Invloed structureringsactiviteiten bij uitvoeren van samengestelde bewerkingsopdrachten in groep 7

G. Roorda, T. Kleefsman & M. Witterholt[1]
Rijksuniversiteit Groningen/Hanzehogeschool Groningen

In de 'Periodieke peiling van het Onderwijsniveau reken-wiskundeonderwijs' in 2005 wordt geconstateerd dat basisschoolleerlingen niet goed scoren op samengestelde bewerkingsopdrachten. Fouten ontstaan onder meer, omdat leerlingen geen uitwerkingsstappen noteren. We hebben onderzocht of de kwaliteit van uitwerkingen verbetert als leerlingen leren om dit type opdrachten gestructureerd uit te werken. Daartoe werd in een experimentele groep gewerkt volgens een structureringsplan. De controlegroep maakte in dezelfde periode dezelfde opdrachten, maar dan zonder specifieke 'structureringsstappen'. Uit de resultaten blijkt dat op een school die niet gewend is leerlingen te leren rekenstappen netjes op te schrijven, stevige winst geboekt kan worden door te oefenen op samengestelde bewerkingsopdrachten. Is er op school al wel aandacht voor, dan treedt geen verbetering op door onze structureringsaanpak.

1 Inleiding

In de 'Periodieke peiling van het Onderwijsniveau reken-wiskundeonderwijs' (PPON) wordt geconstateerd dat leerlingen niet goed scoren op samengestelde bewerkingsopdrachten (Jansen, Van der Schoot & Hemker, 2005). Op basis van de rapportage van deze peiling is het onderzoek opgezet waarover in dit artikel wordt gerapporteerd. Onder samengestelde bewerkingen wordt verstaan: opgaven die beschreven zijn in een voor leerlingen voorstelbare situatie uit de werkelijkheid, waarin minimaal twee wiskundige bewerkingen na elkaar uitgevoerd moeten worden. Dit zijn belangrijke opdrachten, omdat ze gerelateerd zijn aan functionele gecijferdheid: het gebruik van rekenvaardigheid om beslissingen in het dagelijks leven te kunnen nemen (Van Groenestijn, Borghouts & Janssen, 2011). Onderstaand een voorbeeld van een samengestelde bewerkingsopdracht, gebaseerd op een berekening die mensen in het dagelijks leven uitvoeren.(Jansen e.a., 2005).

> Op vrijdagavond krijgen klanten in de supermarkt 35% korting op de laatste broden. Een brood kost normaal € 1,80. Hoeveel kost dat brood nu?

Deze opdracht kan bijvoorbeeld opgelost worden door achtereenvolgens een deling (1,80/10 = 0,18) een herhaalde optelling (0,18 + 0,18 + 0,18 + 0,09 = 0,63) en een aftrekking (1,80 – 0,63 = 1,17). Er zijn ook andere bewerkingen mogelijk om tot hetzelfde resultaat te komen.

Jansen en collega's (2005) melden over dit type opdrachten dat fouten ontstaan omdat leerlingen deze opdrachten niet op papier uitrekenen. Hoewel in de volgende periodieke peiling in 2011 (Scheltens, Hemker & Vermeulen, 2013) de negatieve trend van voorgaande jaren bij dit type opdrachten is omgebogen naar een licht positief effect, lijkt aandacht voor het nauwkeurig uitrekenen van samengestelde bewerkingsopdrachten noodzakelijk.

Het kunnen opschrijven van de berekeningsstappen en het op papier onder woorden brengen van de oplossingsstrategie van een opdracht is een belangrijk onderdeel van vaardigheid in wiskunde (Sierpinska, 1998) en is een kenmerk van diepgaand inzicht in de leerstof (Carpenter & Lehrer, 1999). Overigens blijkt uit onderzoek van Pugalee (2004, pag.43) dat schrijven tijdens het oplossen van een opdracht tot significant hogere scores op een test leidt dan wanneer alleen hardop gedacht wordt.

