

Hoe rekenen sbo-leerlingen?

- onderzoek naar de relatie tussen strategiegebruik en instructie in het kader van PPON Rekenen-Wiskunde sbo -

J. Oude Oosterik & J. Hollenberg
Cito-groep, Arnhem

Dit artikel beschrijft de hoofdpunten uit de vierde 'Periodieke Peiling van het OnderwijsNiveau van Rekenen-Wiskunde in het speciaal basisonderwijs' uitgevoerd in 2013. Uit deze peiling komt naar voren dat het niveau van de leerlingen aan het einde van het sbo bij de verschillende rekenonderdelen overeenkomt met het niveau van leerlingen in groep 5/6 van het reguliere basisonderwijs. Het niveau van de leerlingen is bij de meeste onderdelen enigszins toegenomen ten opzichte van het niveau bij de vorige peiling in 2006. Uit een oriënterend onderzoek, als onderdeel van de peiling, blijkt dat leerlingen bij aftrekopgaven een voorkeur hebben voor cijferen en kolomsgewijs rekenen, terwijl leerkrachten in hun instructie dikwijls een rijgende strategie onderwijzen.

1 Inleiding

In 2013 voerde Cito in opdracht van het Ministerie van Onderwijs het vierde 'Periodieke Peilingsonderzoek van het Onderwijs Niveau (PPON) voor Rekenen-Wiskunde in het speciaal basisonderwijs' (sbo) uit. In deze peiling staat een inventarisatie van het onderwijsaanbod en een gedetailleerd onderzoek naar de rekenvaardigheid van leerlingen in het speciaal basisonderwijs centraal. Ook is er aandacht voor de instructie van leerkrachten en het strategiegebruik van leerlingen bij aftrekopgaven tot 100. Het strategiegebruik van leerlingen is onderzocht door hen zowel kale opgaven als opgaven in aanvul- en aftrekcontexten hardop te laten maken. De leerkrachten van deze leerlingen vroegen wij aan te geven welke instructie zij bij diverse aftrekopgaven zouden geven. Zo kan een indicatie worden gegeven in hoeverre de instructie van de leerkracht van invloed is op het (flexibel) strategiegebruik van leerlingen in het sbo.

In deze bijdrage leest u eerst in het kort enkele resultaten uit het onderzoek naar het niveau van de rekenvaardigheid. Daarna gaan we in op het aanvullende onderzoek naar instructie van de leerkracht in relatie tot de oplossingsprocedures van leerlingen. De resultaten van het onderwijsaanbod worden niet in deze bijdrage besproken, maar zijn te lezen in de 'Balans' die in de loop van 2014 verschijnt.

2 Wat kunnen sbo-leerlingen?

Het sbo is bedoeld voor leerlingen met een laag intelli-

gentieniveau, leer- en ontwikkelingsachterstanden en/of problemen op het gebied van werkhouding en concentratie. Het speciaal basisonderwijs valt niet onder de wet 'speciaal onderwijs', maar is een speciale vorm van onderwijs voor leerlingen die het op een reguliere basisschool niet redden. Leerlingen op sbo-scholen dienen na het verlaten van deze school dezelfde basiskennis behaald te hebben als leerlingen op een reguliere basisschool.

Voor dit onderwijstype zijn al eerder peilingsonderzoeken uitgevoerd in 1992 (Kraemer, Van der Schoot & Veldhuizen, 1996), in 1997 (Kraemer, Van der Schoot & Engeleen, 2000) en in 2006 (Kraemer, Van der Schoot & Van Rijn, 2009). De doelgroep van dit onderzoek zijn wederom leerlingen in het speciaal basisonderwijs die qua leeftijd vergelijkbaar zijn met leerlingen aan het einde van het reguliere basisonderwijs, oftewel de twaalf- en dertienjarige leerlingen. Om een beeld te krijgen van het niveau op het gebied van rekenen-wiskunde in het sbo, maakten 993 sbo-leerlingen, verdeeld over 41 sbo-scholen, opgaven uit verschillende domeinen. De domeinen sluiten aan bij de kerndoelen Rekenen-Wiskunde voor het primair onderwijs (Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen, 2008) en bij de referentieniveaus, zoals opgesteld door Meijerink (2009). In dit peilingsonderzoek zijn verschillende opgavenboekjes op verschillende niveaus voorgelegd, variërend van een niveau vergelijkbaar met groep 4 tot en met een niveau dat past bij groep 7/8 van het reguliere basisonderwijs. De leerkracht maakte, op basis van resultaten op de LVS-toetsen, vooraf een inschatting welk opgavenboekje het beste aansloot bij het niveau van de leerling.

