



Panama Praktijktip nummer 132

Vijfentwintig miljoen is dat veel?

A. Fase,
Hogeschool iPabo Amsterdam/Alkmaar

Inleiding

Huidige en toekomstige leerkrachten basisonderwijs hebben een stevig fundament nodig om goed reken-wiskundeonderwijs te verzorgen. De aanbeveling in het rapport van de KNAW om te onderzoeken hoe rekenvaardigheid en didactiek kunnen worden verbeterd is een moeilijke exercitie geweest. Bij het formuleren van de 'Kennisbasis rekenen-wiskunde' is uitgegaan van de vakspecifieke competenties van een professioneel gecijferde leerkracht (Oonk, Keijzer & Van Zanten, 2007), die:

- beschikt over voldoende niveau en rekenvaardigheid;
- betekenis kan geven aan rekenen-wiskunde;
- in staat is oplossingsprocessen en niveauverhoging te realiseren;
- in staat is wiskundig denken en handelen te bevorderen.

Uiteindelijk heeft dat geleid tot de huidige 'Kennisbasis rekenen-wiskunde voor de lerarenopleiding' (Van Zanten, Barth, Faarts, Van Gool & Keijzer, 2009). Die is uitgewerkt in verschillende domeinen: hele getallen, verhoudingen-procenten-breuken en kommagetallen, meten, meetkunde en verbanden. Mede door de uitbreiding van het aantal contacturen is er binnen het curriculum veel aandacht voor het niveau van rekenvaardigheid van de student naast de vakdidactische kennis (Kool, 2011; Keijzer, 2015). Studenten moeten sinds 2015 op de Hs. iPabo aan de propedeuse-eis van 'Wiscat 120' voldoen. Hiervoor is gekozen om studenten de kans te geven succesvol de landelijke 'Kennisbasistoets' te maken. Ball, Bass en Hill omschrijven de wiskundige kennis die leraren in het basisonderwijs nodig hebben bij het verzorgen van reken-wiskundeonderwijs. Zij onderscheiden daarbij verschillende vormen van vakkennis, *mathematics on the horizon* - het boven de stof staan- *common content knowledge* - wiskundige kennis die iedere redelijk opgeleide burger zou kunnen bezitten - en *specific content knowledge for teaching* - kennis die alleen leerkrachten hoeven te bezitten - (Ball, Hill & Bass, 2005). Deze typen kennis zouden daarom aandacht moeten krijgen in het opleidingsonderwijs. In deze praktijktip wordt zichtbaar hoe studenten werken aan deze specifieke kennis.

Op zoek naar de professioneel gecijferde leerkracht

In tweede helft van het tweede jaar staan bij de iPabo breuken, kommagetallen, verhoudingen en procenten centraal. Naast de didactiek wordt altijd aandacht besteed aan de 'Kennisbasis' bij het betreffende onderdeel. Om studenten in aanraking te brengen met wiskunde uit de eigen omgeving zijn berichten uit de krant regelmatig startpunt van de colleges. Kritisch kijken naar getallen en hen op die manier in aanraking te brengen met het eigen kennisbasis-niveau is dan uitgangspunt. Een artikel in de krant vormt de aanleiding om met studenten hun *common content knowledge* (CCK) met een kritische blik te verkennen. Dit type kennis zou aandacht moeten krijgen in het opleidingsonderwijs en zich bijvoorbeeld als volgt laten operationaliseren (Oonk, Keijzer, Lit, Den Engelsens, Lek & Van Waveren Hogervorst, 2011).

- Het herkennen van wiskunde in zowel de eigen omgeving als die van kinderen. De leraar moet situaties uit de belevingswereld van kinderen kunnen herkennen als geschikte wiskundige contexten of als geschikte toepassingssituaties.
- Gericht zijn op oplossingsprocessen bij het (laten) oplossen van reken-wiskunde problemen, onder andere door het reflecteren op eigen en andermans oplossingen. De leraar moet oplossingen van leerlingen kunnen volgen en moet kunnen zien of ze wiskundig correct zijn en functioneel in het leerproces.

