

# Sterke rekenaars in het basisonderwijs: de theoretische onderbouwing

Het boek 'Sterke rekenaars in het basisonderwijs' (Sjoers, 2017) is het resultaat van jaren literatuurstudie, praktijkonderzoek en praktijkervaringen van de auteur. Recente TIMSS-scores (Meelissen & Punter, 2016) tonen aan dat investeren in goed reken-wiskundeonderwijs aan sterke rekenaars aandacht verdient. Aanleiding voor het bestuderen van sterke rekenaars was het ontbreken van aandacht voor deze doelgroep in het rapport 'Doorlopende leerlijnen' (Expertgroep Doorlopende Leerlijnen, 2008). De studie leidde tot een verzameling uitdagende opdrachten voor sterke rekenaars, een nieuwe definitie van de doelgroep met bijbehorende subtypen en hun onderwijsbehoeften. Twee onderwijsaanpassingen die aansluiten bij de onderwijsbehoeften van de doelgroep zijn het organiseren van een vast instructiemoment tijdens de reken-wiskundeles voor sterke rekenaars en het vormgeven van een plusklas rekenen.

## INLEIDING

In 2017 verscheen het boek 'Sterke rekenaars in het basisonderwijs'. Het boek is een samenvatting van jarenlange literatuurstudie, praktijkonderzoek en praktijkervaringen. In dit artikel wordt aandacht besteed aan de aanleiding tot en de theoretische onderbouwing van dit boek. Dit artikel sluit af met twee mogelijke onderwijsaanpassingen die tegemoetkomen aan de onderwijsbehoeften van sterke rekenaars.

## AANLEIDING

In 2008 werd het rapport 'Doorlopende leerlijnen' gepresenteerd met daarin een beschrijving van een fundamenteel en een streefniveau voor rekenen-wiskunde. Aanleiding voor dit rapport waren onder andere de onvoldoende rekenresultaten van leerlingen en studenten in het hoger onderwijs. Door prioriteit te geven aan basiskennis en -vaardigheden, verwachtte men de dalende trend in de resultaten te keren.

In het rapport werd een sterkte-zwakte-analyse van het reken-wiskundeonderwijs in het primair onderwijs beschreven, met als eerste aanbeveling dat meer leerlingen het hogere streefniveau moeten bereiken:

'Aanbeveling 1 Gedifferentieerde benadering: Met behoud van de aandacht voor leerlingen voor wie het algemeen maatschappelijk niveau 1F-2F-3F het natuurlijk plafond is, moeten meer leerlingen op het hogere niveau 1S-2S-3S gaan presteren dan nu het geval is.' (Expertgroep Doorlopende Leerlijnen, 2008, p. 10)

Suzanne Sjoers  
CPS Onderwijs-  
ontwikkeling en advies

Sjoers, S. (2018).  
Sterke rekenaars in  
het basisonderwijs:  
de theoretische  
onderbouwing. *Volgens  
Bartjens – ontwikkeling  
en onderzoek*, 37(4),  
41-51

Verderop geeft het rapport echter aan dat 'dit hoogste (streef)niveau voor een deel van de leerlingen (naar schatting 20 procent) structureel beneden hun potentiële mogelijkheden ligt'. (Expertgroep Doorlopende Leerlijnen, 2008, p. 24). Maar het beschrijven van een extra niveau voor deze naar schatting 20 procent van de leerlingen wordt in het rapport niet wenselijk geacht. 'Voor hen dient in de bovenbouw van het basisonderwijs een afzonderlijk onderwijsaanbod te worden gerealiseerd, zonder dat vast te leggen in een bepaald niveau' (Expertgroep Doorlopende Leerlijnen, 2008, p. 24).

Ook de PO-raad deelde de conclusie om geen extra niveau te beschrijven voor deze 20 procent van de leerlingen in het basisonderwijs, alhoewel 'het scholen wel een extra impuls kan geven om juist ook te gaan investeren in de bovenkant' (PO-raad, 2008, p. 3). Dit is echter tegenstrijdig met een citaat uit het hoofdrapport waarin staat dat een niveau leraren houvast geeft om de ontwikkeling van alle leerlingen te stimuleren. 'Door referentieniveaus te formuleren met daarin beschrijvingen van kennis en vaardigheden die leraren houvast bieden voor het bepalen, volgen en stimuleren van de ontwikkeling van leerlingen.' (Expertgroep Doorlopende Leerlijnen, 2008, p. 7).

Het verslag van het TIMSS-onderzoek uit 2007 bevatte ook al het signaal dat in Nederland ten opzichte van andere landen te weinig leerlingen voor rekenen-wiskunde het geavanceerde niveau halen. 'In Nederland haalt 98 procent van de leerlingen het laagste niveau, een basaal kennisniveau. Het geavanceerde niveau wordt door slechts 7 procent van de Nederlandse leerlingen gehaald, terwijl dit in Singapore door de helft van de leerlingen wordt gehaald. Er zijn dus weinig leerlingen in Nederland die het basisniveau niet halen, maar ook weinig leerlingen die het hoogste niveau halen' (KNAW, 2009, p. 38).

Dit alles was de reden dat APS in 2009 besloot enkele voorbeelden van uitdagende reken-wiskundeopdrachten te verzamelen uit alle vier de domeinen van het referentiekader en deze op een rekenposter te presenteren als een extra 'niveau' voor sterke rekenaars, het zogenaamde X-niveau. Hierbij verwijst de X naar eXcellent rekenen. Doel van de rekenposter was om aandacht te richten op reken-wiskundeonderwijs aan leerlingen die (in potentie) scoren op geavanceerd niveau. Basis voor eXcellent rekenen zijn de hogere denkniveaus zoals beschreven in de Taxonomie van Bloom (1956, herzien in 2001). Deze hogere denkniveaus sloten ten tijde van het onderzoek goed aan op de 'denkactiviteiten' die toegevoegd werden aan het nieuwe wiskunde-examenprogramma voor het vwo.

