

Hoe studenten van de lerarenopleiding basisonderwijs hun leerlingen kunnen aanzetten tot het doordenken van verhoudingsproblemen met behulp van authentieke leeractiviteiten

Dit artikel gaat in op het thema van de Grote Rekendag 2019: Verhoudingen, met de mens als referentiemaat. Basisschoolleerlingen en studenten van de lerarenopleiding basisonderwijs ervaren regelmatig moeilijkheden met het oplossen van verhoudingsproblemen. Aan de hand van twee parallelle experimenten is duidelijk geworden dat vooral het berekenen van de schaal en het volume van kubische vormen heikele punten zijn. Daarnaast is gebleken dat leerlingen veel opener naar een verhoudingsprobleem kijken dan studenten. Er zijn aanwijzingen gevonden dat leerlingen door het voeren van open gesprekken en de focus op het beredeneren tijdens reken-wiskundelessen worden aangezet tot het denken over verhoudingen. Het lesmateriaal van de Grote Rekendag kan hierbij ondersteunen, omdat het gericht is op onderzoekend leren en beredeneren, en aansluit op de belevingswereld van leerlingen.

INLEIDING

In het centrum van Eindhoven staan tien gele kegels. Afbeelding 1 laat zien dat de kegels groter zijn dan gebruikelijk; ze zijn kubisch vergroot. Tijdens de Grote Rekendag 2019 spelen dit soort situaties een belangrijke rol. Het thema van de aankomende Grote Rekendag is namelijk 'verhoudingen', met de mens als referentiemaat. Leerlingen gaan aan de slag met verschillende verhoudingsproblemen en ontwerpen en/of onderzoeken passende oplossingen.

Voor dit artikel is met enkele lerarenopleiders gesproken over hoe zij met de Grote Rekendag aan de slag willen gaan in hun opleidingsonderwijs. Naar aanleiding van deze gesprekken is duidelijk geworden dat er behoefte bestaat om tijdens reken-wiskundelessen op de lerarenopleiding basisonderwijs dieper in te gaan op de achtergrond van thema's van de Grote Rekendag. In dit artikel gaan we daarom aan de hand van de situatie in afbeelding 1 in op het thema van de volgende Grote Rekendag. Beschreven wordt hoe leerlingen en studenten van de lerarenopleiding basisonderwijs verhoudingsproblemen (kunnen) doordenken en hoe studenten daarnaast authentieke leersituaties (kunnen) gebruiken om lessen over verhoudingen betekenisvol te maken. We gaan daarbij ook na in hoeverre studenten van de lerarenopleiding basisonderwijs bij het didactisch beschouwen van deze situatie zich richten op het betekenisvol verkennen van het onderliggende verhoudingsprobleem.

Roos Op den Kamp*
Damiaanschool, Zeist

[Op den Kamp, R. \(2018\). Hoe studenten van de lerarenopleiding basisonderwijs hun leerlingen kunnen aanzetten tot het doordenken van verhoudingsproblemen met behulp van authentieke leeractiviteiten. Volgens Bartjens – ontwikkeling en onderzoek, 38\(2\), 41-46](#)

* Roos Op den Kamp liep in 2017-2018 stage bij de Grote Rekendag



Afbeelding 1. Kunstwerk Flying Pins

HET DOORDENKEN VAN VERHOUDINGSPROBLEMEN

Uit en observaties en vragenlijsten die onder leerkrachten zijn afgenomen, blijkt dat leerlingen verhoudingen als lastig onderwerp ervaren (Van Steenbrugge, Valcke, & Desoete, 2010; Andini & Jupri, 2017). Leerlingen worstelen nogal eens met het vertalen van een verhoudingssituatie naar een wiskundige beschrijving in getallen (Keijzer, Figueiredo, Van Galen, Gravemeijer, & Van Herpen, 2005). Doordat zij het concept 'verhoudingen' niet goed begrijpen, kunnen zij problemen niet oplossen die afwijken van wat in het onderwijs aan bod is gekomen (Andini & Jupri, 2017). Het werken in groepjes, dat vraagt om verwoording van de situatie en vaak gebeurt tijdens de Grote Rekendag, maakt dat leerlingen mogelijk wel tot een oplossing komen. Dat neemt niet weg dat het doorddenken van verhoudingsproblemen ook in een situatie waarin wordt samengewerkt moeilijk kan zijn voor veel leerlingen.