De leraar moet flexibel kunnen omgaan met oplossingen en altijd verschillende oplossingsmanieren naast elkaar kunnen zetten.

- Inspelen op het wiskundig denken van de leerlingen, onder andere door te anticiperen op hun denkprocessen en hen te stimuleren tot niveauverhoging. De leraar moet de wiskundige redeneringen kunnen verwoorden op het niveau van (jonge) kinderen en ze kunnen uitdagen om wiskundige ontdekkingen te doen. Daarbij is het van belang dat de leraar ook plezier heeft in wiskunde, want daarmee draagt hij op de leerling over dat dit een mooi vak is.

Dit is de vakkennis die specifiek voor de leerkracht is *specific content knowledge* (SCK). Wellicht inspireert het ze om ook op zoek te gaan en dit in hun eigen stagepraktijk te gebruiken (Fase, 2011).

Tweehonderd miljard!

Als start van de bijeenkomst wordt onderstaand artikel besproken (fig.1). 12,5 Miljard euro is weggelaten om ook het omrekenen naar euro met de toenmalige koers aan de orde te stellen.

Kwartaalwinst van Apple met 33 procent gestegen

De nettowinst van Amerikaanse technologiegigant Apple is in het afgelopen kwartaal gestegen tot 13,6 miljard dollar (12,5 miljard euro), 33 procent meer dan een jaar eerder. De kwartaalomzet klom met 27 procent naar 58 miljard dollar. Vooral in China deed Apple goede zaken. Het concern kondigde aan zijn aandeleninkoopprogramma te vergroten van 90 miljard naar 140 miljard dollar. Daarnaast wordt meer dividend uitgekeerd. In totaal gaat het bedrijf 200 miljard dollar uitkeren aan de aandeelhouders. (ANP/ Bloomberg)

figuur 1: NRC, 28 april 2015

Met elkaar inventariseren we de gegevens uit het artikel. ‘Er wonen ongeveer zeven miljard mensen op de aarde, dan is tweehonderd miljard aan dividend bijna dertig dollar per inwoner!’, wordt er opgemerkt. Dat is bijna niet voor te stellen. Klopt dat wel? Vervolgens wordt er kort stil gestaan bij de ‘grootte’ van de winst. ‘Het lijkt of dit precies is, maar als je het uitschrijft dan moet het wel een afronding zijn’, merkt Barry op. ‘Hoeveel zou dit in euro zijn?’.

In het gesprek brengt een van de studenten een verhoudingsprobleem naar voren. Hoeveel is dit omgerekend in euro? De huidige koers wordt opgezocht. Voordat we hiermee verder gaan maken we een zijstapje naar het uitspreken van kommagetallen.

‘1 Euro is \$ 1,088 wordt uitgesproken als ‘één komma nul acht acht dollar’. Opvallend dat het uitspreken van de kommagetallen als 13,6 miljard steevast als dertien komma zes miljard wordt gedaan. Studenten lijken de getallen als op zichzelf staande cijfers te zien waarmee gerekend moet worden. Bij het cijferen vanzelfsprekend, maar hier lijkt de betekenis van cijfers achter de komma als relatie tussen breuken en decimale breuken niet aanwezig te zijn. Is het gemakzucht en hoort men niet anders in het dagelijks gebruik en ontgaat hier de betekenis van decimale verfijning? Zodra ik studenten vraag om 13,6 miljard goed uit te spreken zijn de vragende ogen zichtbaar. ‘Dertien zestiende miljard’, zegt Yanouk.’ Overigens is dit niet alleen hier zichtbaar, zodra er meerdere cijfers achter de komma staan, is het uitspreken moeizaam! Indien ik zou vragen één achtentachtigduizendste op te schrijven raken studenten, is mijn ervaring, in verwarring. ‘Hoeveel plaatsen achter de komma?’ Een goede uitspraak zou met name bij deelopgaven als bijvoorbeeld $144,144 : 12$ leiden tot de juiste uitkomst in plaats van de veelgemaakte fout ‘12,12!’