De X-posters werden door scholen goed ontvangen. Er bleek in het veld behoefte te zijn aan handvatten om reken-wiskundeonderwijs vorm te geven voor de 20 procent in potentie best presterende rekenaars. Met name op de scholen voor voltijds hoogbegaafdenonderwijs, die door oprichting van de Leonardostichting in 2007 waren ontstaan, was er vraag naar hoe rekenonderwijs aan hoogbegaafde leerlingen vormgegeven kon worden. In de beginjaren werkten de scholen met de gecompecte route door de reguliere reken-wiskundemethoden, maar deze werkwijze beviel niet. De scores voor rekenen-wiskunde bleven achter en scholen gaven aan dat leerlingen vaak niet gemotiveerd waren voor het vak rekenen-wiskunde. Vragen die in de lespraktijk ontstonden, waren:

- Wat zijn de onderwijsbehoeften van hoogbegaafde kinderen bij rekenen-wiskunde?
- Welke aanpassingen in de reguliere reken-wiskundemethoden zijn nodig om optimaal aan te kunnen sluiten bij de onderwijsbehoeften van de groep hoogbegaafde leerlingen?
- Welke verrijking is mogelijk in het reken-wiskundeprogramma voor deze leerlingen?

Op verschillende scholen voor voltijds hoogbegaafdenonderwijs werd in die jaren gewerkt aan een leerlijn rekenen-wiskunde voor hoogbegaafde leerlingen. De gecompecte reken-wiskundemethode vormde daarvoor de basis, aangevuld met bestaande verrijkingsmaterialen. Gesprekken met de Leonardostichting om met en voor alle scholen een leerlijn rekenen-wiskunde te ontwikkelen, liepen op niets uit.

#### **VAN POSTER NAAR ONDERZOEK**

Een verzameling uitdagende opdrachten biedt nog onvoldoende houvast om scholen een impuls te geven het reken-wiskundeonderwijs aan de sterkere rekenaars te versterken. APS deed daarom in 2010 een onderzoeksvoorstel (SLOA) om te onderzoeken hoe een leerlijn eXcellent rekenen er op po- en vo-scholen uit kan zien. Het ging daarbij om het beantwoorden van de volgende ontwikkel- en onderzoeksvraag:

*Welke aanpakken zijn uitdagend en motiveren hoogbegaafde leerlingen bij rekenen-wiskunde tot het bereiken van een eXcellent rekenniveau en hoe kunnen succesvolle ingrediënten uit deze aanpakken tot een schoolbreed traject/aanpak worden gebracht waarmee scholen excellent reken-wiskundeonderwijs kunnen vormgeven en inrichten?*

Het onderzoeksvorstel werd goedgekeurd en in 2011 werd gestart met literatuurstudie en het voeren van gestructureerde interviews. Met de interviews werden bestaande praktijken en materialen voor reken-wiskundeonderwijs aan hoogbegaafde leerlingen in beeld gebracht. Er waren drie interviewversies: een versie voor schoolleiding, leraren en leerlingen. De interviews werden afgenomen aan de hand van een door de onderzoekers in samenwerking met externe experts opgestelde lijst met specifieke vragen. De resultaten werden gescoord op criteria, materialen, praktijken en interventies die voor eXcellent rekenen relevant zijn.

De gestructureerde interviews zijn op vier scholen voor primair onderwijs gehouden. Hierbij zijn op elke school één directielid, minimaal twee leraren en vijf leerlingen geïnterviewd. Van deze vier scholen waren er twee met een voltijds hoogbegaafdenafdeling. In dit onderzoek lag de focus op hoogbegaafde leerlingen bij het vak rekenen-wiskunde. Daarbij was de definitie van hoogbegaafdheid volgens het Meerfactorenmodel van Mönks (1985, revisie 1988) het uitgangspunt. Dit model geeft aan dat er sprake is van hoogbegaafdheid wanneer een leerling een IQ van 130 of hoger bezit, doorzettingsvermogen toont om hoogbegaafde prestaties te leveren en creatief denkvermogen bezit. Volgens deze definitie is 2 tot 3 procent van de leerlingen in het primair onderwijs hoogbegaafd.

Uit de literatuurstudie kwamen enkele punten naar voren waar in de gestructureerde interviews op werd doorggevraagd:

1. Onderwijsaanpassingen voor sterke rekenaars zijn in Nederland met name gericht op het compacten van de rekenstof. Dit compacten gebeurt door de sterke rekenaars de zogenaamde routeboekjes (SLO) te laten gebruiken. De tijd die daardoor over blijft, wordt gevuld met verrijkingsopdrachten voor rekenen-wiskunde.

Noteboom en Klep (2004) lieten zien dat de door SLO geformuleerde richtlijnen voor compacten goed bruikbaar zijn, omdat hiervoor weinig begeleiding van de leraar nodig is en leerlingen er zelfstandig mee uit de voeten kunnen. Via gestructureerde interviews werden directieleden, leraren en leerlingen bevraagd op de voor- en nadelen van compacten. Uit de interviews met leerlingen bleek dat veel hoogbegaafde rekenaars het niet prettig vonden om met de routeboekjes te werken. Om te bepalen of leerlingen met routeboekjes mogen werken, wordt namelijk vaak vooraf getoetst. Vaak geldt daarbij de regel dat bij een score van 80 procent goed op de voortoets, leerlingen mogen compacten. Voor leerlingen kan de angst om deze score niet te halen verlamdend werken. Ook werd genoemd dat leerlingen de hele reken-wiskundeles in het klaslokaal willen blijven en liever niet met verrijkingsstof naar de gang worden gestuurd. Van leraren kregen we reacties dat het werken met een routeboekje betekent dat er te weinig oefenstof overblijft voor bepaalde leerlingen. Met name in de bovenbouw zag men leerlingen met onvoldoende gememoriseerde tafeln kennis. Door het compacten werd er namelijk veel oefen- en herhalingsstof geschrappt. Daardoor bleven de sterke rekenaars de tafelsommen automatiserend oplossen.

Tijdens interviews op scholen met voltijds hoogbegaafdenonderwijs liepen de onderzoekers regelmatig tegen het vooroordeel aan dat hoogbegaafde leerlingen niet in staat zouden zijn tafelsommen te memoriseren (afbeelding 1).