HET GEBRUIKEN VAN AUTHENTIEKE LEERACTIVITEITEN

Authentieke leeractiviteiten bieden mogelijkheden om leerlingen goed te laten begrijpen wat verhoudingen inhouden. Ben-Chaim, Keret, en Ilany (2012) geven in hun handboek aan dat kenmerkend voor dit soort activiteiten is dat er sprake is van een alledaagse en betekenisvolle situatie. Aan deze situatie wordt een probleem gekoppeld waarbij niet altijd één juiste oplossing voor dit probleem bestaat. In een gesprek dat de leraar voert over het probleem, stelt hij vragen die het denken over verhoudingen bij de leerlingen uitlokt. Wat bij het stellen van vragen belangrijk is, is dat niet direct op een antwoord wordt aangestuurd, maar het gesprek juist open blijft en verhoudingsproblemen aan de belevingswereld worden gerelateerd (Jonker & Wijers, 2016). Daarnaast is het belangrijk dat de leraar tijdens het gesprek ruimte maakt voor het stellen van vragen door leerlingen, voor het geven van voorbeelden en voor het uitleggen van fouten (Kennedy, 2009; Gallenstein & Hodges, 2011).

Om authentieke leeractiviteiten daadwerkelijk te kunnen verwerken in lessen over verhoudingen, is het belangrijk dat leraren zelf de leerstof beheersen (Shulman, 1986, 1987). Echter vallen veel studenten van de lerarenopleiding basisonderwijs bij de kennisbasistoets rekenen-wiskunde al een aantal jaren uit op een specifiek onderdeel van het domein: kubisch vergroten (Keijzer, Brouwer, & Van den Bergh, 2018). Het uitvallen op dit onderdeel betekent mogelijk dat studenten de leerstof over verhoudingen (nog) niet volledig begrijpen. Zo kan een negatieve spiraal ontstaan, waarbij zowel leraar als leerling moeite blijft hebben met het oplossen van verhoudingsproblemen. Het is de vraag hoe deze negatieve spiraal doorbroken kan worden.

TWEE PARALLELLE EXPERIMENTEN

Aan de hand van de situatie in afbeelding 1 is een reken-wiskundeles over een verhoudingsprobleem ontwikkeld die is voorgelegd aan zowel basisschoolleerlingen uit groep 7 als tweedejaarsstudenten van de lerarenopleiding basisonderwijs. Tijdens de experimenten werd allereerst de context geïntroduceerd door een afbeelding van de kegels te laten zien terwijl er kinderen op spelen. Door middel van een open gesprek over de situatie in de afbeelding werd in de klassen van de lerarenopleiding basisonderwijs aandacht besteed aan het stellen van vragen die de interesse van leerlingen wekken en aan vragen die leerlingen uitdagen om te denken over verhoudingen. In het open gesprek is vervolgens, in zowel groep 7 als in de

