

*In 2001 startte het Freudenthal Instituut op verzoek van het Ministerie van OC&W het project 'Speciaal Rekenen', dat tot doel heeft om scholen voor speciaal (basis)onderwijs te ondersteunen bij de invoering van realistisch rekenen-wiskunde-onderwijs. In navolging van reguliere basisscholen maken nu ook s(b)o-scholen<sup>1</sup> de overstap naar een realistische reken-wiskundemethode, dit mede naar aanleiding van een kritisch inspectierapport over het niveau van het rekenonderwijs in het s(b)o (Inspectie van het Onderwijs, 2002). Het bleek dat er ook in het s(b)o redelijk tot goed met een realistische reken-wiskundemethode gewerkt kon worden, zij het onder enige voorwaarden. Zo gaven scholen aan meer behoefte te hebben aan een overzicht van de leerlijnen in methoden. Verder vroegen zij om extra materialen voor hun zwakke rekenaars (Boswinkel & Moerlands, 2001). Het project 'Speciaal Rekenen' ontwikkelt dientengevolge geen nieuwe methode voor het s(b)o, maar ondersteunt leerkrachten bij het werken met een reguliere basisschoolmethode en houdt daarbij zo veel mogelijk rekening met de wensen, mogelijkheden en kenmerken van de doelgroep.*

*In dit artikel gaan we in op het onderdeel 'leerstoflijnen in methoden'. Om de leerstoflijnen te kunnen plaatsen binnen de veelheid aan leerlijnen die er zijn, beschrijven we eerst het verschil tussen leerlijnen, ontwikkelingslijnen en leerstoflijnen. In het tweede deel van dit artikel wordt de basis van het project Speciaal Rekenen besproken, waar de leerstoflijnen een belangrijk element van zijn. We lichten toe wat wel en wat niet uit de leerstoflijnen valt af te leiden.*

## 1 Keuzen maken

Wat de leerstof aangaat zijn reken-wiskundemethoden het belangrijkste instrument dat de leraar in handen heeft. De methoden voorzien de leraar van geschikte activiteiten in een (hopelijk) goed doordachte volgorde en spelen dus een voorname rol als het erom gaat wat leerlingen krijgen aangeboden aan rekenonderwijs. Leerkrachten zijn echter geneigd om de methode dag voor dag en activiteit voor activiteit te volgen. Dit, terwijl er - met de grote verschillen tussen leerlingen in een groep - regelmatig keuzen gemaakt moeten worden. Zeker in het speciaal onderwijs en speciaal basisonderwijs zijn verantwoorde keuzen van groot belang voor de ontwikkeling van kinderen.

Passend onderwijs vraagt om inzicht in de doelen die er met de activiteiten, zoals die in de methoden voorkomen, worden beoogd. Dit vraagt dus ook om een overzicht van leerstoflijnen, zodat de leerkracht de informatie krijgt waardoor hij boven de methode kan staan. De leraar realiseert zich wat het doel van een activiteit is die hij met de leerlingen doet, alsmede waar de activiteit op langere termijn toe leidt.

Ook Janson constateert in een artikel enerzijds dat de methode voor de leerkracht onmisbaar is vanwege het houvast die de methode biedt in het leerstofaanbod en anderzijds dat het moeilijk, zometer onmogelijk is dat alle

leerlingen in hetzelfde tempo en op hetzelfde niveau een methode doorlopen. Hij doet een aantal aanbevelingen die zouden kunnen bijdragen aan een passende methode voor de 21<sup>ste</sup> eeuw. Volgens hem zou een grafische weergave van de leerstoflijnen, met hun 'dwarsverbanden en verkortings- en verlengingsmogelijkheden' daarbij wellicht behulpzaam kunnen zijn (Janson, 2006). Het is met name dit aspect waar we in dit artikel op willen ingaan. Binnen het project 'Speciaal Rekenen' zijn leerstofoverzichten gemaakt, bij de vier meest gebruikte reguliere basisschoolmethoden in het speciaal (basis)onderwijs.

## 2 Houvast bieden

Vanuit diverse perspectieven wordt ernaar gestreefd leerkrachten een denkkader te bieden bij het geven van passend reken-wiskundeonderwijs. Vakdidactici praten de laatste jaren steeds vaker in termen van *big ideas*, 'cruciale leermomenten', 'bakens' of 'kerninzichten' (Fosnot & Dolk, 2001; Treffers, Van den Heuvel-Panhuizen & Buys, 1999; Boswinkel & Moerlands, 2003). Globaal komt het bij al deze termen neer op het idee, dat leren een proces is, waarbij de leerling betekenisvolle inzichten moeten verwerven. De weg waarlangs een leerling dat doet, verschilt van de een naar de ander en ligt dus niet

vast. Het aanduiden van belangrijke leermomenten waar de leerkracht zich op kan richten, wordt vaak genoemd als manier om dit houvast te bieden. Sommigen, zoals veel orthopedagogen, zijn daarentegen van mening dat leerlingen in het speciaal (basis)onderwijs meer baat zouden hebben bij een eenduidige, vaste leerweg, met een stap voor stap opbouw (Milo, 2003). Alle leerlingen volgen daarbij, volgens hun opvattingen, in principe dezelfde leerroute.