Hoogbegaafde kinderen hebben vaak een hekel aan herhaling en stampen. Deze leerlingen hebben namelijk de ervaring dat ze nieuwe lesstof al beheersen na één keer lezen of horen. Ze ervaren herhaling van bekende stof daarom als niet uitdagend, saai en zinloos. Wanneer er efficiëntere alternatieven beschikbaar zijn, zoals de rekenmachine, ontbreekt de noodzaak en motiveert het dus niet om de vaardigheid van memoriseren onder de knie te krijgen. Sterke rekenaars hebben inderdaad een uitstekend begrip van lastige wiskundige concepten, terwijl tegelijkertijd hun rekenvaardigheden minder goed ontwikkeld zijn (Assouline en Lupkowksi-Shoplik, 2011). Sterke rekenaars willen meer weten over het 'waarom' van rekenprocessen dan over 'hoe' die verlopen. Leraren zijn vaak onder de indruk van het rekenkundig inzicht van deze leerlingen, waardoor ze veronderstellen dat sterke rekenaars geen memoriseringsoefeningen nodig hebben.

Afbeelding 1. Fragment uit 'Sterke rekenaars in het basisonderwijs' (Sjoers, 2017, p.49)

2. Leraren zijn handelingsverlegen wat betreft het aansluiten op de onderwijsbehoeften van hoogbegaafde leerlingen. In de interviews gaven de leraren aan moeite te hebben met het identificeren van de doelgroep, hiervoor werden alleen toetsscores gebruikt. Werkelijke kennis over onderpresterende sterke rekenaars ontbreekt.

Leraren gaven ook aan dat er geen structurele aandacht is voor deze doelgroep bij hen op school en ze daarom voortdurend het gevoel hebben dat ze de sterke rekenaars te kort doen. Leraren gaven aan behoefte te hebben aan een leerlijn voor deze doelgroep.

In het literatuuronderzoek werden deze uitspraken bevestigd door bijvoorbeeld Mooij en collega's. 'De ondersteuning van hoogbegaafde leerlingen komt vaak te laat en is onvoldoende structureel ingebed in leerprocessen en in de organisatie daarvan' (Mooij, Hoogeveen, Driessen, Van Hell, & Verhoeven, 2007, p. 53).

#### DEFINITIE DOELGROEP

De literatuurstudie leverde veel kenmerken op van hoogbegaafde rekenaars, maar ook het inzicht dat hoogbegaafde rekenaars qua kenmerken een erg heterogene groep vormen. Dat maakt signaleren van hoogbegaafde rekenaars lastig. Ook op het gebied van scores is de groep lastig te definiëren. Leerlingen met reken-wiskundetalent blijken namelijk niet altijd opvallend goed in rekenen (De Lange, et.al, 2013). We vonden onder andere een indeling van Kruteskii (1976) in drie typen mathematical talent: leerlingen met een *algebraic cast of mind*; een *geometric cast of mind* en een combinatie van beide denkwijzen. Er is gekozen om deze indeling niet te gebruiken bij de SLOA-onderzoeken. Een argument hiervoor was dat deze indeling onvoldoende handvatten biedt voor leraren om het reken-wiskundetalent van leerlingen tot bloei te brengen.

De groep leerlingen waarover het hier gaat kent vele benamingen, namelijk reken-wiskundetalent, sterke rekenaars, hoogbegaafde rekenaars. In de SLOA-onderzoeken werkten we met de term 'excellente rekenaars'. Toen enkele jaren later de blauwe subgroep in het protocol ERWD (Van Groenestijn, Borghouts, & Janssen, 2011) beschreven werd als 'goede rekenaars', ontstond de behoefte om de definitie van de doelgroep opnieuw te bekijken. De term 'hoogbegaafdheid' werd losgelaten en er werd breder gekeken naar internationale wetenschappelijke literatuur over 'math talent'. We vonden zo de indeling van Reed (2004) in twee typen *math talent*:

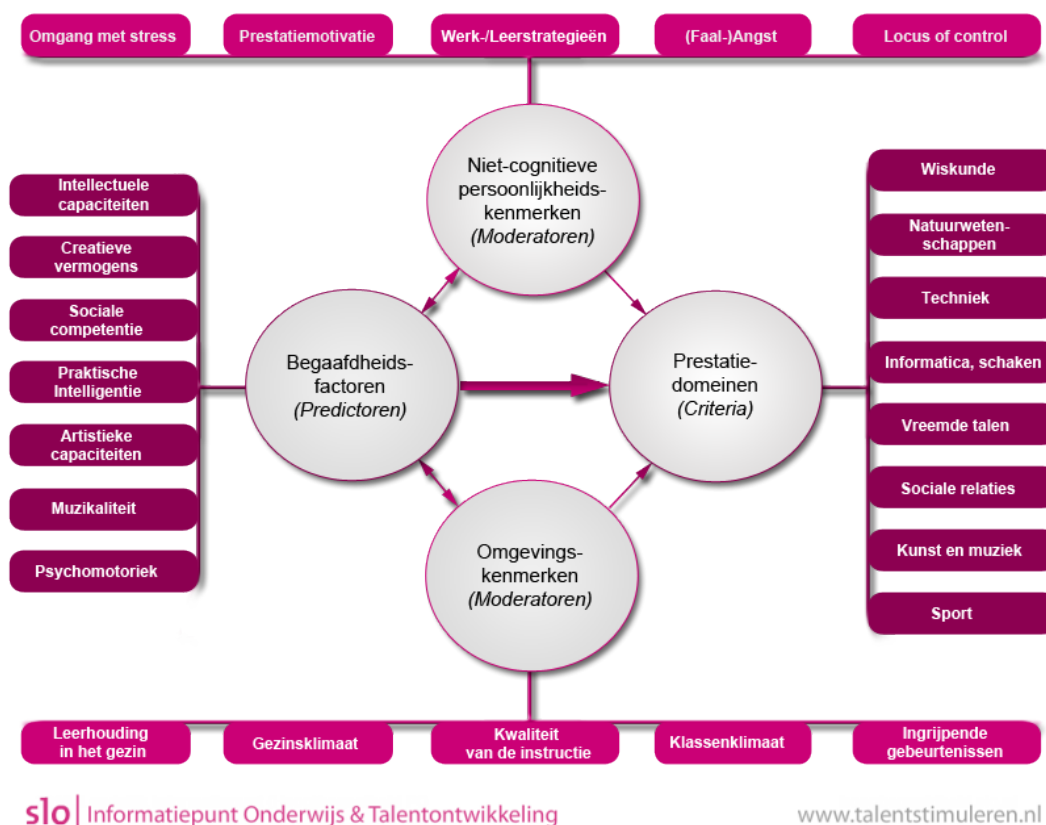
- Leerlingen die 'vroegrijp' zijn ten opzichte van hun klasgenoten. Bij het oplossen van vraagstukken is een ongewone snelheid te zien en door hun intuïtieve begrip van rekenen-wiskunde, slaan ze denkstappen over en zijn daardoor niet in staat om uit te leggen hoe ze tot het juiste antwoord zijn gekomen.
- Leerlingen die bij het oplossen van vraagstukken andere denkprocessen gebruiken. Deze leerlingen zien verbanden zonder dat ze daar instructie over hebben gehad.