klassen van de lerarenopleiding basisonderwijs, een hoofdvraag geformuleerd om in de les mee aan de slag te gaan. Deze vraag was: 'Hoeveel vergrote kegels zouden er in de gang passen?' Ook werden er zes deelvragen gesteld die hielpen om de hoofdvraag mee te beantwoorden en/of zorgden voor extra verdieping. Deze vragen waren: 'Wat zijn de afmetingen van de gang?', 'Hoe hoog, breed en lang zijn de grote kegels ongeveer?', 'Welke schaal hoort bij de afbeelding?', 'Bij welke schaal zou een kegel rechttop precies in de gang passen?', 'Wat is het volume van de grote kegel?' en 'Hoe lang moet jij zijn om weer de juiste verhouding met de kegels en de bowlingbal te hebben?' Om deze vragen te beantwoorden, mochten zowel leerlingen als studenten in groepjes en met behulp van verschillende meetmaterialen aan de slag. Nadat zij hun gevonden oplossingen hadden uitgewerkt op een poster vond een nabespreking plaats. Het onderzoek richt zich in de les in groep 7 op andere aspecten dan in de klassen van de lerarenopleiding basisonderwijs. De observatievragen die in groep 7 centraal stonden, waren: Hoe reageren leerlingen op een authentieke leersituatie? Kunnen leerlingen een contextprobleem vertalen naar een rekenprobleem? Herkennen zij mensen als referentiemaat? Kunnen zij werken met schaalvergrotingen? Welke *scaffolding* hebben leerlingen nodig? De observatievragen die op de lerarenopleiding basisonderwijs centraal stonden, waren: Zijn studenten zelf in staat om verhoudingsproblemen op te lossen? Herkennen zij verhoudingsproblemen in alledaagse situaties? Hoe zouden zij een les over verhoudingen aanpakken met behulp van zo'n alledaagse situatie? Tegen welke moeilijkheden wordt aangelopen?

Resultaten van de leerlingen

In het open gesprek met de leerlingen werd duidelijk dat de authentiek leersituatie zorgde voor verwondering bij de leerlingen. Op de foto die de leerlingen kregen speelden kinderen op het kunstwerk. De leerlingen gaven reacties als: 'De kinderen lijken net mieren!' en 'Mag je er echt op spelen?'. Ook waren ze gemotiveerd om aan de slag te gaan. Tijdens het werk gebruikten leerlingen kinderen op de afbeelding als referentiemaat om te achterhalen hoe hoog de vergrote kegels waren. Een leerling zei bijvoorbeeld: 'De jongen op de foto past vaker dan vier keer in de kegel, want hij staat er ongeveer vijf meter vanaf en de kegel staat scheef. Dus ongeveer vijf keer.' De meeste groepjes leerlingen wisten vervolgens ook welke stappen moesten worden doorlopen om een oplossing te vinden voor de hoofdvraag. Hierbij werden wel enkele rekenfouten gemaakt. Afbeelding 2 laat het werk van een groepje leerlingen zien. De leerlingen schatten de kinderen op de afbeelding ongeveer 1,50 m lang. Doordat een kind ongeveer vijf keer in de kegel past, was de kegel volgens de leerlingen 8,50 m hoog. Na het opmeten van de gang concludeerde zij dat de kegel liggend vier keer achter elkaar in de gang past, vier keer naast elkaar en drie keer op elkaar. In totaal kwam het groepje leerlingen uit op 48 kegels die in de gang pasten.

Opdracht: Vind met je groepje een antwoord op de vraag 'Hoeveel kegels zouden er in de gang passen?'

Extra informatie

- De afmetingen van een normale kegel zijn gemiddeld ongeveer 38 cm x 9 cm x 9 cm.
- Het breedste stuk van een normale kegel is 12 cm.
- Het volume van een normale kegel is ongeveer 3 liter.

Hieronder vind je verschillende hulpvragen. Je mag er zelf nog meer verzinnen.

1. Wat zijn de afmetingen van de gang?
2. Hoe hoog, breed en lang zijn de grote kegels ongeveer? Hoe weet je dat?
3. Welke schaal hoort bij de afbeelding?
4. Bij welke schaal zou een kegel rechttop precies in de gang passen?
5. Wat is het volume van de grote kegel?
6. Hoe lang moet jij zijn om weer de juiste verhouding met de kegels en de bowlingbal te hebben?

