kon oplossen. Deze problemen waren evenwel niet de moeilijkste van het dictee. De gemiddelde goedscore over het hele dictee bedroeg ongeveer 50 procent. Voor de internetdeelnemers was dit 75 procent en voor de pabo-studenten ruim 30 procent. In figuur 7 geven we de goedscores voor de eerder geanalyseerde opgaven aan, zowel per groep als voor alle deelnemers. Door alle deelnemers werd bij het ‘wodka-probleem’ en het ‘nagelvijlprobleem’ respectievelijk 62 procent en 61 procent correcte antwoorden gegeven. Opvallend is de lagere score van de pabo-studenten bij het ‘nagelvijlprobleem’. In de Wiscat-toets, die iedere student in het eerste jaar moet halen, komen namelijk vergelijkbare vragen voor.

deelnemers	wodka- probleem	nagelvijlprobleem
	goedscore	goedscore
internet	81%	83%
scholieren	29%	33%
prominenten	75%	67%
pabo-studenten	50%	44%
totaal	62%	61%

figuur 7

Nadere analyse van de gegevens leert dat de opgaven ongeveer even moeilijk zijn en blijkbaar een beroep doen op dezelfde vaardigheid. Lossen de meeste pabo-studenten bijvoorbeeld beide problemen correct op of gaan ze bij beide de fout in?

Rekenen is spannend en leuk

Een van de boodschappen die de organisatie van het ‘Bartjens Rekendictee’ wil uitstralen is dat rekenen een leuk vak is. Het biedt mogelijkheden om een spannende wedstrijd te organiseren, waar de man of vrouw die het snelst situaties interpreteert en relaties tussen de gebruikte getallen doorziet, uiteindelijk de winnaar wordt.

Maar niet alleen voor de winnaar was het ‘Bartjens Rekendictee’ in 2007 een feest. Vele scholieren en pabo-studenten konden tonen dat zij stevig in hun reken-schoenen staan. Ze kregen tijdens het ‘Bartjens Rekendictee’ de kans te laten zien dat alle negatieve publiciteit over hun rekenpeil wellicht wat al te ongenueanceerd is. Dat signaal is zeker afgegeven en wordt nog sterker als in 2008 nog meer leerlingen uit het voortgezet onderwijs en nog meer pabo-studenten aan het rekendictee gaan deelnemen.

Onderstaande opgaven werden in het kader van het 'Bartjens Rekendictee' op vrijdag 23 november voorgelegd aan de ongeveer honderdvijftig deelnemers aan het dictee.

De deelnemers kregen twee minuten de tijd om een oplossing te vinden.

Hieronder vindt u bij beide opgaven twee oplossingen van deze deelnemers.

Hoe hebben de deelnemers waarschijnlijk telkens geredeneerd?

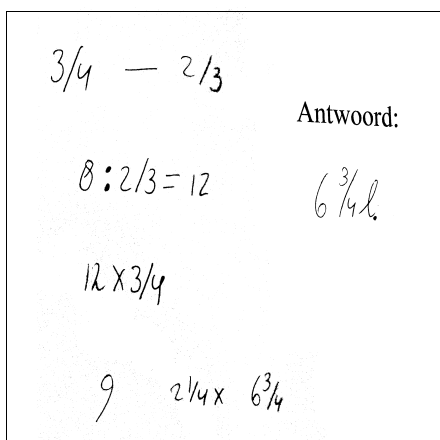
Tip: maak de opdrachten eerst zelf.

Thee of wodka

Om de schijn op te houden goot Boris Jeltsin zijn wodka in een theepot.

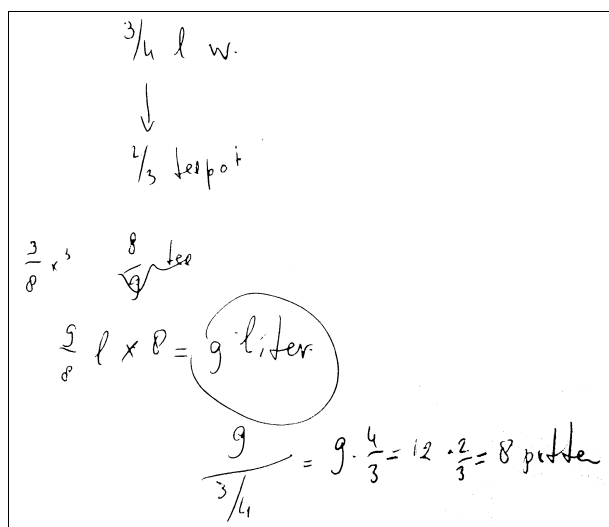
In een wodkaflles zit $\frac{3}{4}$ liter wodka. Daarmee kon hij $\frac{2}{3}$ theepot vullen.

Als hij acht theepotten met wodka wilde vullen, hoeveel liter wodka had hij dan nodig?



$\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$
 Antwoord:
 $8 : \frac{2}{3} = 12$
 $12 \times \frac{3}{4}$
 9
 $2\frac{1}{4} \times 6\frac{3}{4}$

figuur 1: thee of wodka

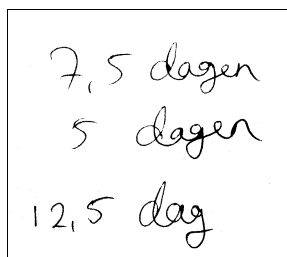


$\frac{3}{4} \text{ l w.}$
 $\downarrow$
 $\frac{2}{3} \text{ theepot}$
 $\frac{3}{8} \times 8 = 3 \text{ liter}$
 $\frac{5}{8} \text{ l} \times 8 = 9 \text{ liter}$
 $\frac{9}{\frac{3}{4}} = 9 \cdot \frac{4}{3} = 12 \cdot \frac{2}{3} = 8 \text{ potten}$

figuur 2: thee of wodka

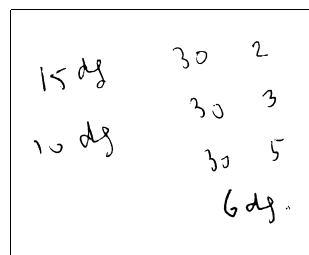
Paris en Nicole

Paris Hilton en Nicole Richie zitten samen in een cel. Paris kan met haar nagelvijltje in 15 dagen een tralie doorzagen. Nicole kan het in 10 dagen. Als Paris en Nicole gezamenlijk een tralie proberen door te zagen, hoeveel dagen zijn ze dan bezig?



$7,5 \text{ dagen}$
 5 dagen
 $12,5 \text{ dag}$

figuur 3: Paris en Nicole



15 dg
 30
 2
 30
 3
 10 dg
 30
 5
 6 dg.

figuur 4: Paris en Nicole