Directe instructie en probleemoplossen op basis van een cognitieve onderwijstheorie

Men kan leerlingen beter via directe instructie laten (in)zien hoe je problemen oplost, dan ze zelf problemen te laten oplossen – aldus de basisstelling van de zogenoemde Cognitive Load Theory (CLT). Sweller, de grondlegger van deze onderwijstheorie, heeft onlangs beschreven hoe hij tot deze opzienbarende opvatting is gekomen: de oorsprong ervan blijkt in de uitkomsten van een rekenexperiment te liggen. In dit artikel wordt echter aangetoond dat dit experiment zowel wiskundig als onderzoekmatig onder de maat is. Vervolgens laten we zien dat de vergelijkende onderzoeken die deze cognitieve onderwijstheorie zouden ondersteunen evenmin de toets van de kritiek kunnen doorstaan. Mathematisch-didactische (onderzoeks-)analyses van modelvoorbeelden vormen de basis van de bezwaren die tegen de CLT als onderwijstheorie zijn in te brengen.

Adri Treffers

Treffers, A. (2019). Directe instructie en probleem-oplossen op basis van een cognitieve onderwijstheorie. *Volgens Bartjens – ontwikkeling en onderzoek, 38*(5), 41-48

INLEIDING

Op de eerste bladzijde van zijn vermaarde ‘How to solve it’ (1945) schrijft Pólya over probleemoplossen:

> *‘One of the most important tasks of the teacher is to help his students. This task is not quite easy; it demands time, practice, devotion, and sound principles. The student should acquire as much experience of independent work as possible. But if he is left alone with his problem without any help, he may make no progress at all. If the teacher helps too much, nothing is left to the student. The teacher should help, but not too much and not too little, so that the student shall have a reasonable share of the work.’ (Pólya, 1945, p.1)*

Wat in dit citaat van Pólya opvalt, is zijn evenwichtige beschouwing over de synthese van exploratie en explicatie. De volgende opgave voor 8-jarigen en ouder, kan als didactisch denkraam fungeren om te illustreren hoe de scheiding of combinatie van onderzoek en uitleg er in het onderwijs kan uitzien.

De rekenrups
Kies een heel getal onder de 100, bijvoorbeeld 11.
Probeer dit getal in twee gelijke helen te verdelen.
Lukt dat niet tel er dan 1 bij dat getal op. Uitkomst 12.
Halveer dit nieuwe getal. Ga dan op dezelfde wijze verder.
Deze 11-rups wordt zo 7 delen lang met 11, 12, 6, 3, 4, 2 en 1.

Zoek de koningin-rups met de meeste delen.

Afbeelding 1. De rekenrups (TAL-team, 1999, p.66)

De leraar kan bij dit probleem globaal drie aanpakken volgen: [a] het vraagstuk volledig zelfstandig laten oplossen, dan wel [b] direct uitleggen hoe je tot een oplossing kunt komen, of [a,b] met een passende begeleiding binnen een interactieve onderwijssetting de leerlingen de langste rups laten opsporen.
Het nadeel van [a] is dat vrijwel geen enkele leerling vanaf groep 5 – net zo min als menig geschoolde rekenaar – kan aantonen dat de langste rups 14 segmenten bezit. Het voordeel van eerst zelf zoeken is dat je daarbij allerlei belangrijke en minder relevante aspecten van het gevraagde rupsgetal ontdekt. Zoals bijvoorbeeld dat de grootte van dat getal op zich niet doorslaggevend is, dat een oneven startgetal voor de hand ligt, dat je altijd met 2 en 1 eindigt, en zo meer. Maar ook dat het voor de meeste leerlingen en studenten ondoenlijk is om via beredeneerd proberen tot de slotsom te komen dat de ware koninginrups is gevonden.
Uitleg [b] is niet bevredigend, omdat je leerlingen wilt laten ervaren wat probleemoplossen kan inhouden. Maar met alleen de uitleg zien ze slechts hoe de leraar een kunstig bewijs uit de hoge hoed tovert.
Laat men de explicatie echter op de exploratie volgen, dan is er al heel wat gewonnen. Maar optimaal is deze aanpak van [a,b] bij probleemoplossen zeker nog niet: voor de AHA-belevening is geen ruimte. Die kans wordt de leerlingen of studenten echter wel geboden indien de leraar of docent met een of twee hints de probleemoplosser op het goede spoor weet te zetten, hetgeen in deze opgave zeer wel mogelijk is. Eén ervan, de meest algemene, luidt: ‘Vereenvoudig het vraagstuk; kijk bijvoorbeeld naar het langste rupsje onder de 20.’ Een andere heuristische aanwijzing à la Polya geeft meer van de oplossing prijs: ‘Redeneer terug vanaf de staartgetallen.’