### 3 Leer-, onderwijs- en leerstoflijnen

Bekende en belangrijke publicaties op het gebied van leerlijnen zijn de TAL-brochures (Treffers, Van den Heuvel-Panhuizen & Buys, 1999; Gravemeijer e.a., 2006). TAL heeft als doel helderheid te verschaffen over het onderwijsleertraject dat leerlingen op de basisschool voor het vak rekenen afleggen. In de TAL-brochures is te lezen dat het hier om drie vervlochten betekenissen gaat:

- een leerlijn geeft een globaal overzicht van de leerprocessen van leerlingen;
- een onderwijslijn geeft met vakdidactische aanwijzingen aan hoe het onderwijs op het leerproces van kinderen kan aansluiten;
- een leerstoflijn geeft aan welke kernonderdelen van een leergebied aan bod moeten komen.

We zullen deze drie betekenissen hier verder toelichten.

#### Leerlijnen

Volgens TAL is een beschrijving van de leerlijn niet prescriptief maar descriptief bedoeld. Leerprocessen zijn te complex en verschillen te veel van elkaar als men naar individuele kinderen kijkt, om er een voorschrijvend karakter aan te kunnen verbinden. Bezie men een hele klas met kinderen, dan is er echter wel een grote lijn te onderkennen, een lijn die een bepaalde bandbreedte kent. Dit betekent dat verschillende kinderen op hun eigen manier tot een bepaald inzicht of doel komen. Dit doel wordt tussendoel genoemd. Tussendoelen zijn bedoeld als bakens waarop afgestevend kan worden, zoals gezegd niet via één voorgeschreven leerroute, maar via gevarieerde routes. Aan de hand van voorbeelden wordt in TAL-publicaties duidelijk gemaakt dat het gedragsrepertoire van kinderen gevarieerd kan zijn en dat er vaak sprake is van verschillende niveaus van denken en handelen. De voorbeelden maken eveneens duidelijk welke aanpakken van kinderen perspectief bieden en welke niet.

Fosnot en Dolk (2001) gaan niet uit van leerlijnen, maar spreken liever van *big ideas*, als de peilers van de structuur van leertrajecten. Die leertrajecten worden gekenmerkt als het patroon van een landschap en om die reden spreken zij tevens van ‘the landscape of learning’. Zij bepleiten een leeropvatting, waarin het onderwijs zich

richt op inzichten die voor een bepaald onderwerp of gebied cruciaal zijn. Het geheel aan cruciale of kritische inzichten wordt voorgesteld als ‘een landschap’. Het leertraject kan in dit landschap over diverse routes lopen. Het verwerven van zo’n kritisch inzicht betekent doorgaans een sprong voorwaarts in het mathematisch denken van de leerling. Leerlingen kunnen verschillende trajecten afleggen, wat betekent dat het werk van de leraar niet eenvoudig is.

De CED-groep definieert een leerlijn als een serie tussendoelen, die alle naar een einddoel leiden (Rurup, 2003). Volgens hen zijn leerlijnen noodzakelijk om binnen een vakgebied relevante doelstellingen te kunnen kiezen, die elkaar op logische wijze opvolgen. Leerlijnen kunnen worden gebruikt als basis voor ‘planmatig handelen’, wat kan worden opgevat als ‘combinaties van stappen in een door de lerende te doorlopen leertraject, de te ondernemen activiteiten (organisatie, werkvormen, didactiek, enzovoort), gerelateerd aan beoogde leerinhouden’. In navolging van deze opvatting heeft de CED-groep leerlijnen voor het speciaal onderwijs ontwikkeld op alle vakgebieden, waaronder rekenen-wiskunde.

#### Ontwikkelingslijnen

Sommige onderwijskundigen stellen het leren veelal voor als een continu voortschrijdend proces dat een lineaire ontwikkeling kent en waarvan de lijnen in principe redelijk voorspelbaar zijn. Voorstanders van de continuïteitsgedachte beroepen zich vaak op de theorie van Piaget. Dat is in zoverre terecht dat in deze theorie veel belang wordt toegekend aan biologische rijpings- en adaptatieprocessen. De theorieën van bijvoorbeeld Gesell, Claparède en Montessori weerspiegelen de opvatting dat het kind zich continu en natuurlijk ontwikkelt. In het onderwijs dat uitgaat van Montessori’s ideeën krijgen leerlingen dan ook de ruimte zich spontaan te ontwikkelen, zodat ze niet geforceerd een volgende ‘gevoelige periode’ hoeven in te stappen.

Tegelijkertijd onderscheidt Piaget in zijn theorie verschillende ontwikkelingsfasen. De overgangen tussen die fasen kunnen als breukvlakken, die discontinuïteiten veroorzaken, worden opgevat. Het beroep op de theorie van Piaget is daarom niet geheel gerechtvaardigd. Hoe het ook zij, leren en ontwikkeling worden door Piaget opgevat als processen die deels samenvallen. Biologische rijpingsprocessen zijn volgens hem de belangrijkste voorwaarden voor het leren. Van deze processen gaat veel sturing uit op het leren, terwijl het omgekeerde in mindere mate het geval is. In dit opzicht was duidelijk dat Piaget zich een tegenstander van het behaviorisme toonde. Volgens behavioristen wordt de ontwikkeling immers door het leren bepaald.

