Een eerste lesontwerp voor de pabo over wetenschappelijke notatie

L. Schuringa
Thomas More Hogeschool, Rotterdam

Bij het nabespreken van een toets gecijferdheid, waarin 14,7 miljard door 16,6 miljoen gedeeld moet worden, word ik geraakt door de uitspraak van een studente:

> Bij deze wist ik eigenlijk weer niet wat ik moest doen. Ik snap wel dat ik moet delen, maar die 14,7 miljard past niet op mijn rekenmachine.

Tijd om aandacht te besteden aan de wetenschappelijke notatie! Dat moeten we ook gaan doen, want het staat in de toetsgids van de kennisbasistoets paborekenen (10voordeleraar, 2013):

> Rekenen met getallen die zo groot of klein zijn dat ze niet passen in het scherm van de rekenmachine en hierbij de wetenschappelijke notatie gebruiken.

Welbeschouwd staat het niet in de 'Kennisbasis' (Van Zanten, Barth, Faarts, Van Gool & Keijzer, 2011), maar weer wel in de concretisering van het referentieniveau 3*S* (Schmidt, 2011):

> Wetenschappelijke notatie rekenmachine gebruiken, ook met negatieve exponenten.

Daarbij wordt ook een voorbeeldopgave gegeven (fig.1). Maar hoe ga ik het als opleiders aanpakken? We hebben er een uur voor gereserveerd in het reken-wiskundeprogramma van onze pabo; het onderwerp 'wetenschappelijke notatie' is een nieuw onderdeel in het programma.

Licht legt in $\frac{1}{299.792.458}$ seconde één meter af.
Toets 1 $\boxed{\div}$ 299792458 in op de rekenmachine.
Je rekenmachine toont in de display
$\boxed{3.335640952\ {-9}}$, $\boxed{3.335640952\ E{-9}}$ of $\boxed{3.335640952^{-9}}$
Welk getal wordt hiermee bedoeld?
Hoe spreek je dit getal uit?
Antwoord: $3.335640952 \times 10^{-9}$.
Dat is gelijk aan 3,335640952 miljardste seconde.

figuur 1

Ik weet dat er in de tweedejaars voltijdgroepen studenten zitten voor wie het een kwestie van opfrissen is, maar ook studenten die jarenlang geen machten tegenkwamen. Ik merkte dat die laatsten bij de hernieuwde kennismaking met machten in voorafgaande bijeenkomsten over 'ontbinden in priemfactoren' nog niet tot het inzicht zijn gekomen dat het handig is als je kunt redeneren met machten.

Ik heb er iets op bedacht en een aantal elementen uit die les werkten zo goed uit dat ik ze in deze praktijktip wil delen met andere opleiders.

Het doel dat ik voor ogen had was dat de studenten zich bewust worden van het effect van herhaald vermenigvuldigen met tien, ook al ziet bijvoorbeeld 10^6 er vrij onschuldig uit, met die tien en dat zwevende zesje. Verder wilde ik de wetenschappelijke notatie niet aan de regels over het rekenen met exponenten koppelen, maar aan de namen van zeer grote en zeer kleine getallen, die ook gekend moeten worden volgens de 'Kennisbasis'. Omdat ik weet dat onze studenten veel leren van ervaren en doen, en ik door zo met de studenten te werken de niveauverschillen juist kan gebruiken om die verschillen kleiner te maken, kwam ik op het idee om de 'levende getallenrechte' van Jan Karel Timmer weer te gebruiken. Jan Karel Timmer (geboren in 1904) was wiskundeleraar te Amsterdam en Hengelo (Goffree, 1985), (fig.2). Ik gebruikte zijn idee al eerder om op de middelbare school de begrippen 'domein' en 'bereik van functies' uit te leggen. Voor de studenten maakte ik een handout bij de les, zodat ze kunnen nalezen wat in de bijeenkomst aan bod kwam en kunnen oefenen. De handout bevat:

- Beschrijving van het filmpje *Powers of Ten* van Ray en Charles Eames voor IBM uit 1977.[1]
- Lijst met de namen van grote en kleine getallen[2] met naam, factor, voorvoegsel en symbool, van triljoen tot triljoenste.
- Lijst met contexten van enkele grote getallen.[3]
- Voordelen van de wetenschappelijke notatie.
- Uitleg over wetenschappelijke notatie waarin ingegaan wordt op significatie en het aantal cijfers achter de komma met oefeningen.[4]
- Meer oefeningen uit het digitaal rekenboek.[5]
- Laatste oefening met een lijstje uit de Kennisbasistoetsgids[6] van referentiematen die studenten moeten kennen. Opdracht: zoek op internet de getalswaarde en eenheid bij de referentiemaat en schrijf het antwoord in een wetenschappelijke notatie.