Bij het oplossen van deze rupsopgave kunnen rekenen en bewijzen hand in hand gaan. Voor jongere kinderen moet men het bewijzen uiteraard achterwege laten, en het getallengebied tot 20 beperken. De koninginrups wordt in dat geval bepaald door alle relevante getallen langs te lopen. Op een hoger niveau kan men de verbinding met het binaire stelsel leggen – we komen later op deze differentiatie in probleemoplossen terug.

Ziehier de verschillende didactische mogelijkheden van probleemoplossen op een glijdende schaal van [a] via de variabele [a,b] naar [b]. En het hangt van het onderwerp, de leraar en zoals gezegd de leerlingen af, waar men in een bepaalde onderwijssituatie voor kiest, zoals Pólya in de opening van zijn boek verwoordt.
Zijn visie op wiskunde en wiskundeonderwijs, die met de rupsopgave voorbeeldig tot uitdrukking gebracht kan worden, dient als contrasterende achtergrond van de opvatting over probleemoplossen binnen de zogenoemde *Cognitive Load Theory* (CLT) die het eigenlijke onderwerp van dit artikel vormt. In deze theorie wordt uitdrukkelijk voor de uitlegmethode van [b] gekozen, zich daarbij afzettend tegen het zelfstandig probleemoplossen van [a], zonder daarbij tussenvormen [a,b] van didactische hulp in zowel de onderwijs-theoretische beschouwing als in het vergelijkende onderzoek te betrekken. Dit betekent voor het laatste, dat uitsluitend uitkomsten van het onderwijs in [a] en [b] onder de loep genomen worden.
Wat de gevolgen van deze opstelling zijn, zal hier hoofdzakelijk met mathematisch-didactische analyses duidelijk worden; de vele empirische analyses van cognitief psychologisch onderzoek worden slechts kort aangestipt. Eerst wordt uit de doeken gedaan wat die cognitieve onderwijstheorie behelst. Dan beschrijven we het modelexperiment waaruit de CLT voortkwam. Vervolgens wordt het oorspronkelijke onderwijsconcept van de CLT zowel mathematisch-didactisch als empirisch besproken. En tot slot wordt, aansluitend bij de rupssom de plaats van probleemoplossen in het aanvankelijk rekenen geschetst tegen de achtergrond van de onderscheiden onderwijsvisies.

COGNITIVE LOAD THEORY

Cognitief psycholoog Sweller is de grondlegger van de zogenoemde *Cognitive Load Theory.* In zijn 'Story of a research program' beschrijft hij een experiment waarvan de uitkomsten tot het eerste ontwerp van deze theorie hebben geleid (Sweller, 2016). Voordat we deze proef beschrijven en er vervolgens commentaar op geven, wordt eerst kort de kern van de CLT-opvattingen over directe instructie en probleemoplossen geschetst.
Sweller is geen voorstander van basaal probleemoplossen in het (reken-wiskunde)onderwijs, omdat doelgericht probleemoplossen het werkgeheugen zo zwaar met nieuwe cognitieve operaties belast dat de leerling in het oplossingsproces opgesloten raakt. Daardoor kan nieuwe informatie niet naar het lange termijngeheugen worden overgebracht, dus is er van leren geen sprake. Om die reden kun je als leraar via directe instructie beter laten zien hoe je problemen oplost dan de leerlingen zelf problemen te laten oplossen. Andere mogelijkheden zijn volgens Sweller om probleemoplossen in het onderwijs, naast de open taken, met uitgewerkte voorbeeldopgaven aan te vullen.