#### Leerstoflijnen

Bij leerstoflijnen gaat het in de eerste plaats om een ordening van de leerstof; deze ordening moet duidelijk maken hoe de leerstof is geprogrammeerd. Leerstoflijnen zijn

vaak uitgewerkt in methoden, zij het soms meer, soms minder goed uitgelijnd. Sommige methoden hebben aparte publicaties waarin de uitgewerkte leerstoflijnen worden beschreven. Meestal betreffen dit teksten, waarin leerstofonderdelen worden beschreven en met voorbeelden geïllustreerd.

Het project 'Speciaal Rekenen' heeft methodespecifieke leerstofoverzichten gemaakt in de vorm van een grafische weergave (zie verderop in dit artikel). Doel van deze leerstofoverzichten is, om leerkrachten een beeld te geven van de uitlijning van activiteiten in de methode die door hen wordt gebruikt. Door leerstoflijnen zichtbaar te maken, kunnen leraren beschikken over een breed overzicht van de diverse leerstofgebieden die in één of meerdere jaren aan bod komen. Bovendien maken subleerlijnen zichtbaar hoe ze samenhangen en in een aantal gevallen hoe ze, vaak op meer formeel niveau, samenvloeien. Zulke informatie is in de handleidingen vaak nauwelijks of slechts impliciet gegeven.

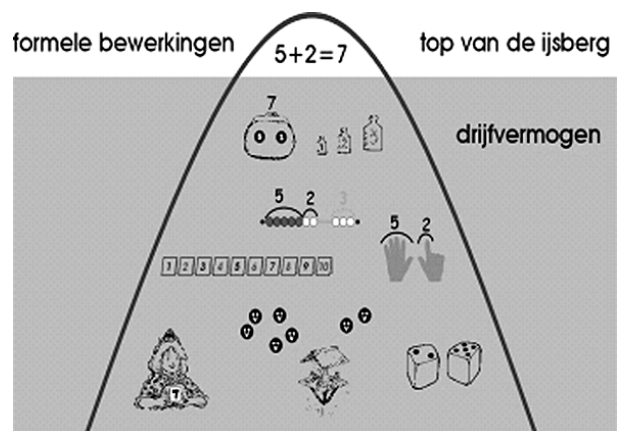
In het speciaal onderwijs heersen veelal nog traditionele opvattingen, die stammen uit de jaren zeventig. Er wordt soms gewerkt volgens een didactiek die doet denken aan de 'geprogrammeerde instructie' van weleer, materialen die gebaseerd waren op behavioristische principes zoals de vorming van associaties, oefenen en systematisch herhalen. Hoewel zulke materialen tegenwoordig als gedateerd worden beschouwd, weerspiegelen sommige (hulp)programma's en bepaalde ideeën die in de orthodidactiek opgeld doen, nog de behavioristische leeropvattingen. In overeenstemming met die opvattingen bepleiten sommige orthopedagogen een sturende, directe instructie (zie onder meer Milo, 2003). In essentie kan de structuur van deze leerstoflijnen gekenmerkt worden als een keten van alsmaar voortschrijdende stimulus-respons koppelingen. Volgens deze opvatting moeten leerlingen stapsgewijs tot nauw omschreven leerdoelen worden gebracht (Bloom, 1976). Deze gedachte was de belangrijkste inspiratiebron achter het 'beheersingsleren' (mastery learning) van Warries en Pieters (1992). Het idee is, dat een leraar pas aan een volgende taak mag beginnen 'als de voorgaande door alle leerlingen wordt beheerst' (p. 164). De ontwikkeling en het leren zijn daarin vrijwel tot elkaar te herleiden.

## 4 De ijsbergmetafoor van het project 'Speciaal Rekenen'

De steun die het project 'Speciaal Rekenen' leraren in het speciaal (basis)onderwijs geeft, gebeurt onder andere door het maken van overzichten van leerstoflijnen met bijbehorende toelichting, door het ontwikkelen van lessenseries op knelpunten of hiaten in de methode, en door het ontwikkelen van software. Alle ontwikkelde lessen-

series en software worden weer in de leerstoflijnen van de methoden geplaatst, zodat ze gemakkelijk terug te vinden zijn.