Ook Hickendorf, Van Putten, Verhelst & Heiser (2010) onderzochten of het uitmaakt of leerlingen opdrachten oplossen door middel van hoofdrekenen of met pen en papier. Ze letten daarbij op individuele verschillen in het gebruik van strategieën bij delingssommen. Leerlingen van groep 6 maakten delingssommen waarbij ze eerst mochten kiezen of ze de opdrachten hoofrekenend maakten of door de berekening op papier uit te schrijven. Vervolgens moesten ze enkele opdrachten op papier uitwerken.

Een conclusie van dit onderzoek is dat de scores van leerlingen die de voorkeur geven aan hoofdrekenen verbeteren wanneer ze gedwongen worden hun berekening op te schrijven. Bij de opdrachten waarin de leerlingen zelf mochten kiezen tussen pen-en-papier of hoofdrekenen bleek dat vooral bij de rekenzwakke leerlingen hoofdrekenen minder accuraat is dan pen-en-papier rekenen. De uitkomsten van genoemde onderzoeken maken duidelijk dat leerlingen er baat bij hebben om te leren opdrachten

Roorda, G, T.Kleefsman & M. Witterholt(2014). Invloed structureringsactiviteiten bij uitvoeren van samengestelde bewerkingsopdrachten in groep 7. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk, 33,* 55-61.

met pen-en-papier op te lossen en dat dit in het bijzonder van belang is voor zwakkere leerlingen.

In dit artikel rapporteren we over een onderzoek waarin we ons hebben gericht op een werkwijze om leerlingen aan te leren correct en systematisch rekenstappen en uitwerkingen te noteren op een vooraf gestructureerd uitwerkingenvel. Dit onderzoek is uitgevoerd in het kader van vekobo-project[2] wat staat voor 'vakdidactische expertisenetwerken: kwaliteitsimpuls voor opleiding, beroep en onderwijs', waarin een groep leraren rekenen-wiskunde participeerden. Deze leraren komen uit het primair en voortgezet onderwijs, hbo (pabo en lerarenopleiding wiskunde) en de Rijksuniversiteit Groningen (master leraar wiskunde). Doel van het onderzoek is leerlingen te leren samengestelde bewerkingen beter uit te voeren door structureringsactiviteiten. Daarvoor ontwierpen we materialen om leerlingen te begeleiden in structurering van opdrachten en testten we de effectiviteit van het ontworpen materiaal. We rapporteren over een in groep 7 uitgevoerd experiment op twee verschillende basisscholen. We letten in het onderzoek in het bijzonder op het correct en systematisch opschrijven van de berekeningsstappen, omdat we naar aanleiding van de bevindingen van Jansen e.a. (2005) vermoeden dat juist op dit punt winst geboekt kan worden.
De onderzoeksvraag in dit artikel is:

> In hoeverre verbeteren het cijfer en de genoteerde berekeningsstappen op een toets van samengestelde bewerkingsopdrachten bij leerlingen uit groep 7 die leren om deze opdrachten gestructureerd uit te voeren (experimentele groep) in vergelijking met leerlingen die deze aanpak niet leren (controlegroep)?

Een vervolgvraag die gesteld wordt luidt:

> In hoeverre hebben rekenzwakke leerlingen baat bij het aanleren van gestructureerd uitwerken van samengestelde bewerkingsopdrachten?

2 Onderzoeksopzet

Het onderzoek is uitgevoerd in groep 7 van twee verschillende basisscholen, met op beide scholen een experimentele en een controlegroep en is als volgt opgezet. In twee experimentele en twee controlegroepen werd een voortoets afgenomen. Vervolgens maakten zowel de experimentele als de controlegroepen gedurende zes weken, twee keer per week, een aantal van deze opdrachten. In de experimentele groep werd gewerkt volgens een structureringsplan, in de controlegroep niet. In de zevende week werd een natoets afgenomen. Om de resultaten correct te kunnen duiden, zijn leraren van de experimentele en controlegroepen geïnterviewd.
Deze globale opzet wordt hieronder verder toegelicht. Eerst worden de deelnemers aan het onderzoek beschreven. Daarna volgt een beschrijving van het onderwijs in de experimentele en de controlegroep. Vervolgens wordt beschreven welke data zijn verzameld, welke instrumenten zijn gebruikt en op welke wijze de data zijn geanalyseerd.