> *'The worked example effect, according to which learners who study worked examples perform better on test problems than learners who solve the same problems themselves, also derived from the reasoning that conventional problem solving interfered with learning because it concentrated on teaching a problem goal rather than transferring knowledge to long-term memory.' (Sweller, 2016, p.4)*

Volgens de formulering doelt Sweller, over probleemoplossen sprekend, kennelijk steeds op *zelfstandig* probleemoplossen met minimale begeleiding, en plaatst daarbij de gangbare praktijk van de *interactieve* instructie tussen haakjes.

HET CLT-MODELEXPERIMENT

De oorsprong van zijn opvattingen ligt, zo vermeldt Sweller, in een experiment dat door hem met *undergraduate students* werd uitgevoerd**.** De studenten kregen problemen voorgelegd waarin een gegeven 'startgetal' via twee operaties omgezet moest worden in een bepaald 'doelgetal':

> *'The problems required students to transform a given number into a goal number where the only two moves allowed were multiplying by 3 and subtracting 29. Each problem had only one solution and that solution required an alternation of multiplying by 3 and subtracting 29 a specific number of times.' (Sweller, 2016, p. 2)*

Dat de oplossing uitsluitend gevonden kon worden door het koppel [x3,-29] twee of meer keer toe te passen, wisten de studenten echter niet.
De opdracht om 15 om te zetten in 16 gaat op deze manier als volgt, 15 ***x 3*** = 45; ***- 29*** = 16.
Met twee koppels wordt 15 via deze 16 getransformeerd in 19: 16 ***x 3*** = 48; ***- 29*** = 19.
En met drie koppels vervolgens in 28: 19 ***x 3*** =57; ***- 29*** = 28.
In deze voorbeelden wordt de eerste zet van 'x 3' afgedwongen en gaat ook het alternerende vervolg als vanzelf, doordat je bij een tweede zet met een herhaalde 'x 3' te ver van het doelgetal afdwaalt, volgt dus vanzelf '– 29' en zo verder.
Bij andere voorbeelden verloopt het oplossen eveneens langs een gebaand traject. Van probleemoplossen is hier dus in feite geen sprake! Niet verwonderlijk dat de uitkomst van het experiment luidt:

> *'My undergraduates found those problems relatively easy to solve with few failures.' (Sweller, 2016, p. 2)*

De onderzoeker constateerde echter iets opmerkelijks:

> *'While all problems had to be solved by this alternation sequence because the numbers were chosen to ensure that no other solution was possible, very few students discovered the rule, that is, the sequence of alternating the two possible moves.' (Sweller, 2016, p. 2)*

Sweller trekt uit het gegeven dat de studenten zijn alternerende oplossingsregel met [x,**-**]-koppels niet ontdekten, de radicale conclusie dat je studenten in het onderwijs wellicht beter kunt laten zien hoe je problemen oplost dan ze zelf problemen te laten oplossen.

Probleemoplossen belast het werkgeheugen te zeer en belemmert daardoor de opslag van de beoogde kennis en vaardigheden – in dit geval de regel van het alternerende operatiekoppel. Nieuw in deze opvatting is de koppeling tussen enerzijds werkgeheugen en langetermijngeheugen, en anderzijds probleemoplossen, of beter, juist de ontkoppeling ervan. Dat Sweller ontdekkend leren in feite uit het onderwijs wil weren, blijkt eens te meer uit het volgende citaat:

'It was obvious to me that if I had simply informed students to solve each problem by alternating the two moves until they reached solution, they would have immediately learned the rule and would have been able to solve any problem to them no matter how many moves were required for solution. Of course, since these were problem-solving experiments, I had not informed participants of the alternation rule and most failed to discover the rule for themselves.' (Sweller, 2016, p. 3)

In zijn 'Story …' schrijft Sweller over de moeilijkheden die hij in de jaren tachtig ondervond om onderzoekers ervan te overtuigen dat probleemoplossen een probleem is. Pas toen Kirschner en Clark zich bij Sweller aansloten, en ze samen een artikel publiceerden waarin de verbinding tussen CLT en directe instructie werd gelegd, veranderde de situatie:

'The Kirschner, Sweller, and Clark (2006) paper had an immediate impact, unlike the 10-20 year wait before my empirical papers were noticed. It was polarizing with many opinions either strongly positive or strongly negative.' (Sweller, 2016, p. 3)

De vraag is of er voor de weerstand tegen hun opvattingen gefundeerde argumenten zijn aan te voeren.