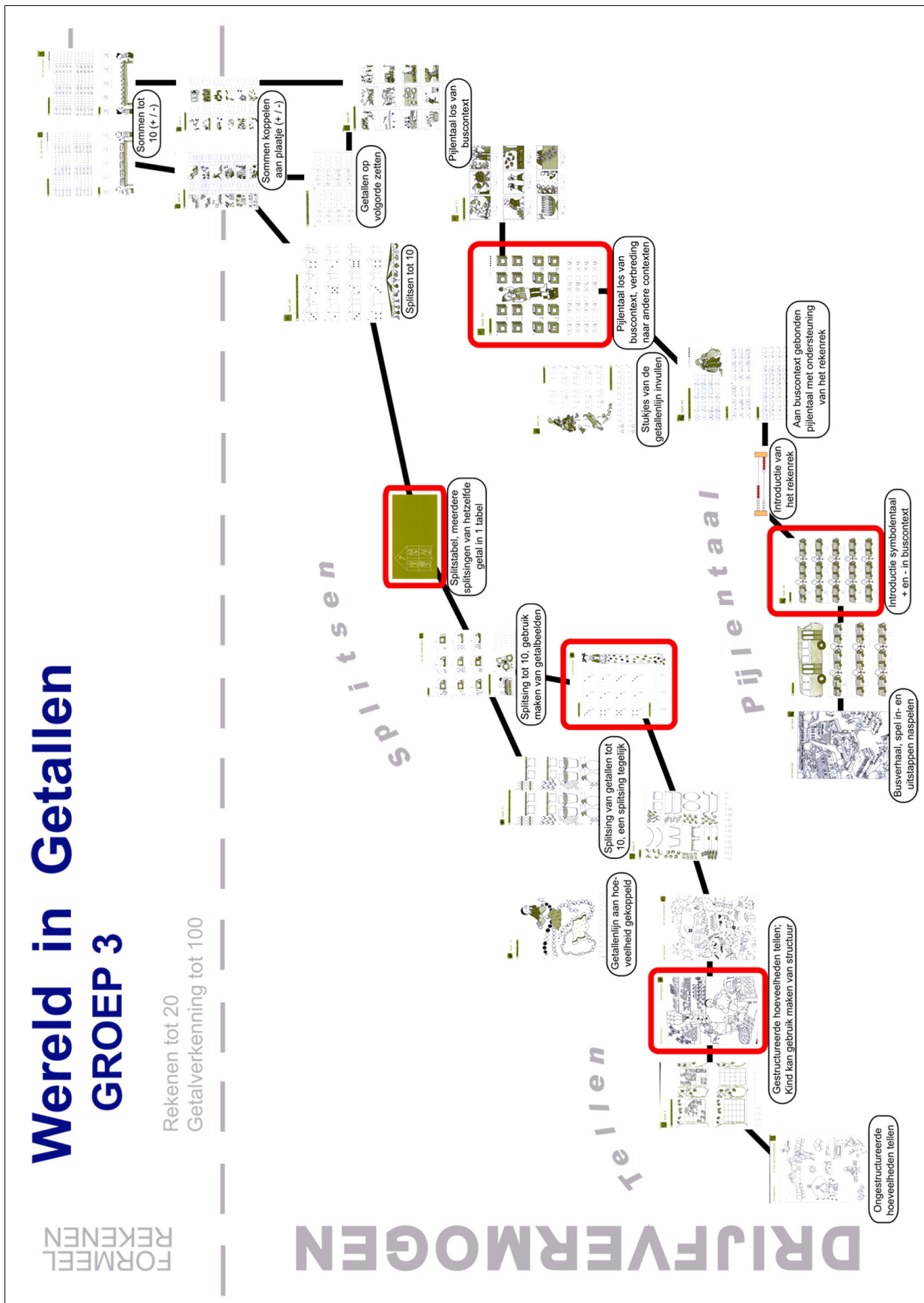
De binnen het project ontwikkelde ijsbergmetafoor ligt aan de leerstoflijnen ten grondslag (Boswinkel & Moerlands 2003). In figuur 1 is een afbeelding weergegeven van een ijsberg met als inhoud een gedeelte van de leerstof van groep 3. Het meest formele niveau (topje van de ijsberg) bestaat uit formele bewerkingen. Voordat kinderen dit kunnen, zijn er al veel activiteiten geweest, die zorgen dat de bewerkingen met inzicht kunnen worden uitgevoerd, wat het 'drijfvermogen' wordt genoemd.



figuur 1: ijsberg van een (gedeelte van) de leerstof in groep 3

Het drijfvermogen omvat globaal het werken met contexten, het werken met modellen en materialen en het bestuderen van getalrelaties. Aan de basis van de ijsberg ligt het werken met contexten, die voor de kinderen betekenisvol zijn. Daarna volgt het kunnen representeren van aantallen op bijvoorbeeld vingers, kralenketting of rekenrek. Voor zwakke rekenaars kan hier al een groot struikelblok liggen. In het vervolgtraject wordt gestreefd naar verkort tellen; vingers en kralen zijn nog een voor een telbaar, maar nu wordt er gewerkt met grootheden die niet meer een voor een telbaar zijn (*unitizing*). Het rekenen met geld of gewichten is hier een voorbeeld van. In iedere nieuwe fase is het handelen steeds opnieuw betekenisvol voor de kinderen. Anders gezegd, er is sprake van toenemende semantisering omdat de begrippen en inzichten mathematisch steeds meer onderling samenhangende betekenis krijgen (Goldman & Hasselbring 1997, Bottge 2001).

De ijsbergmetafoor helpt leraren keuzen te maken uit het aanbod aan leerstof. Uit experimenten, uitgevoerd in het kader van het project 'Speciaal Rekenen', is bijvoorbeeld gebleken dat voor een deel van de sbo-leerlingen inzicht op het formele niveau niet haalbaar is. Wat echter wel vaak mogelijk is, is het gebruikmaken van de kennis die je hebt over getallen en de relaties tussen getallen en het werken met modellen of contexten



figuur 2: stukje uit de leerstoflijn ' De wereld in getallen' groep 3

## 5 Een grafische weergave van leerstoflijnen

Een van de onderdelen van het project ‘Speciaal Rekenen’ betreft het blootleggen van leerstoflijnen in de meest gebruikte reken-wiskundemethoden in het s(b)o. Dit op dringend verzoek van de doelgroep. Tijdens het onderwijs in rekenen-wiskunde moeten er regelmatig keuzen gemaakt worden in leerstof, met name voor de zwakke rekenaars. Om dat verantwoord te kunnen doen, is het van groot belang om overzicht te hebben over belangrijke activiteiten in de reken-wiskundemethode.