Zou het ook 13,614 miljard kunnen zijn, de opmerking van Barry betreffende de afronding, nog in mijn achterhoofd? ‘Ja’, zegt Barry, ‘Wie kan dit goed uitspreken?’ ‘Het is in ieder geval minder dan één’, zegt een student.’ Het vertalen naar een streepbreuk om achter de juiste uitspraak te komen helpt hierbij. Een andere student merkt op dat je het getal achter de komma moet zeggen en dat het aantal nullen altijd één meer is dan

het aantal cijfers achter de komma bij het uitspreken!’ Na dit zijstapje gaan we verder met het verhoudingsprobleem.

Wel of geen zakrekenmachine

Bij de eerste opgave, het omrekenen van dollars naar euro’s, sta ik het gebruik van de rekenmachine op een mobieltje toe. Ik vraag de studenten te noteren hoe zij dit aanpakken. Yanouk maakt haar ‘eigen rekentabel’. Met pijltjes geeft zij de handelingen aan, zodat voor Deli goed zichtbaar wordt welke denkstappen zij maakt (fig.2). Na inventarisatie blijkt niemand hier echt problemen mee te hebben. Het noteren van de denkstappen, zoals bij Yanouk, gebeurt nauwelijks. Zij is een van de weinigen die uitgebreid alle denkstappen op papier zet. Mede doordat zij met Deli samenwerkt, die telkens vraagt wat zij precies aan het doen is. Andere studenten gebruiken hun mobiel om te rekenen. De verhoudingstabel als denkmodel en rekenmodel is bij Yanouk niet zichtbaar.

gestegen met 13,6 miljard dollar
 33 % procent meer dan vorig jaar

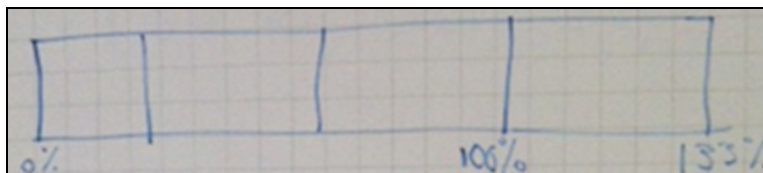
€ 1,00 $\downarrow$: 1,088 € 1,088 $\downarrow$: 1,088
 0,91911 $\searrow$ $\times$ 13,6 1 $\searrow$ $\times$ 13,6
 12,5 miljard euro 13,6 miljard
 12,5 miljard euro

figuur 2

Daar we afgelopen weken bezig zijn geweest met de leerlijn procenten wil ik de studenten attenderen op het inzetten van opgedane kennis uit eerdere colleges. Ik wil hen bewust maken van de ‘leergang’ die zij doorlopen en wil voorkomen dat zij onmiddellijk gaan rekenen. Met enige moeite komen begrippen als informele kennis, schatten, modelgebruik naar voren. ‘Oh ja,’ wordt er gemompeld als ik nadere begripsvorming noem als laatste fase. Ik vraag de studenten bij het verder werken de stappen zoveel mogelijk te volgen. Ervaar wat kinderen die voor het eerst met procenten in de methode in aanraking komen; wat er van hen verwacht wordt. Nu ze toch hun mobiel bij de hand hebben, is dit aanleiding om te zien in hoeverre het zichtbaar is dat hun mobieltje is opgeladen. ‘Kun je aflezen boven in het scherm’, wordt er opgemerkt. Ik vraag een van hen of ze de oplader even in het stopcontact willen steken en kijken wat er gebeurt. De strook als schatmodel wordt zichtbaar, om direct daarna weer te verdwijnen als de telefoon aan het opladen gaat. In het startvenster van de mobiel blijft bovenin het venster het exacte percentage leesbaar. Ik vraag hen de strook te gebruiken bij het visualiseren van de gegevens uit het krantenbericht met betrekking tot de winst die Apple gemaakt heeft. Hoe maak je gegevens zichtbaar in een strookmodel?