Naast de peiling in het sbo vond voor de vergelijkbaarheid van de resultaten een zogenoemde referentiepeiling in het reguliere basisonderwijs plaats. Leerlingen uit

groep 4 tot en met 7 maakten een boekje overeenkomend met het niveau van de groep waar zij in zaten.

Bij de analyses maakten wij onderscheid tussen niveaus op acht verschillende onderdelen, zoals het onderdeel hoofdrekenen, het onderdeel geld en het onderdeel verbanden. Elk van deze onderdelen past bij een van de vier domeinen van Meijerink (2009).

Bij alle domeinen is het niveau van de leerlingen aan het einde van het sbo ongeveer vergelijkbaar met dat van de

verschil tussen de getallen, zoals $73 - 69$, nodigt eerder uit tot doortellen en/of aanvullen dan een opgave met een groter verschil tussen de getallen, zoals $73 - 44$.

- De context van de opgaven. Een aanvulcontext ('hoeveel kan er nog bij?') nodigt uit tot een andere strategie dan een aftrekcontext ('hoeveel blijft er over?').
- De instructie van de leerkracht. Wanneer de leerkracht

Domein Meijerink	Onderdeel peiling	Niveau eind sbo	Niveau t.o.v. 2006
Getallen	Getallen Hoofdrekenen Bewerkingen	groep 5 groep 5 groep 5/6	↑ Gelijk ↑
Verhoudingen	Breuken, verhoudingen en procenten	groep 6*	↑
Meten	Meten Tijd Geld	groep 5/6 groep 5 groep 5/6	↑ ↑ ↑
Verbanden	Verbanden	groep 6	(niet in 2006 afgenomen)
*) Alleen leerlingen met de hoogste niveaus in het sbo hebben in de peilingen in 2013 en 2006 deze opgaven gemaakt. De resultaten bij dit onderdeel hebben dus alleen betrekking op de leerlingen die de opgaven hebben gemaakt, het gemiddelde niveau zal dus lager uitvallen.			

figuur 1: voorlopige resultaten niveaus rekenen-wiskunde per domein aan het einde van het sbo

gemiddelde leerling in groep 5/6 van het reguliere basis-onderwijs. In figuur 1 staat een globaal, voorlopig overzicht van de resultaten per domein. Het domein verbanden was nieuw in deze peiling, een vergelijking met 2006 was daarom niet mogelijk. Bij vrijwel alle overige domeinen ligt het niveau van de leerlingen aan het einde van het sbo iets hoger dan bij de sbo-peiling uit 2006. Zeker bij het domein breuken, verhoudingen en procenten laten de leerlingen zien dat ze meer kunnen. Mogelijk is hier sprake van een effect van het werken met referentieniveaus waardoor sbo-scholen, ook bij leerlingen die het niveau van groep 7 of 8 niet zullen halen, wel zorgen voor basiskennis op het gebied van breuken en procenten.

3 Strategiegebruik leerlingen versus die van leerkrachten

Toetsen zijn bedoeld om het niveau van de leerling in kaart te brengen. Om vast te stellen hoe leerlingen opgaven oplossen, zijn in aanvullend onderzoek oplossingsstrategieën bij aftrekopgaven nader bestudeerd. De strategie die een leerling inzet is onder meer afhankelijk van:

- De grootte van de getallen, en dan met name de grootte van het verschil ertussen. Een opgave met een klein

de leerlingen een vaste strategie aanleert, is de kans mogelijk groter dat de leerling voor deze strategie kiest om de opgave op te lossen.

- Het denkniveau van de leerling. Hierbij gaat het onder meer om het beeld dat de leerling van getallen heeft. Bij het aanvankelijk rekenen hebben veel leerlingen nog materialen nodig om een opgave op te kunnen lossen, daarna groeit het besef van getallen. Begrijpt de leerling bijvoorbeeld de structuur van getallen in tientallen en eenheden? Begrijpt de leerling dat vanaf elk willekeurig getal een sprong van tien gemaakt kan worden of rekent de leerling uitsluitend via hele tientallen?