PROEF OP DE SOM

Tegen de uitkomst van Swellers experiment valt uiteraard niet veel in te brengen. Alleen heeft die niets met probleemoplossen en wiskunde van doen. Daarin worden immers geen willekeurige, subjectieve voorschriften en procedures gedicteerd en is de oplossingsweg niet voorgetekend. Of anders gezegd: de inductief op te sporen, verborgen regel – waarnaar vooraf niet eens wordt gevraagd die op te sporen! – valt niet volgens mathematische inductie te bewijzen. En dan nog: is probleemoplossen in de wiskunde louter een kwestie van het opsporen van een door inductie te bepalen regel?

Sweller stelt: '… all problems had to be solved by this alternation sequence because the numbers were chosen to ensure that no other solution was possible.' (p.2) Maar deze stelling is niet juist.

Bewijs dat ieder doelgetal van een alternerend [x3,-29]-koppel ook via een niet-alternerende reeks van die bewerkingen op het gegeven startgetal te bereiken is.
Stel het startgetal voor met de letter **s.**
Het doelgetal van twee alternerende [x3,-29] koppels met dit startgetal komt via het eerste koppel $\underline{3\mathbf{s} - 29}$ uit op:
$3\,\underline{(3\mathbf{s} - 29)}\ \mathbf{- 29} = 3^2\,\mathbf{s} - 4 \times 29$.
Uit deze formule valt direct af te lezen dat dit doelgetal niet-alternerend met 2 keer vermenigvuldigen gevolgd door 4 keer aftrekken, dus in 6 'vrije' zetten te bereiken is.
De formule voor drie koppels is $3^3\,\mathbf{s} - 13 \times 29$. Het doelgetal kan hier, niet-alternerend, in 16 zetten worden bereikt. (En ook nog in 14, 12, 10 en 8, blijkt uit een systematische aanpak!)
De proefleider overkwam dus hetzelfde als zijn proefpersonen: hij zag bij het samenstellen van de opgavenverzameling een algemene regel over het hoofd!
Indien de oplossing van dit vraagstuk meteen in formulevorm via directe instructie of met een uitgewerkt voorbeeld wordt gegeven, is moeilijk te bevatten waarom de onderzoeker hem over het hoofd heeft gezien; er lijkt immers nauwelijks sprake van een probleem.
Let wel 'lijkt', want in feite is de toepassing van de algemene methode met een formule wel degelijk een vondst: men moet voorzien dat daaruit een alternatieve reeks kan worden afgeleid. Die ontdekking wordt echter door de gladde uitleg 'stel het startgetal voor met letter **s**' volledig verdoezeld.
Hiermee raken we de achilleshiel van de explicatie door de leraar of van een voorbeelduitwerking. Indien die namelijk niet wordt voorafgegaan door exploratie van de leerlingen en waar nodig met aanwijzingen van de leraar, hoeven het probleem en de vondst niet als zodanig onderkend te worden.
Kortom, deze koppelsom kan als model van een flexibel interactieve les over probleemoplossen fungeren – een aanpak die haaks staat op de onderwijs-theoretische opvattingen van Sweller et al.

Conclusie

Het experiment waaruit het onderwijsconcept van CLT voortkomt, is zowel wiskundig als onderwijskundig onder de maat**:** de opgave bevat een wiskundige fout. En het feit dat vooraf niet wordt gevraagd om de (vermeende) oplossingsregel op te sporen, kan evenmin door de beugel. De voorwaarden om het probleem correct op te lossen zijn vervuld. Maar de juiste oplossing werd niet gevonden. De reden daarvan is zojuist aangeduid: de oplossing werd niet op een algemeen niveau aangepakt, een belangrijke heuristische richtlijn niet gevolgd. Een opmerkelijke constatering, omdat de proefleider in de betreffende toets de basis legde voor zijn cognitieve onderwijstheorie over probleemoplossen. Wat echter het meest in het oog springt, is dat die theorie de passend geleide, interactieve onderwijsaanpak van probleemoplossen volledig negeert (Nelissen, 2000).