Van ongeveer naar exact

In tweetallen gaan de studenten vervolgens aan de slag. Vrijwel iedereen is in staat de strook in te tekenen. (fig.3).

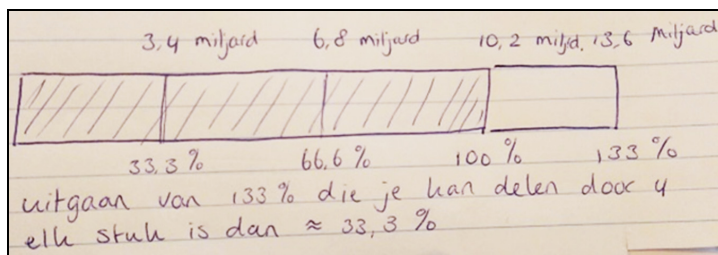


figuur 3

Wel blijft de strook verder leeg en gaat men snel over tot het gebruik van een verhoudingstabel. Het ontstaan van een verhoudingstabel vanuit de strook wordt enigszins zichtbaar als een van de studenten dit toelicht, waarbij 133 procent gelijk gesteld wordt aan 13,6 miljard dollar, zodat ook zij verder kunnen. (fig.4).

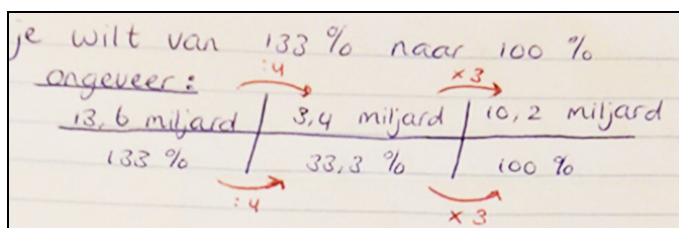
Ik besluit Yanouk en Deli te volgen. Ik zie dat ze overleggen, waarbij Yanouk telkens toelicht als Deli vragen stelt van wat ze precies doet. De 33 procent wordt in het model exacter weergegeven met 33,3 procent en in

het model als $\frac{1}{3}$ deel beschouwd. (Overigens geeft de student aan dat dit bij benadering is gezien de notatie van $\approx$ in figuur 4).



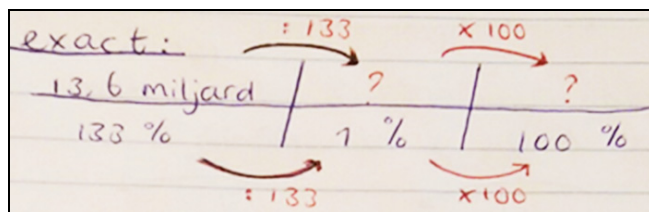
figuur 4

In het overleg tussen hen beiden maakt Yanouk helder welke denkstappen zij maakt en gebruikt daarbij de verhoudingstabel als rekenmodel om een en ander te verduidelijken. Ook voor Deli maakt zij de denkstappen inzichtelijk (fig.5).