‘Speciaal Rekenen’ heeft ervoor gekozen leerstoflijnen te ontwikkelen, die dicht bij de methode blijven. In het speciaal basisonderwijs heeft niet lang geleden de omslag plaatsgevonden van het werken met een traditionele rekenmethode naar de invoering van een realistische reken-wiskundemethode. Ditzelfde geldt, maar dan in mindere mate, voor het speciaal onderwijs. Uit onderzoek is bekend dat het enige jaren kan duren voordat een leerkracht een nieuwe methode dusdanig in de vingers heeft, dat hij er flexibel mee kan omgaan (Gravemeijer, Van den Heuvel-Panhuizen, Van Donselaar, Ruesink, Streefland, Vermeulen, Te Woerd & Van der Ploeg, 1993). Het is dus nog te vroeg om een gefundeerd oordeel te geven over het gebruik van een realistische reken-wiskundemethode in het s(b)o.

Een overzicht van kernmomenten in de leerstoflijnen kan een leerkracht echter wel helpen om te focussen op belangrijke punten. Aan de hand van een grafische weergave van leerstoflijnen in de methode geeft ‘Speciaal Rekenen’ het bedoelde overzicht. Er zijn als het ware röntgenfoto’s gemaakt, met de bedoeling voor de leraren de opbouw van de methoden beter zichtbaar te maken (fig.2). Vanzelfsprekend hebben de diverse auteursgroepen hun eigen ideeën en voorkeuren over (de praktijk van) onderwijzen en leren. Dat betekent dat leerstoflijnen in elke methode er weer anders uitzien. ‘Speciaal Rekenen’ heeft dan ook methodespecifieke leerstoflijnen gemaakt.

### Hoe zijn de overzichten samengesteld?

In de overzichten zijn scans van werkbladen uit de methoden gebruikt, om de herkenbaarheid voor de leerkracht te vergroten. De scans vormen een rechtstreekse weergave van de activiteiten zoals ze in de methode terug te vinden zijn. Dat neemt niet weg dat de gekozen plaatjes een selectie uit het aanbod van de methode vormen. Als een activiteit vaak wordt herhaald, komt een soortgelijk plaatje nog een keer terug, maar meestal wordt een plaatje slechts een keer opgenomen. Doorgaans betreft het dan de eerste keer dat een activiteit wordt aangeboden. Geselecteerde plaatjes zijn niet alleen in de tijd op volgorde gezet (van links naar rechts), maar ook in de niveaus van de ijsberg geplaatst (van beneden naar

boven, of diagonaal). Hierdoor krijgt de leerkracht zowel een beeld van de toenemende complicering als van de toenemende formalisering.

Er is bewust geen ‘ideale leerlijn’ gemaakt, omdat het doel van het maken van de leerstoflijnen is de leerkracht overzicht van leerstoflijnen in de methode te bieden. In het overzicht zijn cruciale leermomenten met een kader aangegeven. Dat zijn kernmomenten in het leerproces, waarop leerlingen bepaalde kennis, vaardigheden en inzichten moeten hebben ontwikkeld, alvorens door te gaan met vervolgvactiteiten. Een voorbeeld van zo’n cruciaal leermoment uit de leerstof van groep 3 is het kunnen splitsen van getallen tot 10, als basis voor het kunnen optellen en aftrekken over het tienvoud (fig.3).



figuur 3: voorbeeld van een cruciaal leermoment uit groep 3

De leerstoflijnen vormen een goede aanleiding voor collegiaal overleg tussen de leraren over de onderwijsleerprocessen door de leerjaren heen. De overzichten maken duidelijk hoe (in)consequent een methode soms in elkaar zit, waar onvolkomenheden zitten en waar men gaten heeft laten vallen. Niet alleen knelpunten kunnen worden besproken, maar ook de didactiek waarvan wordt uitgegaan om die knelpunten op te sporen en aan te pakken.

### Wat is er aan de overzichten te zien?

De overzichten kunnen door de leraren gebruikt worden als model om hun onderwijs te plannen, om vooruit te kijken en om terug te blikken op het afgelegde onderwijsleerproces. Het overzicht kan geleidelijk aan steeds meer gaan functioneren als een denkmodel, omdat de leraar leert denken in termen van langer lopende onderwijsprocessen en zich daardoor niet zo snel zal verliezen in bijkomstigheden. Doordat de leraar overzicht heeft over het verloop van de leerstoflijnen is hij beter toegerust om minder relevante taken, zoals bijvoorbeeld herha-

lingstaken, desgewenst te schrappen. De leerstoflijnen representeren een proces van toenemende formalisering. Aan de overzichten is te zien hoe de diverse onderdelen, die deel uitmaken van de leerstoflijn, doorgaans worden gestart met aansprekende contexten en vervolgens, via modellen en schematiseringen, een traject van formalisering doormaken. Uiteindelijk monden ze uit bij de formele wiskundige opgaven en problemen.

### Toenemende semantisering en formalisering

De leerlingen verwerven - als het goed gaat - telkens meer inzicht in de wiskundige betekenis van diverse thema's en operaties. Ook dit proces van toenemende semantisering, ofwel betekenisverlening, is in de grafische representatie van de leerstoflijnen te herkennen. Toenemende formalisering en semantisering gaan hand in hand. Elk hoger niveau van formalisering wordt telkens opnieuw 'common sense', dat wil zeggen, moet telkens opnieuw betekenis krijgen. Dit vormt weer de basis voor de voortschrijdende formalisering. Voortijdige formalisering en eenzijdig oefenen op formeel niveau (oefenen in 'het topje van de ijsberg') is niet zinvol, omdat dit niet steunt op de gewenste semantisering.