Handwritten work details:

- Hallway: Gang lengte 35m, breedte 20m.
- Cone: Pion lengte 8,50, Pion breedte 1,20, Hoogte 3m.
- Calculations: Pion Past 4x in de lengte van de gang over: 1m; Pion Past 4x in de breedte van de gang over: 20cm.
- Diagram: Pion Past in totaal 4x in de gang.
- Equation: $5 \times 1,50 = 8,50$
- Vertical list: 198, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81.
- Bottom right: $81 = 9 \times 9$

Afbeelding 2. Een uitwerking van de hoofdvraag in groep 7

Bij een aantal andere vragen hadden de leerlingen meer hulp nodig. Zo vonden ze het lastig om het volume van de vergrote kegel te berekenen en hadden zij veel moeite met het begrip 'schaal'. Op vragen als 'Hoe bereken je de schaal?' en 'Wat betekent 'schaal'?' wisten de meeste leerlingen nog geen antwoord te geven.

Resultaten van de studenten

Uit het gesprek met de studenten bleek dat zij goed in staat waren om het verhoudingsprobleem te herkennen. Opmerkingen die zij maakten en vragen die zij stelden over de afbeelding gingen bijna allemaal over verhoudingen. De vragen die door studenten werden bedacht, waren bijvoorbeeld: 'Wat is de inhoud van de bowlingbal?', 'Hoe vaak past een kind in de kegel?' en 'Hoeveel keer vergroot is de kegel?'. Wat opviel was dat deze vragen gesloten en wiskundig van aard waren. Hiermee laten studenten bij de start van de les hun leerlingen al direct rekenregels toepassen, zonder eerst aan te sluiten op de belevingswereld en interesse te wekken.

Eenmaal aan het werk bleken studenten wisselend in staat te zijn om oplossingen te vinden voor de onderzoeksvragen bij het verhoudingsprobleem. Zo lukte het de meeste studenten om te beredeneren hoe hoog, breed en lang de kegels op de afbeelding ongeveer zouden zijn. Zij gebruikten hiervoor kinderen als referentiemaat en waren in staat om daarmee de hoofdvraag te beantwoorden. Daarentegen was er ook een aantal studenten die het rijtje onderzoeksvragen probeerde te beantwoorden zonder hierbij een koppeling te maken naar het verhoudingsprobleem. Deze studenten vonden het lastig om hun berekeningen onder woorden te brengen. 'Het is een gokje' of 'Dat denk ik gewoon' werden vaak als onderbouwing voor oplossingen gebruikt voor.

Al met al betroffen de grootste moeilijkheden opnieuw vooral het berekenen van de schaal en het volume van de vergrote kegels. Daarnaast gaven de studenten aan het lastig te vinden dat ze door de open opdracht geen bevestiging kregen voor het vinden van de (juiste) oplossingen. De nadruk van de leeractiviteit lag veel meer op het doordenken van het probleem dan op het eindproduct, waardoor sommige studenten zich onzeker voelden over hun rekenvaardigheid.

CONCLUSIE

Door de experimenten is duidelijk geworden dat de leerlingen veel opener naar het verhoudingsprobleem kijken dan studenten van de lerarenopleiding basisonderwijs. Leerlingen richtten zich niet direct op het reken-wiskundige aspect van de afbeelding, maar dachten tijdens het klassengesprek allereerst vooral na over de functionaliteit van het kunstwerk en de omgeving waarin het kunstwerk stond. De studenten stuurden de authentieke leersituatie daarentegen vrijwel direct naar een kaal wiskundig probleem. Zij stelden gesloten vragen, waardoor het open gesprek met leerlingen niet tot stand zou kunnen komen en zij direct aan het werk zouden worden gezet. Hierdoor wordt de leeractiviteit minder betekenisvol en wordt de interesse van leerlingen niet gewekt.