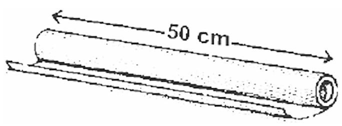
Deelnemers aan het onderzoek

Het onderzoek is uitgevoerd op twee basisscholen (aangeduid met *A* en *B*) in groep 7. Op beide scholen zijn twee groepen 7. Op school *A* bestond de experimentele groep uit twaalf leerlingen en de controlegroep uit zestien leerlingen. Op school *B* ging het om veertien leerlingen in de controlegroep en zeventien in de experimentele groep. De beide leraren van de experimentele groepen zijn tevens deelnemer aan het vekobo-netwerk. De beide leraren in de controlegroepen zijn ervaren groep 7 leraren. Deze leraren gaven het onderwijs aan de controlegroep, maar wisten niet wat het doel van het onderzoek was.

Het onderwijs in de experimentele en de controlegroep.

Gedurende een periode van zes weken werden aan alle groepen twee keer per week samengestelde bewerkingsopdrachten voorgelegd, die gebundeld waren in een boekje. Voor groep 7 is als uitgangspunt van de opdrachten genomen het rekenniveau 'midden groep 7'. Veel opdrachten zijn gebaseerd op materiaal afkomstig uit de Cito-eindtoetsen. Per keer werden twee à drie opdrachten in ongeveer een half uur door leerlingen gemaakt en door de leraar besproken. Twee voorbeelden van opdrachten zijn te vinden in figuur 1.

1. De school houdt een 'koekenactie'.
   Er zitten 4 koeken van € 0,75 per stuk in één zakje.
   In totaal verkopen de leerlingen 250 zakjes met koeken.
   Hoeveel geld krijgen ze hiervoor?
2. Op een rol zit 2 meter pakpapier.
   Hoeveel stukken van 25 cm bij 25 cm kan ik in totaal uit 1 rol knippen?



figuur 1: opdrachten uit een werkblad voor groep 7

De experimentele groepen leerden om de opdrachten uit te werken volgens een vooraf vastgestelde structuur. In de uitwerking moesten de verschillende deelstappen worden onderscheiden. Steeds werd de leerling er op gewezen de uitwerking volgens die structuur op te schrijven. De leerling moest aan de linkerkant van het uitwerkingenblad in woorden de achtereenvolgende bewerkingsstappen opschrijven en aan de rechterkant de bijbehorende berekening. De leerlingen werd aangeleerd om eerst de oplossing te plannen door de linkerkant in te vullen en vervolgens de bijbehorende bewerkingen uit te voeren. Onderaan het uitwerkingenblad was ruimte voor kladberekeningen en voor het eindantwoord. De leerlingen werd gevraagd het eindantwoord in een zin te noteren, met als doel dat de leerling controleert of het gevonden antwoord inderdaad de oplossing van het probleem is (of kan zijn). In figuur 2 een voorbeeld van het uitwerkingenblad. In werkelijkheid hadden leerlingen meer ruimte om te schrijven. Om de leerlingen te leren de structuur in de uitwerking op den duur zelf aan te brengen, werd het uitwerkingenblad in de loop van de oefenperiode minder gestructureerd. De eerste zes lessen maakten de leerlingen alle opdrachten op het gestructureerde uitwerkingenblad. Bij de zevende en de achtste les werden de voorgedrukte woorden en stappen in figuur 2 weggelaten. De laatste vier lessen werd het uitwerkingenblad niet meer voorgestructureerd, maar benadrukte de leraar in de les wel de noodzaak van het gebruik van stappen.

figuur 2: verkleind uitwerkingenblad voor leerlingen in de experimentele groep

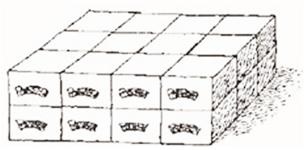
De leraren van de experimentele groep is gevraagd hoe zij de instructie hebben vormgegeven. Daarbij kwam naar voren dat de leraar van school *A* de leerlingen zelfstandig liet werken, waarna zij de opdrachten met de leerlingen besprak. Hierbij werd de nadruk gelegd op het noteren van de stappen en de reflectie achteraf. Het systematisch werken met stappen is op deze school niet een standaardmanier van werken. De leraar van school *B* werkte veel opdrachten samen met de kinderen uit, waarbij ook de nadruk werd gelegd op het noteren van de stappen. De reflectie achteraf kreeg minder aandacht. De leraar gaf aan dat deze manier van werken past bij de leraren van school *B* die les geven in groep 7.
De controlegroepen maakten in dezelfde periode dezelfde opdrachten, maar deze groepen leerden niet de aanpak zoals hierboven beschreven, waarbij elke opdracht in deelstappen werd uitgewerkt. De leraren zijn geïnterviewd om de gebruikte aanpak tijdens de les te achterhalen, zodat de resultaten konden worden geduid.