We zien in het verloop van de leerstoflijnen ook onderdelen samenvloeien. Bijvoorbeeld in groep 3 de onderdelen 'tellen' en 'splitsen' met 'pijlentaal'. Ook hiermee is gerepresenteerd dat de leerlingen meer inzicht krijgen in de wiskundige betekenis van diverse thema's en operaties.

### Cruciale leermomenten

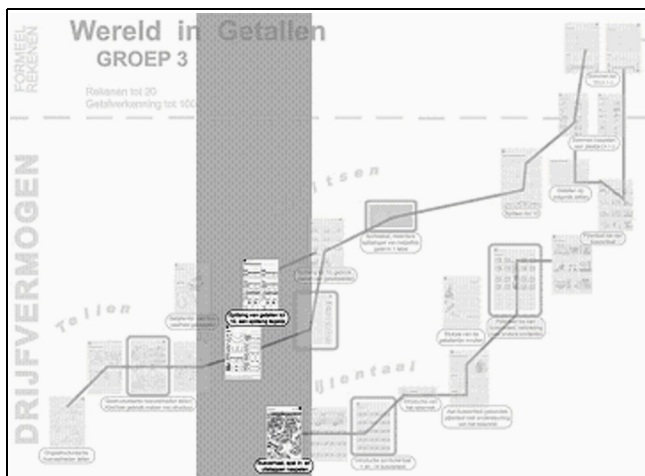
De leerstoflijnen zijn verrijkt met leermomenten die tot cruciale leerervaringen zouden moeten leiden. Een cruciaal leermoment betekent (1) dat er sprake is van het verwerven van een inzicht dat wiskundig gezien van belang is. Bovendien moet er (2) sprake zijn van een cognitieve activiteit die voor het wiskundig denken essentieel is, zoals bijvoorbeeld het schematiseren, symboliseren, abstraheren, reflecteren en generaliseren. Een leerervaring is cruciaal, als een cognitieve activiteit leidt tot groeiend wiskundig inzicht. Zo pleiten Thomas, Mulligan

en Goldin (2002) er vanuit hun onderzoek voor om kinderen te leren structureren, met het oog op de verwerving van wiskundige begrippen. Met name voor het onderwijs aan zwakkere rekenaars is een overzicht van cruciale leermomenten van belang. De hulp aan zwakkere rekenaars zal immers niet slechts op oefenen en herhalen gebaseerd moeten worden, maar op het verwerven van cruciale inzichten waar het voortschrijdende leerproces op stoelt.

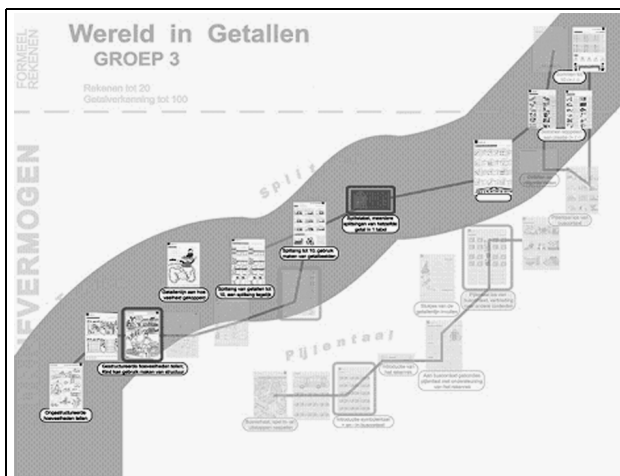
### Diverse onderdelen in de leerstoflijnen

De leerstoflijnen bestaan uit diverse onderdelen. Voor groep 3 betreft dit voor de meeste methoden de onderdelen tellen, splitsen, werken met het rekenrek, pijlentaal en verkenning van het getalgebied tot 100. Het onderdeel tellen begint met het contextgebonden, betekenisvolle tellen en verloopt via het objectgebonden tellen naar het meer formele, pure tellen. Dit pure tellen is in een volgende fase de betekenisvolle basis voor het tellend rekenen, zo beschrijft het TAL-team (1999) deze leerlijn. Daarna volgt het structurerend, semi-formele rekenen en tenslotte het formele rekenen. We zien dat het formele rekenen als het (eind)niveau van de ene fase, de betekenisvolle basis vormt voor de start van een volgende fase, al zullen contexten bij die start soms opnieuw een functie vervullen. Zo vormt de buscontext de start van het 'tellend rekenen', maar het 'formele tellen' (het eindstadium van de voorafgaande fase) vormt de inzichtelijke en betekenisvolle basis voor het leren rekenen op basis van de buscontext. Als het rekenen tot 20 het formele eindstadium heeft bereikt (waarin de buscontext is verdwenen), vormt dit eindstadium weer de betekenisvolle context voor de verkenning van het getalgebied van 1 tot 100 en het leren rekenen binnen dit getalgebied. We kunnen dit proces ook typeren als een proces van voortgaande transfer. Er vindt namelijk telkens transfer van inzichten plaats van de ene fase naar de volgende.