CLT EN PÓLYA

De rupssom uit de inleiding voldoet in alle opzichten aan de waarde die hij aan probleemoplossen toekent. In het voorwoord van 'How to solve it' merkt hij daarover het volgende op:

> *'A great discovery solves a great problem but there is a grain of discovery in the solution of any problem. Your problem may be modest; but it challenges your curiosity and brings into play your inventive faculties, and if you solve it by your own means, you may experience the tension and enjoy the triumph of discovery.*
> *Such experiences at a susceptible age may create a taste for mental work and leave their imprint and character for a lifetime. Thus, a teacher of mathematics has a great opportunity. If he fills his allotted time with drilling his students in routine operations he kills their interest, hampers their intellectual development, and misuses his opportunity.' (Pólya, 1945, preface)*

Duidelijk is dat achter Pólya's visie op wiskundig probleemoplossen een bepaald mensbeeld steekt plus een beeld van de vormende waarde die onderwijs kan hebben. Probleemoplossen is bij hem niet alleen een middel maar ook een doel op zich. Het algemene beeld van de 'geleide, navolgende leerling' past daar niet binnen.

Hoe reageren Sweller, Clark en Kirschner op zijn denkbeelden?
In een artikel met de veelzeggende titel 'Teaching general problem solving skills is not a substitute for, or a viable addition to, teaching mathematics.' wordt deze vraag beantwoord. De algemene strategieën die Pólya formuleert, voegen niets toe aan het wiskundeonderwijs, schrijven de drie cognitief psychologen in 'Notices of the American Mathematical Society' (2010):

> *'For example, many educators assume that general problem-solving strategies are not only learnable and teachable but are critical adjunct to mathematical knowledge. The best known exposition of this view was provided by Pólya.' (Sweller, Clark & Kirschner, 2010, p. 1303)*

Pólya beweert en demonstreert echter op een (bijkans) niet mis te verstane wijze in zijn boek exact het tegenovergestelde!

> *'It may be good to be reminded rudely that certain aspirations are hopeless. Infallible rules of discovery leading to the solution of all possible mathematical problems would be more desirable than the philosophers' stone, vainly sought by alchemists. Such rules would work magic; but there is no such thing as magic. (...)*
> *A reasonable sort of heuristic cannot aim at unfailing rules; but it may endeavor to study procedures (mental operations, moves, steps) which are typically useful in solving problems. Such procedures are practiced by every sane person sufficiently interested in his problem. They are hinted by certain stereotyped questions and suggestions which intelligent people put to themselves and intelligent teachers to their students.' (Pólya, 1945, p. 172)*

Sweller, Clark en Kirschner geven 'reform-curricula' die Pólya volgen een lesje: niet alleen de rol van probleemoplossen wordt daarin verkeerd begrepen, maar ook menen die hervormers dat door het onderwijzen van algemene oplossingsstrategieën tevens op de inhoud beknibbeld kan worden. Terwijl men toch beter zou moeten weten:

> *'There is no body of research based on randomized, controlled experiments that such teaching leads to better problem solving.' (Sweller, Clark & Kirschner, 2010, p. 1303)*

Daar staat volgens hen tegenover dat onderzoek uitwijst dat domeinspecifiek probleemoplossen onderwezen kan worden:

> *'How? One simple answer is by emphasizing worked examples of problem solution strategies.' (Sweller, Clark & Kirschner, 2010, p. 1304)*

In een veelgeciteerd discussieartikel van de genoemde auteurs, geven ze een theoretische verklaring voor dit positieve *worked-example effect* die we al eerder tegenkwamen.