Met deze vier factoren hielden wij rekening in het aanvullende onderzoek waarin de instructie van leerkrachten is bestudeerd. In een kleinschalig vooronderzoek keken wij of de uitleg van de leerkracht in de groep overeenkomt met de genoteerde uitleg van de leerkracht op papier. Omdat dit overeenkwam, hebben we aan de leerkrachten van de sbo-leerlingen die aan het onderzoek deelnamen drie aftrekopgaven met verschillende contexten en getal-groottes voorgelegd, met de vraag om op papier te beschrijven hoe zij deze in de groep zouden uitleggen. Hierbij vroegen wij de uitleg zo volledig mogelijk te beschrijven door:

- tussenstappen te noteren;
- het gebruik van hulpmiddelen en/of materialen in de instructie te vermelden;

	Tellen (T)	Rijen (R)	Splitsen (S)	Afleiden (A)
1	Figuratief/handelingsgebonden tellen vanaf 0	n.v.t.	n.v.t.	n.v.t.
2	Doortellen vanaf willekeurige getal	n.v.t.	n.v.t.	n.v.t.
3	n.v.t.	Springen via tiental ($40 - 6 = 34$, want $34 + 6 = 40$)	Tientallen en eenheden afsplitsen ($68 - 35$ via $60 - 30$ en $8 - 5$)	Uit een getalbeeld ($80 - 30 = 50$, want $8 - 3 = 5$)
4	n.v.t.	Sprongen van 10 vanaf een willekeurig getal ($36 - 25$ via 26 , 16 en 5 eraf)	Combinatie rijen en splitsen ($62 - 48$ via $60 - 40 = 20 \rightarrow 20 + 2 = 22$ en $22 \div 8 = 14$)	Puzzelen met rekenfeiten ($100 - 48$ via $100 \div 40$ en $10 - 8$)
5	n.v.t.	Structurerend ($63 - 38$ via $63 - 30$ en $33 - 8$)	Met positiewaarden ($62 - 48$ via $60 - 40$ en $2 - 8 \rightarrow 20 - 6 = 14$)	Compenseren met rekenfeiten ($100 - 82$ via $82 + 20$ en 2 eraf) of ($100 - 48$ via $50 + 50 = 100$, dus 52)
6	n.v.t.	n.v.t.	Kolomsgewijs $\begin{array}{r} 93 \\ 78 - \\ \hline 20 \quad (90 - 70) \\ \underline{5} - (3 - 8 = 5 \text{ tekort}) \\ 15 \end{array}$	n.v.t.
7	n.v.t.	Gestandaardiseerd	Met positiecijfers ($93 - 78$ onder elkaar, $3 - 8$ kan niet \rightarrow 10 lenen, $13 - 8 = 5$, 5 opschrijven, enzovoort)	Herleiden via veranderen operatie ($62 - 48$ via $64 - 50 = 14$)

figuur 2: gebruikte strategieën door leerlingen bij het oplossen van aftrekopgaven (Kraemer, 2011)

- notities en/of illustraties op het (digi)bord tijdens de instructie aan te geven.

Niet alleen de instructie van de leerkrachten is bevestigd, ook de oplossingsstrategieën van de leerlingen is bekeken. Op ongeveer de helft van de deelnemende sbo-scholen vonden individuele afnames plaats. Uit elke groep zijn zes leerlingen van uiteenlopende niveaus geselecteerd: twee leerlingen met het geschatte niveau groep 4 of lager, twee leerlingen met het geschatte niveau groep 5 en twee leerlingen met het geschatte niveau groep 6 of hoger. Bij deze indeling in zwakke, gemiddelde en hoogwaardige leerlingen, werden de niveaus gebruikt, zoals door de leerkracht op de leerlingenlijst was opgegeven. Door leerlingen met uiteenlopende niveaus de opgaven voor te leggen, kan het beste zicht gekregen worden op de variatie in oplossingsstrategieën.

Deze leerlingen kregen zes aftrekopgaven voorgelegd die passen bij de lesstof van het sbo. Deze zes opgaven bestonden uit twee opgaven met een aanvulcontext, twee met een aftrekcontext en twee kale opgaven. De grootte van het verschil tussen de getallen varieerde van klein, zoals $83 - 79$, middelgroot, zoals $92 - 46$, tot groot, zoals $63 - 19$. De leerlingen maakten de opgaven hardop en mochten hierbij aantekeningen maken in hun toetsboekje. Ze mochten zelf kiezen welke oplossingsstrategie

ze gebruikten. De toetsleider schreef de uitleg van de leerling letterlijk op en hij kreeg de instructie om zo nodig door te vragen naar de gebruikte strategie, zónder de leerling te helpen of te zeggen of een antwoord goed of fout is.