Er ontstond behoefte om tot een eenduidige benaming voor de doelgroep te komen. De typen *math talent* van Reed (2004) vormden hiervoor een goede basis, al miste bij deze indeling het type waar tot dan toe in Nederland de focus op lag: *math talent* met hoge toetsscores. Dit leidde tot een voorstel voor beschrijving van drie subtypen sterke rekenaars, namelijk goede, snelle en creatieve rekenaars (Sjoers, 2016). Hiervoor waren drie belangrijke argumenten:

#### 1: van hoogbegaafdheid naar talentontwikkeling

Nadat enkele jaren bij hoogbegaafdheid de definitie van Mönks werd gehanteerd, ontstond er in onderwijsland een verschuiving in het denken over talentontwikkeling. De focus op de smalle doelgroep 'hoogbegaafden' ontwikkelde zich naar een bredere kijk op talentontwikkeling.

In afbeelding 2 benoemt Heller aan de linkerkant diverse talenten, waaronder intellectuele capaciteiten. Hieronder valt ook het rekentalent. Deze begaafdheidsfactoren komen pas tot uiting in prestatiedomeinen, wanneer de omgevingskenmerken (onderaan) en niet-cognitieve persoonlijkheidskenmerken (bovenaan) optimaal meewerken.



Afbeelding 2. Multifactorenmodel van Heller (Heller, 1992 herzien in 2000, p. 18)

### 2: geen primaire focus meer op resultaten bij signalering

In de onderwijspraktijk werd duidelijk dat het signaleren van sterke rekenaars vrijwel altijd plaatsvond met behulp van scores en resultaten. Door alleen deze gegevens te gebruiken, komt alleen de groep rekenaars in beeld die goed past binnen de denkwijze van de reken-wiskundemethode en de aangeboden reken-wiskundetoetsen. Het gevolg daarvan is dat de leerlingen die in potentie goede rekenaars zijn, maar nog niet de begeleiding of gelegenheid hebben gehad om hun potentie om te zetten in prestaties, niet worden gesignaleerd. De focus op potentie in plaats van op prestaties was in 1994 in de Verenigde Staten al zichtbaar in de vorm van een 'task force on mathematically promising students' die tot doel had om aan alle leerlingen uitdagende opdrachten aan te bieden (Gavin, 2011).

Door het Multifactorenmodel van Heller als uitgangspunt te gebruiken, past het signaleren op basis van alleen maar toetsscores niet langer. Er zal dan ook meer gekeken worden naar de kenmerken van sterke rekenaars zelf, de omgevingskenmerken en de onderwijsbehoeften van de individuele sterke rekenaar. Het resultaat is dat de groep sterke rekenaars groter wordt.

### 3: rekentalenten met taalproblematiek

Tenslotte is door praktijkervaringen en lesobservaties het inzicht ontstaan dat bij het Multifactorenmodel van Heller toch nog een groep leerlingen gemist wordt, die bij betere afstemming wel in staat is om op geavanceerd niveau te scoren.

Leerlingen met dyslexie of leerlingen waarvan het Nederlands niet de moedertaal is, werden bij een screening op reken-wiskunderesultaten, niet aangemerkt als sterke rekenaar. Door een betere afstemming, waarbij de begeleiding zich richtte op talige aspecten van rekenen-wiskunde, werd onder deze groepen plotseling ook reken-wiskundetailent ontdekt.

De drie subtypen sterke rekenaars vormen de basis van het boek 'Sterke rekenaars in het basisonderwijs'. Ze kunnen los van elkaar voorkomen, maar worden ook vaak in combinatie gezien (afbeelding 3).

**De goede rekenaar**

Dit is de rekenaar die zich kenmerkt door hoge scores en goede resultaten, hierbij wordt in de praktijk de grens getrokken bij de 20 procent best presterende leerlingen. Deze goede resultaten komen doordat deze leerling naast aanleg ook over een aantal persoonlijke kwaliteiten beschikt (doorzettingsvermogen, interesse) waardoor aanleg omgezet kan worden in prestaties. De goede rekenaar matcht goed met de rekenmethode en de gestandaardiseerde rekentoetsen.

**De snelle rekenaar (door Reed (2004) de 'vroegrijpe' leerling genoemd)**

Deze rekenaar is snel van begrip. Dit duidt op de aanwezigheid van een onderliggend rekentalent. Hij combineert razendsnel bestaande kennis met aangeboden nieuwe informatie tot nieuwe rekenkennis. De snelle rekenaar is ook in staat om grote denkstappen te maken en opgedane kennis en vaardigheden in vergelijkbare situaties snel toe te passen. Deze snelheid in begrip kan ertoe leiden dat de snelle rekenaar zelf verkeerde onjuiste nieuwe kennis creëert. Dit is met name te zien aan het ontstaan van snelle maar incorrecte oplossingsstrategieën.

**De creatieve rekenaar (door Reed (2004) de leerling met andere denkprocessen genoemd)**

De creatieve rekenaar heeft een opvallend groot inzicht op het gebied van rekenen. Dat toont zich door het gemak waarmee hij verbanden weet te leggen. Hij ontdekt snel, zonder instructie over het onderwerp, patronen in afbeeldingen, ziet verbanden tussen getallen en overeenkomsten en verschillen. De creatieve rekenaar valt ook op door zijn grote denksprongen. Deze denksprongen klinken vaak onverwacht en onlogisch. Rekenkennis is voor de creatieve rekenaar dus een middel en geen doel.

Afbeelding 3. Fragment uit 'Sterke rekenaars in het basisonderwijs' (Sjoers, 2017, hoofdstuk 1)

**SIGNALERING**

Een bredere definiëring van 'sterke rekenaars' vraagt om een andere vorm van signalering dan het afnemen van reken-wiskundetoetsen. Namelijk, door alleen te signaleren met behulp van toetsscores, blijven de snelle en creatieve rekenaars vaak onopgemerkt. Juist doordat het aantal leerlingen dat op geavanceerd niveau scoort bij rekenen-wiskunde in Nederland laag is en al een aantal jaren terugloopt (Inspectie van het Onderwijs, 2017), is een aanvullende manier van signalering nodig om rekenpotentieel en onderpresteerders in beeld te krijgen.