Daarnaast bleek dat zowel leerlingen als studenten moeilijkheden ervoeren met het doordenken van verhoudingsproblemen. Vooral het berekenen van de schaal en het volume van kubische vormen blijken heikele punten te zijn. Voor leerlingen is het werken met een schaal nog vrij nieuw, wat de ervaren moeilijkheden waarschijnlijk verklaart. Een verklaring voor de ervaren moeilijkheden door studenten kan zijn dat zij niet genoeg begrip hebben verworven omtrent het concept 'verhoudingen' en daardoor authentieke situaties, zoals die met de kegels, moeilijk kunnen toepassen en reconstrueren en hun gemaakte keuzes niet in wiskundige taal kunnen onderbouwen (Keijzer, Brouwer, & Van den Bergh, 2018). In dit artikel zijn aanwijzingen gevonden dat leerlingen door het voeren van open gesprekken en de focus op het beredeneren tijdens reken-wiskundelessen worden aangezet tot het denken over verhoudingen. Daarnaast worden leerlingen hierdoor gestimuleerd om zelf oplossingen aan te dragen voor verhoudingsproblemen. Om studenten aan te moedigen vaker deze lesopbouw toe te passen, kan in lessen op de lerarenopleiding basisonderwijs aandacht worden besteed aan het zelf leren doordenken van verschillende verhoudingssituaties, het leren voeren van open gesprekken met leerlingen en aan het leren ontwerpen en geven van lessen met open reken-wiskundeopdrachten. Het materiaal van de Grote Rekendag kan hier voor worden ingezet, omdat het gericht is op onderzoekend leren en beredeneren, en aansluit op de belevingswereld van leerlingen. Op deze manier leren studenten lessen echt betekenisvol te maken.

literatuur

- Andini, W. & Jupri, A.I. (2017). Student obstacles in ratio and proportion learning. *Journal of Physics: Conference Series*, 812(1).
- Ben-Chaim, D., Keret, Y., & Ilany, B.S. (2012). *Ratio and Proportion. Research and Teaching in Mathematics Teachers' Education (Pre- and In-Service Mathematics Teachers of Elementary and Middle School Classes)*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Gallenstein, N.L., & Hodges, D. (2011). *Mathematics for all: Instructional strategies to assist students with learning challenges*. Washington, DC: Association for Childhood Education International (ACEI).
- Jonker, V., & Wijers, M. (2016). *Onderzoeken in de rekenles. De rijke context van wetenschap en technologie*. Den Haag: Platform Bèta Techniek.
- Keijzer, R., Brouwer, W., & Van den Bergh, J.W.M. (2018). Begripsproblemen bij kubisch vergroten. *Volgens Bartjens – Ontwikkeling en Onderzoek*, 38(1), 41-47.
- Keijzer, R., Figueiredo, N., Galen, F. van, Gravemeijer, K., & Herpen, E. van. (2005). *De kern van breuken, verhoudingen, procenten en kommagetallen*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Kennedy, N.S. (2009). Towards a dialogical pedagogy: Some characteristics of a community of mathematical inquiry. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 5(1), 71-78.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15, 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-22.
- Steenbrugge, H. van, Valcke, M. & Desoete, A. (2010). Moeilijke onderwerpen in het wiskundecurriculum: Een bevraging van leraren in het Vlaamse basisonderwijs. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 29(3), 45-53.

This article discusses the theme of the Big Mathematics Day 2019: Proportions, with humans as the reference measure. Primary school pupils and students of the Teacher Education for Primary Schools often experience difficulties in solving proportion problems. On the basis of two parallel experiments, it became clear that the calculation of the scale and the volume of cubic shapes are pain points. In addition, it appears that pupils look much more openly at a proportion problem than students. Some indications have been found that students are encouraged to think about proportions by conducting open conversations and by focussing on reasoning during mathematical lessons. The teaching materials of the Big Mathematics Day can support this, because these are aimed at investigative learning and reasoning, and match the perceptions of pupils.

Werkblad

Onderzoeksvraag: Past dit kunstwerk op het schoolplein?