Schuringa, L. (2014). Een eerste lesontwerp voor de pabo over wetenschappelijke notatie.
Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 32, 13-17.

De levende getallenrechte

Het volgend voorbeeld heeft minder te maken met opvoeden en leiding geven en meer met de wiskundeles (wat je natuurlijk niet mag loskoppelen). Ik heb de getallenrechte wel in de klas gehaald door bij de 'poten' van het bord 0 en 1 te zetten: dat ging dan met twee vrijwilligers waarvan Neeltje nul en Eefje één voorstelde. Dan werden Theo, die stelde $\frac{2}{3}$ voor, en Anton de $1\frac{1}{2}$ er bij gezet. Ze vonden dat best leuk, als er bevelen kwamen, zoals: tel 1 bij je getal op, deel je getal door 2, kwadrateer je getal. Zo konden de kinderen zien wat er, tengevolge van de operaties, met de verzameling van getallen gebeurde. Het was niet louter rekenen meer, ik vind dat meer algebra. Natuurlijk moet je voor wat variatie zorgen, bijvoorbeeld door Anton de gang op te sturen, als zijn getal extra groot wordt, of Neeltje uit het raam te laten hangen, als de stakker te ver in het negatieve gebied belandt. Ik liet ook zien, dat kwadrateren spreiding van 1 geeft. Veel mensen denken namelijk ten onrechte dat ieder kwadraat groter is dan het grondtal.
Het spelletje is herhaalbaar in een hogere klas om dan te laten zien dat worteltrekken naar 1 concentreert. Dan kan hilariteit geven als Eefje tussen Theo en Anton klem komt te staan. Het voordeel is dat zulk soort voorvallen veel indruk maken. En een goede toneelspeler in het negatieve gebied laat zich na gepaste instructie voor dood op de grond vallen, zodra het commando 'worteltrekken' weerklinkt.

figuur 2: Uit: een interview van Fred Goffree (1985) met Jan Karel Timmer

De bijeenkomst zelf start ik met twee getallen op het bord: $5{,}1\cdot10^6$ en $5{,}48\cdot10^9$ en stel daarbij de vraag of studenten snel kunnen vertellen welk getal groter is en hoeveel keer groter. Een paar studenten willen hun mobieltjes als rekenmachine inzetten, maar ik vraag of ze snel een grof antwoord kunnen geven. De getallen worden omgezet in miljoenen en miljarden en de factor daartussen is 100, of nee, 1000!

> Dat komt omdat een miljoen zes nullen heeft en een miljard negen nullen, dus je moet achter het getal 6 nullen plakken.

Als ik dat als een 'domme August' doe, vindt iedereen dat er geen nullen gezet moeten worden, maar dat de komma naar rechts opgeschoven moet worden. En als ik daar de reden van vraag is er iemand die zegt dat je de 5,1 een miljoen keer zo groot moet maken, en dat als je het getal tien keer zo groot maakt de 5,1 verandert in 51, en dat hetzelfde nog vijf keer gedaan moet worden. Een andere student vertelt dat ze toch altijd moeite heeft om te onthouden of je bij 10^6 nou een tien met zes nullen moet doen of een 1 met 6 nullen. Dus komt op het bord $10^2 = 10 \times 10 = 100$, en zo ook voor andere machten van 10. We gaan zelfs nog even door met negatieve exponenten –1 en –2 en komen zo ook even langs $10^0 = 1$. Ik merk dat dat voor sommigen iets te snel ging.
Ik leid vervolgens het filmpje *Powers of Ten* in, om de studenten te laten zien hoe snel je de afstand tot de aarde vergroot als die iedere tien seconden met een factor tien toeneemt. Bij de korte nabespreking blijkt dat ze niet alles hebben kunnen volgen, laat staan onthouden, maar wat sommigen wel is opgevallen is dat het tamelijk leeg om ons heen is als je 10^{24} meter van de aarde verwijderd bent en dat het ook nogal leeg is als je tot een cel, molecuul en proton doordringt en de afstand hebt teruggebracht tot 10^{-16} meter. Verder is ze *million million* meters opgevallen en zoeken we uit of daar een ander woord voor is. Ångström is ook opgevallen: 10^{-10} meter. En als ik vraag of iemand heeft onthouden wat nu een lichtjaar is krijg ik het antwoord: 10^{16} meter.
Dan start ik de activiteit met de getallenlijn. Daarvoor geef ik iedere student een blaadje met een getal en vertel dat ze hun getal 'zijn' en op volgorde moeten gaan staan voor het bord, de kleinste bij het raam, de grootste bij de deur. Op die blaadjes heb ik van te voren deze getallen gezet (fig.3):