De leraar van de controlegroep op school *A* heeft iedere dag één opdracht met de leerlingen uitgewerkt. Hij nam daarbij de leerlingen bij de hand in de oplossingsstrategie, waarbij ook aandacht was voor de notatie van de deelstappen. De leerlingen kregen kladpapier om de opdracht uit te werken. De leerlingen werd niet geleerd om het antwoord van de opdracht nog in een zin op te schrijven. De niet van tevoren afgesproken aanpak van deze leraar laat dus overeenkomsten zien met de aanpak van de experimentele groep. De leraar van de controlegroep op school *B* werkte gemiddeld twee keer per week aan de opdrachten, waarbij hij meerdere opdrachten per keer liet maken. Hij deed een zelfbedachte, gelijkende opdracht voor en vervolgens werkten de leerlingen zelfstandig. De instructie richtte zich op het bedenken van het type berekening dat moet worden uitgevoerd: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen of delen. Daarbij werd, indien mogelijk, een verhoudingstabel gebruikt. Er werd geen speciale aandacht besteed aan de verschillende stappen waaruit de opgave bestond.

De gebruikte instrumenten

In elke deelnemende groep zijn een voor- en natoets afgenomen, elk bestaande uit acht opdrachten die enigszins vergelijkbaar waren (fig.3). Alle opgaven waren zo gekozen, dat er minstens twee rekenstappen nodig zijn om ze op te lossen. Alle groepen hebben dezelfde voor- en natoets gemaakt.

Voorbeeldopdracht voortoets: Dozen



De dozen wegen samen 720 kg.
Hoeveel is dat per doos?

Voorbeeldopdracht natoets: Kippenvoer
3000 kg kippenvoer wordt verpakt in zakken van 25 kg.
Deze zakken worden op pallets gelegd.
Op een pallet gaan 40 zakken.
Hoeveel pallets zijn er nodig?

figuur 3: voorbeeldopdrachten uit voortoets en natoets

Data-analyse
Bij zowel de voor- als natoets zijn er twee scores vastgesteld, namelijk:

1. Het gemiddelde cijfer op de toets op een schaal van 1 tot 10. Dit cijfer is berekend met de formule:
   Cijfer = (9 × aantal goed)/8 + 1.
2. Een score voor het aantal zichtbare en logische stappen in de uitwerking. Voor elke opdracht is een maximum aantal stappen vastgesteld. De opdracht 'Kippenvoer' (fig.3) bijvoorbeeld bevat twee bewerkingsstappen (3000 : 25 = 120; 120 : 40 = 3 of 25 × 40 = 1000, 3000 : 1000 = 3):
   – een leerling die op zijn uitwerkingenblad deze beide rekenstappen heeft beschreven scoort het maximum van twee bewerkingsstappen;
   – een leerling die één logische stap opschrijft (bijvoorbeeld 120 : 40 = 3) scoort één bewerkingsstap;
   – een leerling die alleen het antwoord opschrijft scoort nul bewerkingsstappen;
   – een leerling die een berekening opschrijft die niet bij de opgave past, bijvoorbeeld 3000 * 40 = 120000, scoort nul bewerkingsstappen.

Het aantal stappen voor alle opdrachten van de toets samen is voor elke toets geschaald van een minimum nul tot een maximum van twintig stappen.

3 Resultaten

In deze paragraaf beschrijven we eerst de cijfers op voor- en natoets en daarna het aantal gemaakte stappen in voor- en natoets. Vervolgens relateren we het aantal stappen in de uitwerking aan de cijfers van de toetsen. Ten slotte beschrijven we de invloed van onze aanpak op de resultaten van rekenzwakke leerlingen.