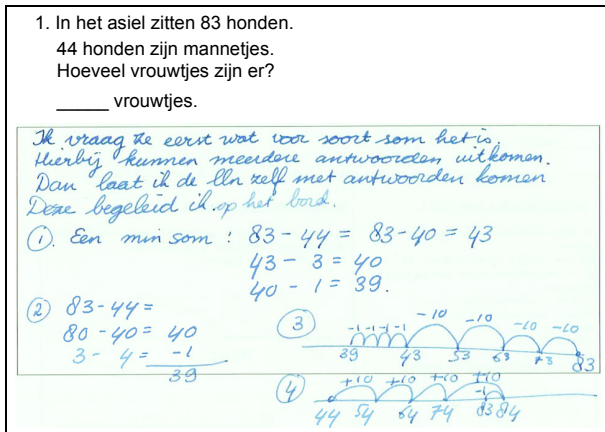
Zowel de leerkrachtinstructie als de antwoorden van de leerlingen zijn gecodeerd. Hierbij is onderscheid gemaakt tussen de volgende strategieën: tellen, rijen, splitsen en afleiden. Ook keken wij naar de verschillende niveaus waarop deze strategieën zijn toegepast. Een beknopt overzicht van de gebruikte codes staat in figuur 2. De gebruikte indeling en bijbehorende naamgeving van de categorieën is ontleend aan het onderzoek van Kraemer (2011) naar oplossingsstrategieën van leerlingen bij rekenen-wiskunde.

Om de interbeoordelaarsbetrouwbaarheid vast te stellen, bekeek een tweede beoordelaar een deel van de antwoorden van de leerlingen en een deel van de instructies van de leerkracht. De overeenstemming tussen de beoordelaars bleek ruim voldoende.

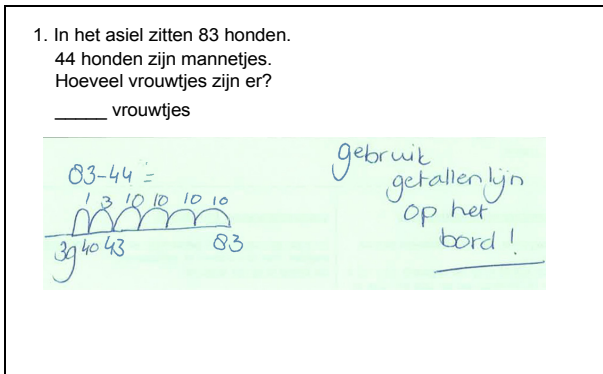
Welke strategieën gebruiken leerkrachten in de instructie?

In het onderzoek vulden 58 leerkrachten de vragenlijst over strategiegebruik in; 46 procent van de leerkrachten

gebruikt verschillende strategieën in de uitleg van een opgave. Een kleine meerderheid van de leerkrachten kiest daarmee voor één strategie in de uitleg van een opgave (fig.3).



figuur 3: meerdere strategieën in de uitleg van één opgave

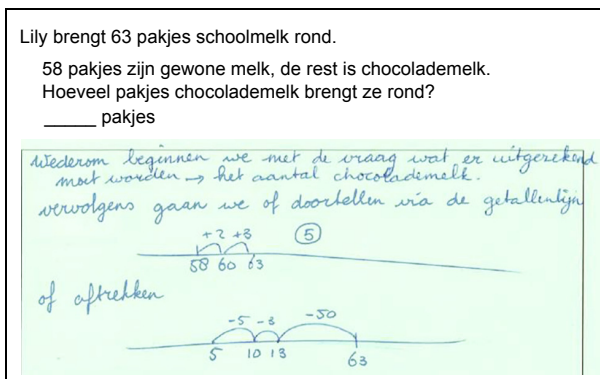


figuur 4: rijgende strategie met sprongen van 10 vanaf een willekeurig getal

soort opgave. De meerderheid van de leerkrachten (circa 70 procent) gebruikt een rijgende strategie in de uitleg (conform de indeling in figuur 2 zijn 4R en 5R samen de meest gebruikte) waarbij ze sprongen met tientallen maken vanaf een willekeurig getal en/of waar ze kiezen voor een structurerende manier van rijgen. Ongeveer de helft van de leerkrachten doet dit met behulp van de getallenlijn. Twee voorbeelden van deze vorm van rijgen staan in figuur 4 en 5.

Kolomsgewijs rekenen (code 6S in figuur 2) is ook een veelgebruikte strategie. Circa 20 procent van de leerkrachten gebruikt deze strategie in de uitleg. Een voorbeeld hiervan staat in figuur 6.