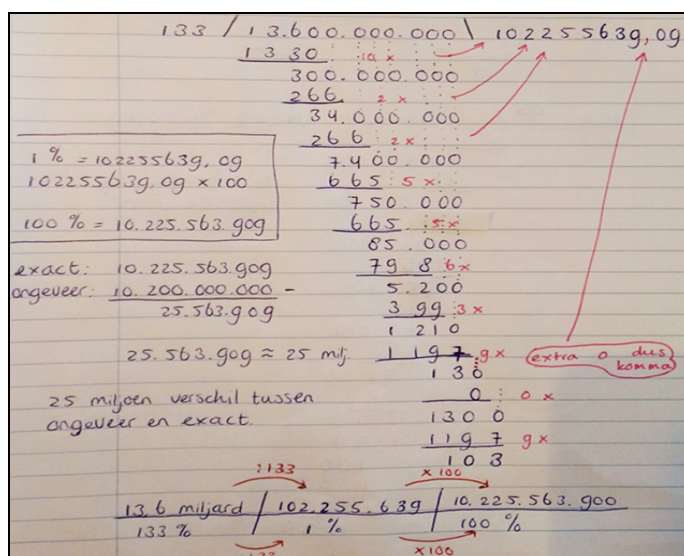


figuur 5

Ik vraag hen om straks de discussie die Barry startte met betrekking tot het afronden de berekening zo exact mogelijk te maken. Een mooie gelegenheid om 'vergeten' routines als staartdelen en vermenigvuldigen met kommagetallen te oefenen. Het gebruik van de rekenmachine wordt nu als controlemiddel ingezet. Vervolgens neemt Yanouk het voortouw in het cijferen. Deli geeft aan dit lastig te vinden, vooral als er komma's en nullen naar voren komen. Yanouk licht elke stap begrijpelijk toe (fig.6) voordat aan het cijferen wordt begonnen (fig.7).



figuur 6



figuur 7

Terugblik

De opdracht uit de krant laat heel mooi zien hoe ‘professionele gecijferdheid’ door de studenten wordt ingevuld. Vanuit de algemene rekenkennis die je van elke startende student mag verwachten (CCK) zijn zij in staat het artikel met de kritische blik van de professionele leerkracht in opleiding te benaderen (SCK). Het krantenartikel wordt eerst besproken voordat zij het met een didactische blik beschouwen. Onwaarschijnlijke bedragen als tweehonderd miljard aan dividend, gecombineerd met referentiematen van de wereldbevolking die schattend meer dan dertig euro per persoon opleveren, laten de kritische blik van de aanstaande leerkracht zien. Niet alleen de eigen rekenvaardigheid, maar ook de didactische kennis wordt ontwikkeld. Bij het omrekenen naar euro’s komen verhoudingen om de hoek kijken. Yanouk en Deli vormen een minderheid door hun handelen eerst in een verhoudingstabel weer te geven voordat zij met de rekenmachine aan de slag gaan. Op een enkeling na zijn de studenten in staat de strook in te zetten om de winst van afgelopen jaar te berekenen. Het met elkaar laten samenwerken levert veel op. Yanouk, die al een plannetje heeft hoe zij het probleem gaat aanpakken, en Deli die vraagt haar denkstappen op papier te zetten. Wellicht dat studenten dit meenemen naar de praktijk en niet alleen genoeg nemen met uitkomsten. Interactie tussen leerlingen en leerkracht levert hier veel op (Nelissen, 2002).

De didactische kennis van de professioneel gecijferde leerkracht wordt duidelijk zichtbaar. Via de strook als schatmodel wordt dit verder ontwikkeld tot verhoudings- en rekenmodel. Gaandeweg de aanpak en de discussie rond het afronden en de onderbouwing daarvan laten studenten zien dat ook zij overgaan van horizontaal naar verticaal mathematiseren. De gebruikte context geeft de student voldoende houvast om met de getallen in het artikel aan de slag te gaan. De getallen lenen zich er bij uitstek om over te gaan tot modelleren. Aanvankelijk gaat het hier om het strookmodel dat tijdens de colleges geïntroduceerd is. De context lokt ook andere modellen uit die algemeen toepasbaar zijn, zoals het verhoudingsmodel dat ook als algemeen rekenmodel gebruikt wordt (Treffers, 1987).

Binnen de didactische leerlijn van procenten laten vrijwel alle studenten zien dat zij dit goed aanpakken. Yanouk benadert de opgave niet alleen rekenkundig, maar laat ook haar wiskundig inzicht zien. Feitelijk bewandelt zij de omgekeerde weg. Haar wiskundig inzicht is voor Deli niet altijd te volgen. Vandaar dat Yanouk haar rekenkundige handelingen zo opschrijft dat Deli dit kan volgen. Samen gaan zij nog een stap verder. Zij verantwoorden de keuze van 33 procent als $\frac{1}{3}$ door in hun cijferuitwerking aan te tonen dat dit een marginaal verschil is ten opzichte van de totale winst. Mooi is te zien dat de feitelijke staartdeling ook zichtbaar wordt in het rekenmodel dat zij onder de staartdeling schrijven (fig. 7).