Resultaten voor- en natoets

In figuur 4 zijn de gemiddelde cijfers op voor- en natoets weergegeven. Uit de resultaten blijkt dat in de twee verschillende scholen verschillende patronen optreden. Op school *A* lijken de cijfers zowel in de experimentele als de controlegroep vooruit te gaan. Bij de zestien leerlingen in de controlegroep op school *A* verbetert het cijfer van een 4,3 naar een 6,2; bij de twaalf leerlingen in de experimentele groep van een 4,5 naar een 6,4. Op school *B* blijven de cijfers van zowel de veertien leerlingen in de controlegroep als de zeventien leerlingen in de experimentele groep ongeveer gelijk.

De Wilcoxon rangtekentoets laat zien dat, uitgaande van de hypothese dat de aanpak een positief effect zal hebben op de cijfers, op school *A* de cijfers op de natoets in zowel de controle- als in de experimentele groep significant verbeteren (controlegroep, $z = -2{,}556$, $p = 0{,}011$, experimentele groep $z = -2{,}199$, $p = 0{,}028$). Het oefenen op samengestelde opdrachten heeft een positief effect op de vaardigheid van het oplossen van samengestelde bewerkingsopdrachten. Echter, de werkwijze in de experimentele groep heeft geen positiever effect op het cijfer dan de werkwijze in de controlegroep. De cijfers op de voor- en natoets zijn in beide groepen vergelijkbaar. Op school *B* heeft het oefenen op het noteren van tussenstappen geen verbetering opgeleverd op het cijfer van de natoets in beide condities.

	Voortoets		Natoets	
	controle	experimenteel	controle	experimenteel
Groep 7, School *A*	4,3 (SD =2,5; *n* = 16)	4,5 (SD = 2,9; *n* = 12)	6,2 (SD = 2,6; *n* = 16)	6,4 (SD = 3,1; *n* = 12)
Groep 7, School *B*	5,8 (SD = 3,4; *n* = 14)	5,6 (SD = 2,4; *n* =17)	5,7 (SD = 2,8; *n* = 14)	5,4 (SD = 2,8; *n* = 17)

figuur 4: gemiddelde cijfers en standaarddeviaties op voor- en natoets bij controle- en experimentele groep (cijfers op de schaal 1- 10)

Uit de resultaten in figuur 4 blijkt dat het uitvoeren van het ontwerp, waarin leerlingen enkele weken getraind zijn op het gestructureerd, stapsgewijs uitwerken van samengestelde opdrachten, niet leidt tot een consistent beeld van de invloed van deze training. In één school is geen verandering zichtbaar tussen voor- en natoets in beide condities, in de andere school verbeteren de cijfers van beide condities significant.

Aantal stappen op de voor- en natoets

In figuur 5 is het aantal berekeningsstappen dat in de uitwerking van de leerling zichtbaar is weergegeven. In genomen stappen op voor- en natoets voor beide scholen. In figuur 6 zijn voor de voortoets (links) en natoets (rechts) de stappen uitgezet tegen het cijfer. De punten van school *A* en school *B* zijn verschillend gemarkeerd. Het lege gebied rechtsonder illustreert de gekozen werkwijze: stappen worden alleen geteld als ze ook logisch zijn in de berekening, onlogische stappen worden niet meegeteld. Het is daardoor niet mogelijk om veel berekeningsstappen te scoren en een laag cijfer te halen.

De gegevens in figuur 6 geven achtergrond bij de gegevens in figuur 4 en 5. Op school *A* blijken op de voortoets veel leerlingen geen enkele stap te noteren op hun uitwerkingenblad. Van de 28 leerlingen schrijven 22 geen enkele stap op in de voortoets. Er blijkt op de voortoets op school *A* geen significante correlatie te zijn tussen het aantal stappen en het cijfer ($r(26) = 0{,}196$, $p = 0{,}317$). Op school *B* worden op de voortoets veel meer stappen genoteerd en is er sterke samenhang tussen het aantal genoteerde stappen en het cijfer ($r(26)=0{,}89$, $p < 0{,}001$.)