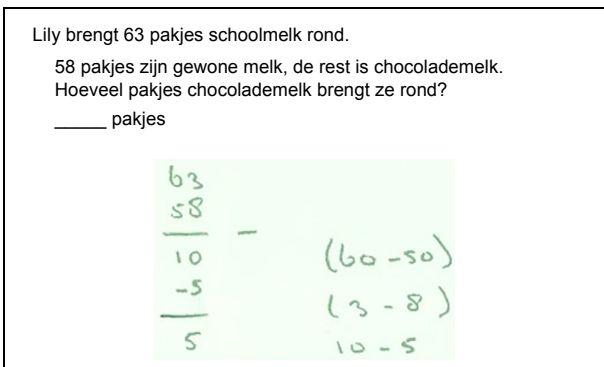
Bij opgaven met een klein verschil tussen de getallen, zoals $72 - 69$, gebruiken de leerkrachten vaker een tellende strategie in hun uitleg. Ongeveer 10 procent van de leerkrachten gebruikt deze strategie in de uitleg bij opgaven met een klein verschil, versus 2 procent bij de



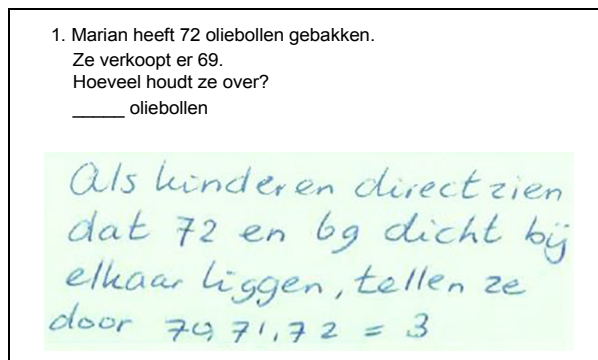
figuur 5: structurerend vorm van rijgen

Een derde van de leerkrachten gebruikt bij alle opgaven dezelfde strategie, ongeacht kaal of context (aanvullen of

opgaven met een middelgroot verschil. Een voorbeeld van doortellen staat in figuur 7.



figuur 6: kolomsgewijs rekenen



figuur 7: doortellen

afrekenen) en de grootte van het verschil tussen de getallen. De overige 68 procent van de leerkrachten lijkt volgens dit onderzoek de strategie aan te passen aan het


Een klein deel van de leerkrachten laat in de uitleg aan de leerlingen zien dat ze de keus hebben tussen aanvullen en afrekenen (fig.5).

Welke strategieën gebruiken leerlingen?

Bij de antwoorden van de leerlingen valt op dat een groot deel van hen voor één strategie kiest. Deze passen ze onafhankelijk van de grootte van het verschil tussen getallen en de context, bij alle opgaven toe. De leerlingen gebruiken bij het oplossen van de opgaven het vaakst de splitsstrategie waarbij ze gebruikmaken van cijferen of kolomsgewijs rekenen. In figuur 8 een voorbeeld van cijferen.

Jody heeft 63 euro.
Hij koopt een horloge van 19 euro.
Hoeveel euro houdt hij over?

_____ euro

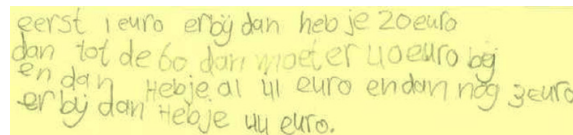


figuur 8: cijferen

Een andere leerling (fig.9) gebruikt de rijgende strategie om de opgave op te lossen. Dit is de meest gebruikte strategie in de uitleg door de leerkracht.

Jody heeft 63 euro.
Hij koopt een horloge van 19 euro.
Hoeveel euro houdt hij over?

_____ euro



figuur 9: rijgende strategie

Hoewel splitsen via kolomsgewijs rekenen en/of cijferend rekenen bij circa 20 procent van de leerkrachten in de instructie voorkomt, is het opvallend dat de meest gebruikte oplossingsstrategie van de leerlingen (splitsen) dus niet overeenkomt met de meest gebruikte strategie in de uitleg door de leerkracht (rijgen).

Bij opgaven met een klein verschil tussen de getallen gebruiken de leerlingen, net als bij de instructie door de leerkracht, vaker een tellende strategie. Bij de volgende opgave (fig.10) wordt een tellende strategie het vaakst door de leerlingen toegepast, namelijk in 20 procent van de gevallen. Toch is er ook een aanzienlijk deel van de leerlingen die deze opgave splitsend oplost.