0,00000000023	135000000	$3{,}12\cdot10^3$
0,45	3000,12	$-5{,}1\cdot10^{-3}$
2045000000	265000	$4{,}31\cdot10^{-2}$
$\frac{1}{1000}$	10 miljoen	$2{,}04\cdot10^9$
$\frac{1}{5000}$	350	$1{,}36\cdot10^8$
$\frac{1}{25}$	15000	$-1.0\cdot10^5$
24 miljard	–100000	$2{,}4\cdot10^{-9}$
5 miljoenste	1,72	$2{,}65\cdot10^5$

figuur 3

Ik vraag de studenten of ze nu een getallenlijn kunnen vormen, ondanks de verschillende notaties van hun getal. Er gebeurt waar ik op hoopte: de opdracht wordt met enthousiasme opgepakt. De studenten staan op, lopen naar voren en er ontstaat discussie. Ik hoor een studente met het getal 15000 teleurgesteld zeggen: 'Ik heb geen som', maar ze komt aan haar trekken bij het vinden van haar plaats in de rij, omdat ze met haar buren gaat mee-denken en praten over de grootte van hun getal. Ik kijk en onthoud waarover overlegd wordt. Ik zie dat 2.045.000.000 en $2{,}04 \cdot 10^9$ er niet zo snel uit zijn wie groter is. Ik hoor een opgeroepen vage herinnering: 'Ja, maar min en min is toch plus?' Ik hoor een student zeggen dat het lokaal veel te klein is voor deze oefening. De kleinste student roept vrolijk dat ze de grootste is. En dan staan de getallen op volgorde verwachtingsvol naar me te kijken (fig.4a en 4b).

figuur 4a: ik ben de grootste!

figuur 4b: zitten wij goed?

Ik haal de getallen, waarover lang gediscussieerd werd over hun plek in de rij naar voren en laat de hele groep er nog eens over nadenken of het goed gegaan is. Eerst de kwestie van de twee mintekens in $-5{,}1 \cdot 10^{-3}$. Een student legt aan de anderen uit dat de mintekens in $-5{,}1 \cdot 10^{-3}$ verschillende dingen betekenen: de –5,1 betekent dat het een negatief getal is, en de –3 betekent dat het 1000 maal kleiner wordt, maar wel negatief blijft, dus –0,0051 wordt. Een ander kan die uitleg herhalen, en ik ben bijna tevreden: 'Waar zit de nul eigenlijk op jullie getallenlijn? Wie van jullie heeft de nul als buur?' En dan blijken er toch een paar zeer kleine, maar positieve getallen aan de verkeerde kant van de nul te staan. Die verplaatsen zich en dan komen we op een andere discussie van daarvoor: de positionering van 2.045.000.000 en $2{,}04 \cdot 10^9$. Die zijn goed gaan staan, maar we weten het niet helemaal zeker. En ik weet het ook niet, zeg ik, want:

> Het voordeel van die wetenschappelijke notatie is dat er veel minder cijfers zijn, maar dat betekent ook dat er afgerond is. Als er afgerond is, staan die twee getallen dan ook nog in de goede volgorde?

Eén student kan het helemaal uitleggen:

> Doordat er $2{,}04 \cdot 10^9$ staat en geen $2{,}05 \cdot 10^9$ weet je zeker dat die links van 2.045.000.000 moet staan.