	Voortoets		Natoets	
	controle	experimenteel	controle	experimenteel
Groep 7 school *A*	0,9 (SD = 1,8; *n* = 16)	0,7 (SD = 1,6; *n* = 12)	2,2 (SD = 1,4; *n* = 16)	4,8 (SD = 5,4; *n* = 12)
Groep 7 school *B*	7,8 (SD = 7,8; *n* = 14)	7,5 (SD = 5,4; *n* = 17)	7,8 (S D= 5,7; *n* = 14)	6,3 (SD = 4,6; *n* = 17)

figuur 5: gemiddeld aantal berekeningsstappen (aantal stappen voor elke toets geschaald van 0 tot 20)

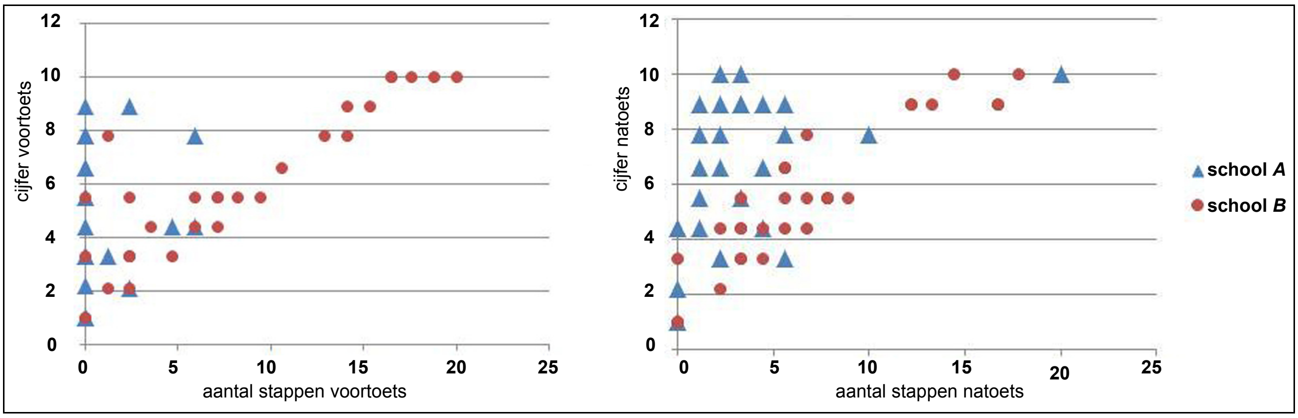
beide condities op school *A* worden in de voortoets extreem weinig stappen gebruikt (0,9 in de controlegroep en 0,7 in de experimentele groep, beide op een schaal van 0 tot 20). De standaarddeviaties zijn hoog, omdat er uitschieters zijn van leerlingen die zeer veel stappen noteren. In de natoets blijkt de progressie in de experimentele groep sterker dan in de controlegroep. Op school *B* worden op de voortoets in beide condities gemiddeld bijna acht van de maximaal twintig stappen op papier beschreven. In de natoets is, tegen de verwachting in, dit aantal in experimentele groep wat achteruitgegaan.

Relatie tussen stappen en cijfers

Om na te gaan welke invloed het gestructureerd opschrijven van stappen heeft op de cijfers van leerlingen analyseren we het verband tussen het cijfer en het aantal

Rekenzwakke leerlingen

Om na te gaan in hoeverre rekenzwakke leerlingen baat hebben bij het aanleren van gestructureerd uitwerken van samengestelde bewerkingsopdrachten, is op basis van de gegevens van dit onderzoek geanalyseerd hoe de cijfers van zwakke en niet-zwakke leerlingen zich ontwikkelen. Leerlingen uit de experimentele condities zijn daartoe ingedeeld in twee groepen op basis van hun cijfer op de



figuur 6: grafiek waarin het cijfer is uitgezet tegen het aantal genoteerde berekeningsstappen voor voortoets (links) en natoets (rechts)

	Rekenzwakke leerlingen Voortoets < 5,0 (n = 12)		Niet rekenzwakke leerlingen Voortoets > 5,0 (n = 17)	
	voortoets	natoets	voortoets	natoets
cijfer	2,7	4,4	7,4	7,4
stappen	1,6	2,9	7,1	7,4

figuur 7: gemiddelde cijfers op voortoets en natoets bij rekenzwakke en niet rekenzwakke leerlingen.