De verworven, formele inzichten vormen de betekenisvolle nieuwe basis van de start van de volgende fase. Transfer van deze inzichten voorkomt dat we uitvoerig met de leerlingen moeten stilstaan bij en steeds moeten



figuur 4a: activiteiten op verschillende niveaus tegelijkertijd



figuur 4b: diagonaal: van tellen naar splitsen

terugvallen op de hen vertrouwde leefwereldkennis. De inzichten van leerlingen zijn immers toegevoegd aan en geïntegreerd in hun eigen leefwereldkennis. Ze maken er deel van uit en zijn - zo gezegd - *common sense* geworden. Als deze transfer uitblijft, is er hooguit sprake van het stapelen van incoherente, lokale kennis, die doorgaans nogal rigide en weinig flexibel is. Het proces van voortgaande transfer kan ook omschreven worden als het proces van horizontale en verticale mathematisering. Wanneer het proces van verticale mathematisering is afgerond en formele inzichten zijn verworven, maken deze inzichten weer deel uit van de horizontale mathematisering van de volgende leerfase.

Tot slot dient hierbij opgemerkt te worden dat het niet alle leerlingen in het s(b)o lukt om op alle onderdelen het formele eindstadium te bereiken. Het hoogste niveau is voor die leerlingen dan bijvoorbeeld het semi-formele niveau. In dergelijke gevallen moet niet zinloos getraind worden op het formele niveau, maar kan beter worden gestart met een nieuw onderwerp op basis van contexten en leefwereldkennis. Deze vervullen nu een belangrijker functie dan zojuist geschetst.

### Verticalen en diagonalen

De leerstoflijnen kunnen zowel verticaal als diagonaal worden gelezen. Verticaal is weergegeven welke onderwerpen in de geanalyseerde methode in een bepaalde periode aan bod komen. In figuur 4a - een verkleinde weergave van figuur 3 - is te zien, dat in het onderwijs vaak tegelijkertijd op verschillende niveaus gewerkt wordt. Zo kan het zijn dat sommen tot 10 al geoefend worden met het doel ze te memoriseren, terwijl tegelijkertijd de opstart plaatsvindt van de verkenning van getallen tot 100. Gewoon werkend uit een methode is dit niet onmiddellijk duidelijk en kan het zelfs verwarrend zijn voor leerkrachten. De overzichten kunnen echter dit inzicht geven. Diagonaal lezend krijgt men een beeld van de planning van de afzonderlijke leerstoflijnen (bijvoorbeeld het onderdeel 'splitsen van getallen tot 10') gedurende een heel schooljaar of zelfs over verschillende schooljaren heen (fig.4b).

### Toelichting op de leerstoflijnen

In een toegevoegde tekst zijn de leerstoflijnen voorzien van begeleidend commentaar met het oog op het gebruik van de methode in het s(b)o. De redenering hierbij is dat de methoden niet voor het s(b)o zijn ontwikkeld en daar niet zijn uitgetoetst. Dat betekent dat aanpassingen gewenst zijn. Om die reden wordt er, indien wenselijk, commentaar gegeven. Soms is een sprong in de planning van de leerstof te groot, soms is een andere context wenselijk, soms is er meer uitleg vereist, soms vraagt een overgang naar een meer formeel niveau meer aandacht, soms moeten leerlingen iets meer aan de hand worden genomen. Ook komt het voor, dat een methode een onlogische volgorde van aanbieden van activiteiten hanteert. Ten aanzien van het splitsen van getallen tot 10, wordt

bijvoorbeeld vaak op semi-formeel niveau gestart, terwijl de onderbouwing pas veel later plaatsvindt. Een leerkracht ervaart dat het leerproces stroef verloopt en zoekt de oorzaak daarvan meestal bij zichzelf. In dit geval is dat dus niet terecht, maar ligt het aan de methode.

### Wat leerstoflijnen niet representeren

Hoewel de leerstoflijnen een toenemende formalisering en semantisering representeren, in die zin dat ze de groei van inzicht bij de leerlingen weerspiegelen, kunnen we niet spreken van de representatie van een niveautheorie. Een theorie waarmee het denken van leerlingen is getypeerd, zoals bijvoorbeeld de niveautheorie van Van Hiele, laat zien wat leerlingen doen en hoe ze te werk gaan. Bijvoorbeeld of en hoe ze hun voorkennis actief gebruiken, of ze verband leggen tussen de leefwereldkennis en wiskundige begrippen, welke 'redeneertaal' ze hanteren, hoe ze verbanden leggen tussen strategieën, of ze zelf strategieën bedenken, hoe ze argumenteren, hoe ze reflecteren, of ze kennis flexibel weten te gebruiken, enzovoort. Leerstoflijnen geven algemeen en impliciet de niveaus van het denken van leerlingen weer, in die zin dat een uitlijning van leerstof uiteraard moet corresponderen met bevindingen zoals geobserveerd in de praktijk van alledag en met bevindingen uit didactisch onderzoek.

Wat de leerstoflijnen, geïntegreerd in de ijsbergmetafoor, evenmin kunnen representeren, is het verloop van de leerprocessen van individuele leerlingen. De leerstoflijnen geven een beeld van de planning van de leerstof. De leerroute die individuele leerlingen afleggen kan sterk afwijken van de voorgestelde leerstoflijn. Zo schieten goede rekenaars soms meteen naar het hoogste formele niveau. Ook wat de zwakste leerlingen betreft, is er geen sprake van vaststaande leerwegen. Deze leerlingen volgen vaak eigen leerwegen.