> *'Solving a problem requires problem-solving search and search must occur using our limited working memory. Problem-solving search is an inefficient way of altering long-term memory because its function is to find a problem solution, not altering long-term-memory.' (Kirschner, Sweller & Clark, 2006, p. 80)*

Door het aanbieden van uitgewerkte voorbeelden zonder dat dit wordt voorafgegaan door begeleid zelfstandig probleemoplossen, worden essentieel wiskundige activiteiten in feite gereduceerd tot het oplossen van routineproblemen. Pólya merkt daarover het volgende op:

> *'Routine problems, even many routine problems, may be necessary in teaching mathematics but to make the students do no other kind is inexcusable. Teaching the mechanical performance of routine mathematical operations and nothing else is well under the level of the cookbook because kitchen recipes do leave something to the imagination and judgement of the cook but mathematical recipes do not.' (Pólya, 1945, p. 172)*

Voor de duidelijkheid: Pólya spreekt bijvoorbeeld van een routineprobleem bij het oplossen van een kwadratische vergelijking $x^2 - 3x + 2 = 0$**,** als je er daarvan, onder leiding van de leraar, al een half dozijn hebt opgelost. En laat dat nu, samen met het oplossen van lineaire vergelijkingen hét onderwerp zijn waarop het onderzoek over de *worked examples* zich allereerst richtte en waarvan de CLT'ers zo hoog opgeven. Lees in dit verband de slotwoorden van het genoemde artikel over directe instructie en wiskundig probleemoplossen:

> *'For novice mathematics learners, the evidence is overwhelming that studying worked examples, rather than solving the equivalent examples facilitates learning. Studying worked examples is a form of direct, explicit instruction that is vital in all curriculum areas that many students find difficult and that are critical to modern societies. Mathematics is such a discipline.' (Sweller, Clark & Kirschner, 2010, p. 1304)*

In het volgende zal dit onderzoek naar het effect van uitgewerkte voorbeeldopgaven en van de directe instructie onder de loep worden genomen. Want na de voorgaande kritische analyse van de CLT met betrekking tot probleemoplossen, dringt zich natuurlijk direct de vraag op hoe het toch mogelijk is dat een belangrijke toepassing van die theorie - althans volgens genoemde auteurs - zulke positieve resultaten zou kunnen opleveren.

ONDERZOEK

Hoe verhouden de opbrengsten van de directe instructie (DI) zich tot die van interactief geleid probleemoplossen? Voor Sweller, Kirschner en Clark staat het antwoord op deze vraag vast: de DI-groep zou in deze vergelijking eveneens als beste uit de bus komen, want aangezien het om nieuwe leerstof gaat, zullen er nieuwe vaardigheden en begrippen aangereikt en verwerkt moeten worden. Vooraf zelfstandig probleemoplossen heeft om die reden geen meerwaarde en is daarom weinig effectief.

Deze theoretische stellingname is echter ook in cognitief-psychologische kring omstreden. Het eerste voorbeeld is van Schmidt et al. (2006, p. 91).

> *'While we concur with the authors about the failure of minimally guided instruction for novices learning in structured domains, in this commentary we will argue that problem-based learning (PBL) is an instructional approach that cannot be equated with minimally guided instruction. On the contrary, we contend that the elements of PBL allow for flexible adaption of guidance, making this instructional approach potentially more compatible with the manner in which our cognitive structures are organized than the direct guided instructional approach advocated by Kirschner et al.'*

Een meta-analyse van honderden studies, die in 2010 werd uitgevoerd door Alfieri et al., wijst uit dat zelfstandig onderzoekend leren minder effectief is dan directe instructie (d= - 0.38). Maar als het onderzoekende leren met passende ondersteuning wordt uitgevoerd, blijkt het juist effectiever dan directe instructie (d= + 0.30) (Alfieri, et al.. 2011).
Het oordeel van De Jong (2019) in een overzichtsstudie is weliswaar genuanceerder, maar brengt evenzeer de ongefundeerde claims van Kirschner, Sweller & Clark over het primaat van de directe instructie aan het licht:

> *'The exploration in this paper started with data showing that traditional education as applied to STEM topics may not lead to deep conceptual knowledge. However, the further analyses led not to a plea to abandon direct instruction, but rather to the recommandation to seek balanced and smart combinations of direct instruction with more engaged forms of learning such as inquiry learning.' (De Jong, 2019, p.10)*