voortoets. Leerlingen die op de voortoets een cijfer onder de vijf halen worden als rekenzwak aangeduid. De cijfers van beide groepen zijn weergegeven in figuur 7.
Rekenzwakke leerlingen blijken sterk vooruit te gaan, zowel in cijfer als in stappen. Bij de niet rekenzwakke leerlingen is geen verschil tussen voor- en natoets zichtbaar. Hierbij is mogelijk sprake van een plafondeffect; als je al een hoog cijfer hebt, is het moeilijker om een nog hoger cijfer te halen.Het lijkt erop dat rekenzwakke leerlingen meer baat hebben bij de structureringsaanpak, hoewel hun cijfer voor de natoets nog steeds onvoldoende is.

4 Conclusies, discussie en aanbevelingen

De leidende vraag in dit artikel is in hoeverre het cijfer en de genoteerde berekeningsstappen verbeteren op een toets van samengestelde bewerkingsopdrachten bij leerlingen uit groep 7 die leren om deze opdrachten gestructureerd uit te voeren in vergelijking met leerlingen die een dergelijke aanpak niet leren.
De conclusie is dat de gestructureerde werkwijze die we leerlingen aanleerden er niet toe leidt dat leerlingen in de experimentele conditie betere cijfers haalden dan leerlingen in de controlecondities. Wel zien we een opmerkelijk verschil tussen de twee deelnemende scholen.

Op school *A* verbeteren de cijfers van beide condities significant. Ook verbetert op school *A* het aantal genoteerde berekeningsstappen in beide condities, maar sterker in de experimentele conditie dan in de controleconditie. Uit de interviews met leraren op school *A* blijkt dat leerlingen op deze school niet gewend zijn en niet geleerd hebben stappen te noteren. In beide condities is zes weken lang, twee keer per week, gewerkt aan ons lesmateriaal met samengestelde bewerkingsopdrachten. Uit de interviews met leraren in experimentele en controlegroep blijkt dat ze beiden aandacht hebben gegeven aan het noteren van deelstappen. Deze werkwijze heeft een positief effect.
Op school *B* blijkt er geen verbetering zichtbaar in beide condities. Op deze school hadden de experimentele en controlegroep al in de voortoets een redelijke score op het aantal genoteerde berekeningsstappen. De training lijkt geen effect te hebben, omdat de leerlingen toch al gewend zijn om rekenstappen redelijk te noteren. Toch is er nog veel winst te boeken, omdat zowel stappen als scores niet erg hoog zijn. Op basis van de grafieken in figuur 6 is ook voor school *B* aan te bevelen leerlingen nog meer te stimuleren alle berekeningsstappen te noteren.

De door ons gevolgde structureringsaanpak, waarin we leerlingen in twaalf lessen van een half uur trainden op het gestructureerd uitwerken van samengestelde bewerkingsopdrachten, heeft dus op school *B* geen zichtbaar effect gehad. Een verklaring is dat de leraar in de controlegroep in zijn uitwerkingen veel verhoudingstabellen gebruikt, wat ook gezien kan worden als een training op het structureren van berekeningen. Op school *A* verbeterde de kwaliteit van de uitwerkingen in beide condities. Op basis van de interviews onder leraren in beide scholen lijkt de mate waarin in het voorgaande onderwijs al aandacht is besteed aan het noteren van de berekeningsstappen cruciaal te zijn. Op school *A* wordt aangegeven dat het systematisch noteren in de voorgaande jaren weinig aandacht heeft gehad.

Geconcludeerd kan worden dat op een school die niet gewend is om leerlingen te stimuleren rekenstappen netjes op te schrijven (school *A*), winst geboekt kan worden door te oefenen op samengestelde bewerkingsopdrachten (beide condities). Nadruk op structureringsstappen (experimentele conditie) leidt wel tot het noteren van meer stappen en hogere cijfers. Maar ook de cijfers in de controlegroep zijn significant verbeterd. Het lijkt erop dat alleen werken aan samengestelde bewerkingsopdrachten, waarbij de leraar op een bepaalde manier aandacht geeft aan het noteren van stappen, een positief effect heeft,

Hoewel dit onderzoek niet aantoont dat zes weken trainen op structureringsstappen in alle omstandigheden effect heeft, lijkt aandacht voor gestructureerd plannen en uitvoeren van de opdracht erg belangrijk. De gegevens van ons onderzoek bevestigen resultaten van Pugalee (2004), dat het daadwerkelijk opschrijven van berekeningsstappen tot betere cijfers leidt. De berekende correlaties tussen toetsresultaat en genoteerde stappen bevestigen dit. Het blijft dus van groot belang om leerlingen te stimuleren berekeningsstappen systematisch te noteren.