Niet altijd wordt volledig inzicht verworven; er ontstaan soms flarden van inzicht, maar soms ook vervagen die onverwacht weer. Kortom, de leerwegen van individuele leerlingen zijn moeilijk voorspelbaar en veelal discontinu.

## 6 Ter besluit

In dit artikel is een overzicht gegeven van opvattingen over leerlijnen, ontwikkelingslijnen en leerstoflijnen. Vervolgens heeft de lezer kunnen kennismaken met de leerstoflijnen die binnen het project 'Speciaal Rekenen' van het F1Sme zijn ontwikkeld. Leerstoflijnen bieden een overzicht van de planning van de leerstof. De leerstoflijnen van 'Speciaal Rekenen' zijn grafisch weergegeven, zodat snel is te zien wat belangrijk en wat minder belangrijk of niet belangrijk is.

In een volgend artikel zullen we een onderwerp uit de leerstof lichten en meer specifiek laten zien hoe de betreffende leerlijnen in de methoden zijn opgebouwd. Tevens



worden ervaringen met het werken met leerstoflijnen besproken. Hierdoor krijgt men een beeld van hoe er met de leerstofoverzichten gewerkt kan worden. Ter afsluiting worden enkele ontwikkelingen toegelicht die het gevolg zijn van de activiteiten van het project Speciaal Rekenen.

## Noot

- 1 Speciaal basisonderwijs is een samenvoeging van het vroegere LOM- en MLK-onderwijs. Het betreft een speciale vorm van basisonderwijs. Speciaal Onderwijs betreft onderwijs aan kinderen in de zogenaamde clusters 1 tot en met 4. Deze kinderen hebben een fysieke (blind, doof, lichamenlijk gehandicapt), psychiatrische en/of cognitieve beperking. Voor scholen die onderwijs geven aan deze groepen leerlingen zijn aparte kerndoelen opgesteld.

## Literatuur

- Bloom, B.S. (1976). *Human Characteristics and School Learning*. New York: McGraw-Hill.
- Boswinkel, N. & F. Moerlands (2001). Speciaal Rekenen. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 19(3), 3-14.
- Boswinkel, N. & F. Moerlands (2003). Het topje van de ijsberg. In: K. Groenewegen (red.). *Nationale Rekendagen 2002, een praktische terugblik*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Bottge, B.A. (2001). Reconceptualizing Mathematics Problem Solving for Low-Achieving Students. *Remedial and Special Education*, 22(2), 102-112.
- Fosnot, C.T. & M. Dolk (2001). *Young mathematicians at work*. Portsmouth: Heinemann.
- Goldman S.R. & T.S.Hasselbring (1997). Achieving Meaningful Mathematics Literacy for Students with Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 30(2), 198-208.
- Gravemeijer, K., M. van den Heuvel-Panhuizen, G. van Donseelaar, N. Ruesink, L. Streefland, W. Vermeulen, E. te Woerd & D. van der Ploeg (1993). *Methoden in het reken-wiskundeonderwijs, een rijke context voor vergelijkend onderzoek*. Utrecht: CD-β press.
- Inspectie van het Onderwijs (2002). *De kwaliteit van het speciaal basisonderwijs. Nulmeting bij een nieuw schooltype*. Utrecht: Inspectie van het Onderwijs.
- Janson, D. (2006). De rekenmethode klaar voor de 21<sup>ste</sup> eeuw? *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 25(3), 51-54.
- Milo, B.F. (2003). *Mathematics instruction for special-needs students. Effects of instructional variants in addition and subtraction up to 100*. Heerenveen: Brouwer & Wielsma (proefschrift).
- TAL-team (2006). *Breuken, procenten, kommagetallen en verhoudingen*. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Thomas, N.D., J.T. Mulligan & G.A. Goldin (2002). Children's representation and structural development of the counting sequence 1-100. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21(1), 117-133.
- Treffers, A., M. van den Heuvel-Panhuizen & K. Buys (1999). *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex leerlijnen*. Hele getallen onderbouw basisschool. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Warries, E. & J.M. Pieters (1992). *Inleiding Instructietheorie*. Lisse: Swets & Zeitlinger BV.

---

*In 2001, at the request of the Ministry of Education, the Freudenthal Institute started the 'Speciaal Rekenen' (Special Mathematics Education) project, which has as its goal to support schools for special (primary) education with the introduction of realistic mathematics education. Following in the footsteps of regular primary schools, schools for special (primary) education are now also making the step towards realistic mathematics textbooks, partly as a result of a critical report from the School Inspectorate on the level of mathematics education in special education (Inspectie van het Onderwijs, 2002). It turned out that it is possible to work (reasonably) well with realistic mathematics textbooks in special (primary) education, provided several conditions are met. Schools indicated a need for an overview of the learning trajectories in various textbooks, and asked for extra materials for the weakest learners (Boswinkel & Moerlands, 2001). Therefore, the project 'Speciaal Rekenen' does not develop a new teaching method for special education, but supports teachers in working with regular primary school teaching methods and textbooks, taking into account the wishes, possibilities and characteristics of the target group. This article looks at 'teaching materials trajectories within teaching methods'. To be able to give these trajectories a place within the plethora of teaching trajectories in existence, we first describe the differences between teaching trajectories, development trajectories and teaching materials trajectories. The second part of the article discusses the basis of the 'Speciaal Rekenen' project, which the teaching materials trajectories are an important part of, and we clarify what can and cannot be deduced from the teaching materials trajectories.*