In het primair onderwijs is het percentage onderpresteerders bij rekenen-wiskunde 16 procent. Er zijn twee keer zoveel onderpresterende meisjes dan jongens (Mooij, Hoogeveen, Driessen, Van Hell, & Verhoeven, 2007). Onderpresteren kan al vroeg optreden (Doolaard & Harms, 2013). Hierbij wordt onderscheid gemaakt tussen absoluut onderpresteren, scoren onder de groepsnorm, en relatief onderpresteren, lager scoren dan een leerling zou kunnen. Het signaleren en aanpakken van onderpresteren is complex. Het vroegtijdig signaleren van in potentie sterke rekenaars is dus belangrijk. Dit kan onder andere gebeuren door observaties van leerlinggedrag en gesprekken met de leerling en ouder(s).

Over signalering van *math talent* schrijft Gavin (2011) dat het identificeren van rekentalent gezien moet worden als een proces in plaats van als een procedure. Dit proces start bijvoorbeeld met het stimuleren van rekentalent door het aanbieden van rekenpuzzels, zoals de Kangoeroewedstrijd, of het geven van open opdrachten aan alle leerlingen in een groep. Deze open opdrachten of opdrachten zonder plafond-effect (Schrover, 2015), zorgen ervoor dat leerlingen die meer kunnen, met een dergelijke opdracht ook meer kunnen laten zien.

De leraar is degene die deze opdrachten kan aanreiken. Hij is dan in feite de poortwachter van uitdagend plusmateriaal. Gavin (2011) vindt dat een leraar zich meer moet gaan beschouwen als een rekentalent-scout dan als een poortwachter. Door alle leerlingen uitdagende opdrachten aan te bieden, geef je alle leerlingen een 'opportunity to learn', de belangrijkste voorwaarde voor leren. En wanneer een leerling toegang krijgt tot *high-level content*, zullen ze ook op een hoger niveau gaan presteren (Boaler, 2016).

**ONDERWIJSBEHOEFTE N STERKE REKENAARS**

Door de drie subtypen sterke rekenaars als uitgangspunt te nemen voor het boek 'Sterke rekenaars in het basisonderwijs' (Sjoers, 2017) kon vervolgens per type vastgelegd worden wat de onderwijsbehoeften zijn. Voor de goede rekenaar is de weg naar 1S een comfortabele wandeling. Deze route kan uitdagender gemaakt worden door basisstof te compacten en verrijking toe te voegen. Zonder deze uitdaging zal de goede rekenaar zich gaan vervelen. De belangrijkste onderwijsbehoefte van de goede rekenaar is dan ook

uitdaging, om te voorkomen dat de goede rekenaar verandert in een rekenaar omschreven door Reed (2004) als 'bright, bored and underachieving'.

Daarnaast is het belangrijk om bij deze groep rekenaars te focus te leggen op leren in plaats van op presteren: 'Math is a growth subject; it takes time to learn, and it is all about effort' (Boaler, 2016, p. 173). Een goede rekenaar heeft vaak ervaren dat een geringe inspanning al leidt tot succes. Wanneer een goede rekenaar niet leert omgaan met falen, zal hij uitdaging gaan vermijden om falen te voorkomen. Goede rekenaars hebben instructie op en ondersteuning bij de taakaanpak nodig.

De snelle rekenaar heeft de potentie om hogere scores te halen. Voor de snelle rekenaar is het als eerste klaar zijn met rekenen-wiskunde een belangrijk doel. Door deze snelheid ontstaan vaak fouten. Een snelle rekenaar is dus gebaat bij een klassenklimaat waar de focus ligt op het proces in plaats van op het resultaat. Een andere onderwijsbehoefte van de snelle rekenaar is het compacten van de lesstof waarbij vooraf bepaald wordt welke lesstof nog niet beheerst wordt om herhaling te voorkomen. De tijd die door compacten overblijft, kan gevuld worden met open onderzoeksvragen met oplopende complexiteit (Reed, 2004). Bij toenemende complexiteit is de snelle rekenaar wel gebaat bij ondersteuning bij het ontwikkelen van werk- en leerstrategieën.

De creatieve rekenaar heeft vaak een intuïtief begrip van de reken-wiskundestof en bedenkt eigen oplossingsstrategieën. De match met de reken-wiskundemethode en reken-wiskundetoetsen is niet goed, omdat de creatieve rekenaar zich kenmerkt door 'andere denkprocessen'. Creatieve rekenaars halen daarom vaak lagere scores op reken-wiskundetoetsen. Analyse van deze toetsen laat dan zien dat de leerling wel vaardig is in het rekenen-wiskunde, maar door interpretatieverschillen van (gegevens uit) de opgave tot heel andere uitkomsten komt.

De creatieve rekenaar is daarom gebaat bij enerzijds voldoende uitdaging, zo zal de nieuwsgierigheid naar de schoonheid van het vak behouden blijven. Anderzijds heeft hij baat bij begeleiding bij het leren denken zoals de reken-wiskundemethode vraagt.

#### **ONDERWIJSAANPASSINGEN IN DE REKEN-WISKUNDELES**

De belangrijkste onderwijsaanpassingen moeten gericht zijn op preventie: het voorkómen van onderpresteren bij rekenen. Een vast instructiemoment voor sterke rekenaars in de reken-wiskundeles, vroegtijdig signaleren en uitdagen en met behulp van feedback de focus verleggen van prestatie naar proces, kunnen hierbij helpen.

Hieronder volgt een samenvatting uit het boek 'Sterke rekenaars in het basisonderwijs' (Sjoers, 2017) van twee van deze onderwijsaanpassingen, aangevuld met onderbouwing: het creëren van een vast instructiemoment en het realiseren van een plusklas voor rekenen-wiskunde. Bij elke onderwijsaanpassing wordt eerst de huidige praktijksituatie beschreven, dan volgt het onderdeel: 'Wat zegt onderzoek hierover?' en tenslotte wordt de onderwijsaanpassing zelf beschreven met enkele aanbevelingen voor het uitvoeren en borgen ervan.