Bij de introductie van de opgave uit de krant hebben we stilgestaan bij verschillende onderdelen die tot de ‘Kennisbasis’ behoren. Naast functionele gecijferdheid (Ball, Thames & Phelps, 2008), dat we van elke student mogen verwachten, is een brug geslagen naar de professionele gecijferdheid (Oonk, Keijzer & Van Zanten, 2007). Door dergelijke stukjes uit de krant te gebruiken in het onderwijs, ervaren studenten de kennis die zij nodig hebben. Zij moeten ver boven de stof staan en in staat zijn zich af te vragen welke wiskundekennis specifiek voor de leerkracht (SCK) in dit soort alledaagse reële contexten nodig is om te komen tot verticaal mathematiseren. De relatief eenvoudige getallen in het krantenbericht geven veel stof tot nadenken, zowel bij de student als de docent. Onderdelen als inzicht, schatten, afronden, (uitspraak van) kommagetallen, breuken, strookmodel, verhoudingstabel, rekenmodel, zakrekenmachine, uitspreken van getallen, notatie en cijferen komen naar voren. Daarnaast de relatieve grootte van de afronding op zo’n groot getal. Juist dit laatste leverde veel discussie op. Barry, de enige jongen in de groep, heeft het laatste woord: ‘Vijfentwintig miljoen is hier niet veel, maar toch ...!’

Literatuur

- Ball, D.L., H.C. Hill & H. Bass (2005). Knowing Mathematics: Who Knows Mathematics Well Enough To Teach Third Grade, and How Can We Decide? *American Educator*, 2005(Fall), 14-44.
- Ball, D., M. Thames & G. Phelps (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59, 389-407.
- Fase, A. (2011). Professionele gecijferdheid in de opleiding. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 30(4) 9-16.
- Keijzer, R. (2015). Studielast rekenen-wiskunde: ontwikkeling 2009-2015. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 34, 55-61.
- Kool, M. (2011). Borging van de kennisbasis rekenen-wiskunde op de pabo. *Rekenen-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 30(1) 28-32.
- Nelissen, J. (2002). Interactie: een vakpsychologische analyse. *tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-*

- wiskundeonderwijs, 20(4) 3-12.
- Oonk, W., R. Keijzer & M. van Zanten (2007). Gecijferdheid vier eeuwen ontwikkeling. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 26(3), 3-18.
- Oonk, W., R. Keijzer, S. Lit, M. den Engelsens, A. Lek & C. van Waveren Hogervorst (2011). *Rekenen-wiskunde in de praktijk kerninzichten*. Groningen/ Houten: Noordhoff Uitgevers.
- Treffers, A. (1987). *Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction - The Wiskobas Project*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Zanten, M. van, F. Barth, J. Faarts, A. van Gool & R. Keijzer, (2009). *Kennisbasis rekenen-wiskunde voor de lerarenopleiding basisonderwijs*. Den Haag: HBO-raad.



Panama Praktijktip nummer 132

Vijfentwintig miljoen is dat veel?

Kijk kritisch naar de getallen in dit krantenartikel.
Wat stel jij je voor bij tweehonderd miljard aan dividend?

Kwartaalwinst van Apple met 33 procent gestegen

De nettowinst van Amerikaanse technologiegigant Apple is in het afgelopen kwartaal gestegen tot 13,6 miljard dollar, 33 procent meer dan een jaar eerder. De kwartaalomzet klom met 27 procent naar 58 miljard dollar. Vooral in China deed Apple goede zaken. Het concern kondigde aan zijn aandeleninkoopprogramma te vergroten van 90 miljard naar 140 miljard dollar. Daarnaast wordt meer dividend uitgekeerd. In totaal gaat het bedrijf 200 miljard dollar uit-keren aan de aandeelhouders.
(ANP/ Bloomberg)