Opgave 4
Op de camping zijn 72 plaatsen. 67 plaatsen zijn bezet.
Hoeveel plaatsen zijn nog vrij?

_____ plaatsen

figuur 10

We zien dus dat een groot aantal leerlingen een voorkeursstrategie heeft die ze bij (bijna) alle opgaven inzetten. In sommige gevallen is dat de strategie die de leerkracht onderwijst, maar in veel gevallen is dat ook een andere procedure.

Een beperkter aantal leerlingen gebruikt meer dan één oplossingsstrategie. Deze laatste groep lijkt die keuze met inzicht te maken, afhankelijk van het type opgave. Dit zijn veelal de betere sbo-leerlingen met een niveau van groep 6 of hoger. Zij kiezen in de meeste gevallen een oplossingsstrategie die het beste aansluit bij de context en de betreffende getalcombinatie.

4 Conclusie

Het niveau op het gebied van rekenen-wiskunde van de leerlingen aan het einde van het sbo ligt ruim twee jaar beneden het niveau van de gemiddelde leerling aan het einde van het reguliere basisonderwijs. De leerlingen scoren hoger dan de leerlingen uit de peiling van 2006, het niveau gaat dus vooruit.

Wat betreft het strategiegebruik bij de aftrekopgaven valt op dat leerlingen een voorkeur hebben voor splitsen via kolomsgewijs rekenen en/of cijferen. Ook hebben de meeste leerlingen één voorkeursstrategie die ze bij alle opgaven in dit onderzoek, onafhankelijk van de geboden context en getalgrootte, inzetten. Leerkrachten gebruiken in hun uitleg het vaakst een rijgende strategie. In gesprekken met leerkrachten over de resultaten geven zij dikwijls aan dat zij een rijgende strategie aanbieden om het inzicht van de leerlingen te vergroten. Hiernaar is echter nog geen onderzoek gedaan. Er zou gekeken kunnen worden of een rijgende strategie leidt tot een sterkere groei in rekenvaardigheid. Hierbij kan ook onderzocht worden of (sbo-)leerlingen in staat zijn uitleg die niet aansluit bij hun voorkeursstrategie voldoende in zich op te nemen. Verder verdient het aanbeveling om nader te onderzoeken in hoeverre de voorkeur voor één strategie bij sbo-leerlingen ook geldt voor ander type rekenopgaven dan toegepast in dit onderzoek en of er, als je dezelfde opgaven voorlegt aan leerlingen uit het reguliere basisonderwijs, grotere verschillen in oplossingsstrategieën te vinden zijn.

Noot

- 1 Zie: http://www.cito.nl/onderzoek%20en%20wetenschap/deelname_nat_onderzoek/ppon/balans_rapporten.

Literatuur

- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (2009). *Referentiekader taal en rekenen*. Enschede: z.u.
- Kraemer J.M., F. van der Schoot & N. Veldhuijzen (1996). *Balans van het rekenonderwijs in LOM- en MLK-scholen. Uitkomsten van de eerste peiling rekenen/wiskunde. PPO-reeks nr. 8c*. Arnhem: Cito.
- Kraemer, J.M., F. van der Schoot & R. Engelen (2000). *Balans van het reken-wiskunde-onderwijs op LOM- en MLK-scho-*

len 2. *Uitkomsten van de tweede peiling in 1997. PPON-reeks nr. 14.* Arnhem: Cito.
Kraemer, J.M., F. van der Schoot & P. van Rijn (2009). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs in het speciaal basisonderwijs. Uitkomsten van de derde peiling in 2006. PPON-*

reeks nr. 39. Arnhem: Cito.
Kraemer, J.M. (2011). *Diagnosticeren en plannen in de bovenbouw.* Arnhem: Cito.
Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen (2008). *Hoe rekenen sbo-leerlingen?*

This article describes the main points of the 4th Dutch National Mathematics Assessment Program (PPON) for special education, carried out by Cito (Dutch Institute of Educational Measurement) in 2013, on measuring mental arithmetic competence in children with special needs. This assessment shows that the level of the children at the end of special education is comparable with that of children in grade 3 or 4 (eight to nine years old) in (main stream) primary education in the Netherlands. For most mathematical subjects, the level of the children has increased slightly compared to the previous assessment in 2006. In additional research, as part of this assessment, we found that children prefer the use of written algorithms or the rme approach in subtraction items, while teachers use a sequential strategy in their instruction.