##### **Onderwijsaanpassing 1: Een vast instructiemoment voor sterke rekenaars**

###### *Wat zien we in de praktijk?*

Een vast instructiemoment voor de groep sterke rekenaars is geen onderdeel van de bekende instructiemodellen. In die modellen wordt voor deze groep juist de term 'instructie-onafhankelijke leerlingen' gebruikt. In de handleiding van reken-wiskundemethoden wordt deze term toegelicht: de sterke rekenaars krijgen een korte taakinstructie en kunnen vervolgens zelfstandig aan het werk. Ook wordt hierin vaak gesproken over leerlingen die je kunt 'loslaten'.

In de praktijk zien we dat deze zelfstandige verwerking vaak buiten het lokaal plaatsvindt, waardoor de sterke rekenaar niet direct vragen kan stellen en/of feedback krijgt op proces en product. Een risico hiervan is dat onjuiste of inefficiënte strategieën niet ontdekt worden en buiten het lokaal ingeslepen worden. Te laat, vaak tijdens een toetsmoment, wordt ontdekt dat de basisrekenstof niet wordt beheerst, wat leidt tot lagere scores dan die je bij dit reken-wiskundetalent mag verwachten.

Ook het verrijkingswerk waar de leerlingen buiten het lokaal aan werken, behoeft instructie van de leraar. Omdat het hier om leerstof van hoog niveau gaat en nieuwe onderwerpen bevat, is instructie een voorwaarde voor succesvolle verwerking. In de praktijk zien we dat er wekelijks een instructiemoment wordt gepland voor de verrijkingsstof. Vaak aan het einde van de week, waardoor het meer een correctiemoment van de verrijkingsstof is dan een instructiemoment voorbereidend op de verrijkingsstof.

### Wat zegt onderzoek?

Ook sterke rekenaars hebben instructie nodig om een stap te maken in hun reken-wiskundeontwikkeling. In het Multifactorenmodel van Heller (1992; herzien in 2000) (afbeelding 2) wordt de kwaliteit van de instructie zelfs als belangrijke omgevingsfactor genoemd die bepalend is voor het om kunnen zetten van reken-wiskundetalenten in reken-wiskundeprestaties.

Ook Vogelaar beveelt in de samenvatting zijn dissertatie aan 'dat onderwijs voor hoogbegaafde en getalenteerde leerlingen voldoende mogelijkheden moet hebben tot differentiatie en aangepaste instructie, om zo tegemoet te komen aan de verschillende onderwijsbehoeften van deze groep leerlingen. Ook begaafde kinderen kunnen bijvoorbeeld behoefte hebben aan een verlengde instructie.' (Vogelaar, 2017, p. 131-132).

In het artikel 'Differentiëren bij rekenen: een cognitieve taakanalyse van het denken en handelen van basisschoolleerkrachten' (Keuning et al., 2017) geven leraren in interviews aan dat het lesdoel uit de reken-wiskundemethoden bepalend is voor de inhoud van de instructie. De instructie stemmen ze vervolgens af op de onderwijsbehoeften van de leerlingen.

Uitgangspunt zou juist moeten zijn dat bij het formuleren van een lesdoel, de leraar rekening houdt met wat een sterke rekenaar al beheerst en wat hij nog niet kan. Dit verschil noemt Hattie (2013) ook wel het creëren van een kloof. Een kloof kan dan als een katalysator werken om het leren op gang te brengen (Broesder, 2016). Hiervoor is nodig dat de leraar goed in beeld heeft welke kennis over het onderwerp van de les een sterke rekenaar al heeft. Hiermee voorkom je dat de leraar een lesdoel formuleert dat de sterke rekenaar al beheerst. Zo lijkt een verklaring gevonden te zijn voor het veelvuldig gebruik van de term 'instructie-onafhankelijke leerlingen'. Wanneer een lesdoel al aan het begin van de reken-wiskundeles door een sterke rekenaar wordt beheerst, is instructie over dit lesdoel inderdaad niet nodig. Instructie is juist nodig om een stap te zetten in de reken-wiskundeontwikkeling. Daarbij komt dat een stap zetten in de reken-wiskundeontwikkeling het doel van de reken-wiskundeles is voor alle leerlingen.

### Welke onderwijsaanpassing is mogelijk?

Instructie geven houdt in dat de leraar een vast instructiemoment moet plannen en deze instructie ook daadwerkelijk moet uitvoeren. Een goed timemanagement is hierbij onontbeerlijk. De onderwijsbehoeften van de drie typen sterke rekenaars geven aan dat het belangrijk is dat dit instructiemoment ook daadwerkelijk plaatsvindt (afbeelding 4).

Een goede rekenaar heeft instructie nodig die:

- toewerkt naar een doel dat nog niet beheerst wordt maar wel haalbaar is.

Een snelle rekenaar heeft instructie nodig die:

- aandacht besteedt aan werk- en leerstrategieën wanneer deze niet aanwezig of niet efficiënt zijn,
- focust op het rekenproces in plaats van op het rekenresultaat.

Een creatieve rekenaar heeft instructie nodig die:

- voldoende uitdaging biedt.

Afbeelding 4. Fragment uit 'Sterke rekenaars in het basisonderwijs' (Sjoers, 2017, p. 54)

In 2016 kwam Sjoers met een voorstel voor een differentiatie-model waarin dit vaste instructiemoment geborgd is (afbeelding 5). De kern van dit differentiatie-model is het instructiemoment aan het einde van de romp van de reken-wiskundeles. Dit moment wordt daadwerkelijk ingevuld met 'instructie', in tegenstelling tot andere modellen waarin dit moment vaak het feedback-moment wordt genoemd.



	*	* *	* * *
<b>Kop</b>	Opening, doelen, planning		
	Voorkennis activeren		
<b>Romp</b>	Instructie		Denkactiviteit
	Verlengde instructie	Zelfstandig werken	Zelfstandig werken
	Zelfstandig werken	Zelfstandig werken	Instructie naar aanleiding van denkactiviteit
<b>Staart</b>	Reflectie op product en proces		

Afbeelding 5. Differentiatiemodel (Sjoers, 2016, p.23)

De combinatie van verrijken en versnellen is de rijkste en meest passende manier om reken-wiskunde-talent te stimuleren (Gavin, 2011). Het verrijken van de instructie door er een denkactiviteit aan toe te voegen is dan een mogelijkheid. Een dergelijke denkactiviteit kan tijdens de instructie ingezet worden om:

- de instructiestof zelfstandig te laten ontdekken. Tijdens het instructiemoment controleert de leraar of de stof daadwerkelijk zelf ontdekt en begrepen is,
- een denkactiviteit toevoegen aan de klassikale instructie. Dit is mogelijk wanneer een nieuw rekenonderwerp aangeboden wordt.