Dit komt overeen met onderzoek van Jacobse en Harskamp (2009): naast planmatig werken heeft vooral ook controle van je antwoord positieve effecten op resultaten. Deze stappen zijn ook terug te vinden in het drieslagmodel, dat in combinatie met gestructureerd stappen leren opschrijven een duidelijk handvat geeft voor de didactiek van samengestelde problemen.
Ook lijkt de gekozen aanpak met name waardevol voor rekenzwakke leerlingen. Als deze leerlingen meer stappen noteren verbeteren ook de cijfers. Dit sluit aan bij onderzoek van Hickendorf e.a. (2010) die concluderen dat rekenzwakke leerlingen minder accuraat hoofdrekenen dan met pen-en-papier. Mogelijk zouden sterke leerlingen wel een vooruitgang kunnen laten zien als ze opgaven moeten maken die voor hen uitdagend zijn, omdat ze moeilijkere opdrachten waarschijnlijk ook niet meer accuraat uit hun hoofd kunnen berekenen.

Noten

1 G. Roorda & M. Witterholt zijn werkzaam aan de Rijksuniversiteit Groningen, T. Kleefsman is werkzaam op de Hanzehogeschool in Groningen.
2 Met dank aan de andere deelnemers van het vekobo-netwerk: Caroline Schaaphok, Paul de Vries, Richard Doornbos, Douwe Bergsma & Dirk de Vries.

Literatuur

Carpenter, T. & R. Lehrer (1999). Teaching and learning mathematics with understanding. In: E. Fennema & T. Romberg (Eds.). *Mathematics classrooms that promote understanding*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 19-32.

Groenestijn, M. van, C. Borghouts & C. Janssen (2011). *Protocol Ernstige Reken-Wiskundeproblemen en Dyscalculie*. Assen: Van Gorcum

Hickendorff, M., C.M. van Putten, N.D. Verhelst & W.J. Heiser (2010). Individual differences in strategy use on division problems: Mental versus written computation. *Journal of Educational Psychology, 102*, 438–452.

Jacobse, A.E. & E.G. Harskamp . (2009). Student-controlled metacognitive training for solving word problems in primary school mathematics. *Educational research and evaluation, 15*, 447-463.

Jansen, J., F. van der Schoot & B. Hemker (2005). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool, uitkomsten van de vierde peiling in 2004*. Arnhem: Cito.

Pugalee, D.K. (2004). A Comparison of Verbal and Written Descriptions of Students' Problem Solving Processes. *Educational Studies in Mathematics, 55,* 27-47.

Scheltens, F., B. Hemker & J. Vermeulen. (2013). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool, uitkomsten van de vijfde peiling in 2011*. Arnhem: Cito.

Sierpinska, A. (1998) Three Epistemologies, Three Views of Classroom Communication: Constructivism, Sociocultural Approaches, Interactionism. In: M. Bartolini-Brussi, A. Sierpinska & H. Steinberg (Eds.). *Language and Communication in the Mathematics Classroom*. NCTM, Reston VA.

The periodic survey regarding mathematics education concluded in 2005 that primary school students do not perform well on complex computational tasks. Errors occur mainly because students do not write down solution steps in their calculations. We investigated whether the quality of the answers improves when students learn to structure their calculations for this type of tasks. Therefore, students in an experimental group learned to structure their calculations by using a structured approach. Students in the control group worked on the same tasks, but without this approach. The results show that at a school where students are not used to explicitly write down steps in their calculations, strong progress can be achieved by using a structured approach when exercising complex computational tasks. When there is already a good focus on writing down steps in calculation, no improvement is observed.