Als die vraag beantwoord is gaan we nog in op de vraag of de rij die ze gevormd hebben een levende getallenlijn genoemd mag worden. Laatste opdracht voor de studenten in de rij is om met de beide buurgetallen te spreken en te bedenken of ze één, tien, honderd of duizend keer groter danwel kleiner zijn. Dan pak ik de blaadjes met de getallen in wetenschappelijke notatie, en leg die bij elkaar op de vloer. Iedereen staat er omheen en ik vraag wat die getallen gemeenschappelijk hebben.

> Het is allemaal met een 10. En die 1,72 dan?
> Het zijn allemaal kommagetallen. Het zijn allemaal kommagetallen met een macht van 10. We schrijven met krijt achter 1,72 nog $\cdot 10^0$.
> Allemaal met drie cijfers? Ja, deze hebben maximaal drie cijfers, maar ik had er ook een met vier cijfers kunnen maken. Maar je bent wel dicht bij het antwoord op mijn vraag wat ze nog meer gemeenschappelijk hebben.
> De komma staat steeds achter het eerste cijfer!
> Klopt! Is er nog iets over dat eerste cijfer te zeggen?

Ook in deze klas komt het uit de groep:

> Daar kan geen nul en geen tweecijferig getal staan, het moet een cijfer *tussen* 0 en 10 zijn.

Ik ben tevreden over deze activiteit, omdat ik zie dat de studenten allemaal actief met de stof bezig zijn, hun conclusies herhalen, en blaadjes met bepaalde getallen even mee willen nemen naar hun tafel om aantekeningen te maken.
In een volgende les, neem ik me voor, ga ik eens kijken wat er is blijven hangen door de studenten te vragen op een getallenlijn een negatief getal, een zeer klein positief en een zeer groot positief getal te plaatsen, en dan wel zo goed mogelijk op schaal. En dan ben ik ook benieuwd of iemand bedacht heeft dat deze werkvorm ook gebruikt kan worden in de bovenbouw bij breuken, procenten en kommagetallen en bij getalbegrip van grote getallen.

Noten

1 Verkregen van Youtube.
2 Zie: www.math4all.
3 Verkregen via Wikipedia.
4 Uit: Module 1 Reken VOort - havo, Freudenthal Instituut.
5 Zie: www.digitaalrekenboek.nl.
6 Zie: 10voordleraar.

Literatuur

Goffree, F. (ed.) (1985). *Ik was wiskundeleraar*. Enschede: SLO.

10voordeleraar (2013). *Toetsgids pabo Rekenen-Wiskunde studiejaar 2012-2013, versie 1.*
Verkregen van http://10voordeleraar.nl/documents/Toetsgidsen/Pabo_Rekenen_2012_2013.pdf op 24 oktober 2013.

Schmidt, V., I. Locartelli & J. Tolboom (2011) *Concretisering referentieniveau rekenen 3S, Voortgezet onderwijs.* Enschede: SLO.

Zanten, M.A. van, F. Barth, J. Faarts, A. van Gool & R. Keijzer (2009). *Kennisbasis Rekenen-Wiskunde voor de lerarenopleiding basisonderwijs.* Den Haag: HBO-raad.

Panama Praktijktip nummer 129

Een eerste lesontwerp voor de pabo over wetenschappelijke notatie

Knip onderstaande kaartjes uit en verdeel ze in de groep.

Ga nu op volgorde staan: van klein naar groot.

Bedenk ook waar ‘0’ moet komen.

0,00000000023	135000000	$3{,}12 \cdot 10^3$
0,45	3000,12	$-5{,}1 \cdot 10^{-3}$
2045000000	265000	$4{,}31 \cdot 10^{-2}$
$\frac{1}{1000}$	10 miljoen	$2{,}04 \cdot 10^9$
$\frac{1}{5000}$	350	$1{,}36 \cdot 10^8$
$\frac{1}{25}$	15000	$-1.0 \cdot 10^5$
24 miljard	–100000	$2{,}4 \cdot 10^{-9}$
5 miljoenste	1,72	$2{,}65 \cdot 10^5$

Wij zijn hetzelfde!