Het is belangrijk dat de opbrengsten van deze denkactiviteiten geëvalueerd worden, het instructiemoment aan het einde van de romp van de les is hier een passend moment voor.

Een laatste argument om een vast instructiemoment in de reken-wiskundeles te organiseren is, dat de sterke rekenaar dan net als andere leerlingen in de nabijheid van de leraar blijft, de belangrijkste bron van feedback. Feedback op pluswerk komt meestal van antwoordenboeken of -modellen. Die is dan alleen gericht op het resultaat; feedback op proces, zelfregulatie en persoon blijft zo achterwege. Een leerling presteert beter op een taak als hij weet dat hij daarop snel feedback krijgt (Dirksen, 2014). Dus niet alleen de inhoud, maar ook het moment van de feedback is van groot belang.

### Onderwijsaanpassing 2: Plusklas rekenen als kers op de taart

Enkele onderwijsaanpassingen in de reguliere reken-wiskundeles zijn voor veel sterke rekenaars vaak al voldoende. Voor de snelle en met name de creatieve rekenaar is dit vaak niet het geval. Een aanvullende onderwijsaanpassing die op scholen ingezet wordt, is het instellen van een plusklas rekenen-wiskunde. In deze setting werken sterke rekenaars buiten de reguliere reken-wiskundeles om, onder leiding van een plusklasleraar, aan uitdagende reken-wiskunde opdrachten. Een plusklas rekenen-wiskunde opzetten kan daarbij nooit een doel op zich zijn. Het is de uitkomst van een onderzoek waarin is vastgesteld dat sterke rekenaars dit nodig hebben.

#### Wat zien we in de praktijk?

In de onderwijspraktijk zien we vaak dat er een plusklas op school georganiseerd wordt om bijvoorbeeld de handelingsverlegenheid van leraren in de groep op te lossen. Ook kan het opzetten van een plusklas gebruikt worden door een school om zich te profileren ten opzichte van concurrerende scholen in de omgeving. Een andere ongewenste ontwikkeling is dat plusklaslessen vooral leuk moeten zijn. Het risico hiervan is dat dit leerlingen een vrijbrief geeft om uitdagingen in de plusklas uit de weg te gaan. Een laatste zorg bij het vormgeven van een goede plusklas rekenen-wiskunde is de selectie voor deelname aan de plusklas. Omdat er een zweem van status hangt rondom het mogen volgen van plusklaslessen, zijn ouders er soms op gebrand om hun kind deel te laten nemen aan die plusklas.

### Wat zegt onderzoek?

Een plusklas rekenen-wiskunde gericht op ontwikkeling en groei, heeft een positief effect op de prestaties van sterke rekenaars: 'Uit ervaring en uit onderzoek blijkt dat deelname aan de plusklas vaak een zeer gunstig effect heeft op het welbevinden en op de harmonieuze ontwikkeling van een hoogbegaafd kind.' (Veltkamp, De Vrije, & De With, 2011, p. 4)

Uit een meta-analyse van 22 studies door Hoogeveen (2004) blijkt dat een plusklas positieve effecten heeft op rekenen-wiskunde, taal, exacte vakken, sociale vakken, computervaardigheden, sociale competentie en gedrag. Een licht negatief effect was te zien op zelfconcept. Dit kan verklaard worden door een irreëel hoog zelfconcept dat hoogbegaafde leerlingen hadden voorafgaand aan deelname aan de plusklas. Een negatief effect op zelfconcept kan hier daarmee uitgelegd worden als een daling naar een meer reëel zelfconcept. Het instellen van een plusklas is dus zinvol, maar blijft vaak hangen in geëxperimenteer, zonder evaluatie en zonder opname in het schoolbeleid (Verheul, 2011).

### Welke onderwijsaanpassing is mogelijk?

Bij een gedegen opzet van een plusklas rekenen-wiskunde die toewerkt naar positieve opbrengsten voor leerlingen, gelden de volgende aandachtspunten:

- Laat de onderwijsaanpassing een vast onderdeel zijn van het schoolprogramma. Dit kan door de onderwijsaanpassing op te nemen in het schoolplan, het groepsplan, de gesprekkencyclus en de formatie. Dat zorgt voor borging, net als een jaarlijkse evaluatie en bijstelling op basis van nieuwe kennis en inzichten.
- Het noteren van de extra inspanningen van de sterke rekenaar in het rapport maakt duidelijk dat onderwijsaanpassingen een vast onderdeel zijn van het curriculum voor de sterke rekenaar. Ook wordt hiermee zichtbaar dat leerlingen ook hierin een ontwikkeling doormaken.
- Keuze voor het aanbieden van een plusklas betekent dat er formatie nodig is. Een moeilijke kwestie, want alle scholen hebben immers meer wensen dan formatie.
- Verbinding leggen tussen rekenen-wiskunde in de les en rekenen-wiskunde buiten de les is van belang. Dit kan door de lesstof van de plusklas af te stemmen op de lesdoelen uit de reguliere reken-wiskundeles. Buiten de reken-wiskundeles kan de verdieping plaatsvinden van de lesstof die in de reguliere reken-wiskundeles is behandeld. Ook kunnen leerlingen in de reguliere reken-wiskundeles vragen en onderwerpen noteren waar ze buiten de reken-wiskundeles dieper op in willen gaan. De verbinding kan formeel vastgelegd worden in een portfolio.
- Voor aanmelding zijn heldere criteria nodig. Beschouwen we de plusklas net als RT, sociale vaardigheidstraining en verlengde instructie, dan moet ook duidelijk vastgelegd zijn wanneer een leerling hiervoor in aanmerking komt. Zo wordt selectie een transparante procedure waarmee je de zweem van status vermijdt. Bovendien benadruk je zo dat een plusklas rekenen-wiskunde een onderwijsaanpassing van tijdelijke aard kan zijn. Gaande het traject moet de school regelmatig kijken of deze onderwijsaanpassing voor de leerling nog toegevoegde waarde heeft.

### TOT SLOT

Recente scores op TIMSS (Meelissen & Punter, 2016) laten zien dat het percentage leerlingen dat bij rekenen-wiskunde op geavanceerd niveau scoort, de laatste jaren sterk is afgenomen. In de Staat van het Onderwijs 2015/2016 (Inspectie van het Onderwijs, 2017) wordt deze trend beschreven als ongewenst: 'Daarmee gaan kansen verloren, te veel talent blijft onbenut' (p.5).

Investeren in goed rekenonderwijs voor sterke rekenaars moet daarom prioriteit zijn, uiteraard in de eerste plaats voor de sterke rekenaar zelf. Maar ook voor de leraar, zoals het motto van het boek 'Sterke rekenaars in het basisonderwijs' luidt: 'Een slimme leerling doet de bekwaamheden van zijn leraar toenemen' (Otto Weiss, 1898-1944).

---

### literatuur

- Assouline, S.G. & A. Lupkowski-Shoplik (2011). *Developing Math Talent: A Comprehensive Guide to Math Education for Gifted Students in Elementary and Middle Schools (2nd ed.)*. Waco, TX: Prufrock Press Inc.
- Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Broesder, R. (2016). *Effectieve didactiek*. Groningen/Houten: Noordhoff Uitgevers B.V.
- De Lange, S.M., Logtenberg, H., Moonen, H., Brouwer, G., Rosier, W., & Brandt, R. (2013). *Excellent Rekenen, Goede tot zeer goede rekenaars in het vmbo*. Amersfoort: CPS onderwijsontwikkeling en advies.
- Dirksen, G. et al. (2014). *Breindidactiek. Helpen leren met breinkennis*. Utrecht: Uitgeverij Synaps.
- Doolaard, S. & Harms, T. (2013). *Omgaan met excellente leerlingen in de dagelijkse onderwijspraktijk*. Groningen: GION/RUG.
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen (2008). *Over de drempels met taal en rekenen. Hoofdrapport van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen*. Enschede: SLO.
- Gavin, M.K. (2011). *Identifying and Nurturing Math Talent*. USA: Prufrock Press.

- Hattie, J. (2013). *Leren zichtbaar maken*. Rotterdam: Bazalt.
- Heller, K.A., Mönks, F.J., Subotnik, & Sternberg, R. (2000). *International Handbook of Giftedness and Talent (2<sup>nd</sup> ed)*. Oxford: Elsevier Science Ltd.
- Hoogeveen, L., Van Hell, J., Mooij, T. & Verhoeven, L. (2004). *Onderwijsaanpassingen voor hoogbegaafde leerlingen. Meta-analyses en overzicht van internationaal onderzoek*. Nijmegen: Radboud Universiteit, CBO/ITS.
- Inspectie van het Onderwijs (2017). *De Staat van het Onderwijs 2015/2016*. Utrecht: Inspectie van het Onderwijs.
- Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool – analyse en sleutels tot verbetering*. Amsterdam: KNAW.
- Keuning, T., Van Geel, M., Frèrejean, J., Van Merriënboer, J., Dolmans, D. & Visscher, A. Differentiëren bij rekenen: een cognitieve taakanalyse van het denken en handelen van basisschoolleerkrachten. *Pedagogische studiën*, 94(3), 160-181.
- Kruteskii, V.A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. (J. Teller, Translation). Chicago: University of Chicago Press.
- Meelissen, M., & Punter, A. (2016). *Twintig jaar TIMSS. Ontwikkelingen in leerlingprestaties in de exacte vakken in het basisonderwijs 1995-2015*. Enschede: IEA TIMSS & PIRLS, Universiteit Twente.
- Mönks, F.J., & Span, P. (Red.). (1985). *Hoogbegaafden in de samenleving*. Nijmegen: Dekker & Van de Vegt.
- Mooij, T., Hoogeveen, L., Driessen, G. Van Hell, J. & Verhoeven, L. (2007). *Succescondities voor onderwijs aan hoogbegaafde leerlingen. Eindverslag van drie deelonderzoeken*. Nijmegen: CBO.
- Noteboom, A., & Klep, J. (2004). *Compacten in het reken-wiskundeonderwijs voor begaafde en hoogbegaafde leerlingen in het basisonderwijs*. Enschede: SLO.
- PO-raad. (2008). *Advies aan staatssecretaris Dijkema over Referentieniveaus taal en rekenen*. Utrecht: PO-raad.
- Reed, C.F. (2004). 'Mathematically Gifted in the Heterogeneously Grouped Mathematics Classroom: Wat is a Teacher to Do?' *Journal of Secondary Gifted education*, nr. 15(3), pp. 89-95.
- Schrover, E., (2015). *Uitdagend onderwijs aan hoogbegaafde leerlingen - verrijkingstrajecten met effect*. Assen: Koninklijke Van Gorcum B.V.
- Sjoers, S. (2016). Sterke rekenaars - Hou ze bij de les. *Volgens Bartjens*, 35(3), 22-25.
- Sjoers, S. (2017). *Sterke rekenaars in het basisonderwijs*. Amersfoort: CPS Onderwijsontwikkeling en advies.
- Van Groenestijn, M., Borghouts, C., & Janssen, C. (2011). *Protocol Ernstige RekenWiskunde-problemen en Dyscalculie*. Assen: Van Gorcum.
- Veltkamp, C., De Vrije, G., & De With, T. (2011). *Evaluatie plusklassen*. Amersfoort: CPS Onderwijsontwikkeling en advies.
- Verheul, C. (2011). Succes met Hoogbegaafden. *Van twaalf tot achttien, 2011-2*, pp. 36-40.
- Vogelaar, B. (2017). *Dynamic testing and excellence: unfolding potential*. Leiden: Universiteit Leiden.

*The book 'Sterke rekenaars in het basisonderwijs' (Math talent in primary education), published in 2017 is the result of years of literature study, practical research and experience of the author. Considering the recent TIMSS-score (Meelissen & Punter, 2016), investment in an appropriate math curriculum for math talent needs to remain a priority. The motive for studying the subject of 'math talent' in the Netherlands, was the lack of attention for this target group in the report 'Doorlopende leerlijnen' (Expertgroep Doorlopende Leerlijnen 2008). The study has resulted in a collection of challenging tests for math talent in primary schools, a new definition of the target group with corresponding subtypes and their educational needs. Two educational adjustments corresponding to the educational needs of the target group are fixed instruction moments during math classes and establishing of special talent classes.*