Kalygua en Singh wijzen op de relatie tussen de didactische werkvormen en onderwijsleerdoelen in de verschillende onderwijsfasen en zij keren zich uitdrukkelijk tegen de tweedeling die Sweller, Kirschner en Clark in hun studies maken.
De auteurs onderscheiden in complex leren drie fasen, namelijk die van het exploreren, uitleggen en

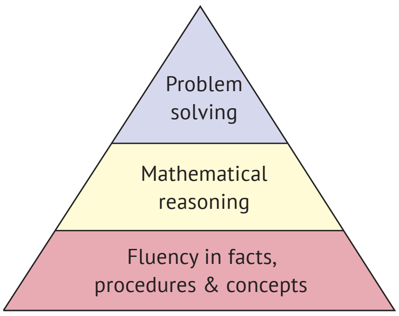
inventief toepassen. Ze tekenen als bezwaar tegen de traditionele CLT aan dat die zich te zeer tot de tweede instructiefase van de uitleg heeft beperkt, waarvan de opbrengst zich met domeinspecifieke doelstellingen in beheersingstermen laat omschrijven. De auteurs verwijzen in hun belangwekkende artikel naar verschillende onderzoeken waarin naar voren komt dat (de poging tot) het zelfstandig probleemoplossen de resultaten van het uitleggen positief beïnvloedt. Binnen hun indeling bestaat de eerste onderwijsfase - voorafgaand aan die van het uitleggen – uit het zelfstandig probleemoplossen.

> *'One of the consequences of this reconceptualization is abandoning the rigid explicit instruction versus minimal guidance dichotomy and replacing it with a more flexible approach based on differentiating specific goals of various learner activities in complex learning.' (Kalygua & Singh, 2016, p. 831)*

Wordt die eerste fase overgeslagen dan worden de essentieel reken-wiskundige activiteiten in feite gereduceerd tot het oplossen van routineopgaven, wat op zichzelf uiteraard ook moet gebeuren om bepaalde doelstellingen na te streven.
Verschil in doelen vraagt ook verschil in didactische werkvormen en het past niet binnen de strakke methodiek van directe instructie volgens het model van voordoen en welbegrepen nadoen, aldus de genoemde auteurs.

TERUG NAAR DE BASIS

Om rekenproblemen te kunnen oplossen, moet je eerst over de benodigde rekenfeiten, vaardigheden plus procedurele kennis beschikken; het is de taak van de leraar om hun leerlingen die basiskennis en -vaardigheden aan te reiken – aldus luidt de grondstelling van de CLT, die als volgt kan worden uitgebeeld.



Afbeelding 2. Grondstelling CLT

Daarnaast wordt in dit artikel de opvatting van leraargeleid, onderzoekend leren gesteld, waarin probleem-oplossen mede als didactisch middel voor het ontwikkelen van vaardigheden, begrip en inzicht kan fungeren. Productief oefenen is daar een sprekend voorbeeld van. Denk daarbij aan het genoemde probleem van de rekenrups (in het domein van 20 en 100), of aan een verwante opgave als '6+7' bij het leren van de opteltafels.
Het is bekend dat kinderen deze som op verschillende manieren oplossen: alles tellend; doortellend vanaf 7, via splitsen bij 10, met '5+1' plus '5+2', of '6+6+1', en '7+7 -1' – al dan niet met behulp van concreet (structuur)materiaal (Veltman, 1999, p.40). De leerkracht stimuleert uiteraard de handige manieren en daarmee op termijn het memoriseren van die tafels via niet-tellend, handig rekenen.
In de procedurele CLT-benadering worden dergelijke elementaire sommen allemaal op één manier aangereikt, namelijk via 'splitsen bij 10'. Eigen inbreng van kinderen met de vijfstructuur en kennis van (bijna)dubbelen wordt daarbij genegeerd. Voor het aftrekken onder 20, leidt het rekenvoorschrift van 'splits bij 10' bij een opgave als '17- 15' tot grote moeilijkheden. Geef je kinderen echter de opdracht om zelf zoveel mogelijk opgaven met getallen onder 20 te bedenken met een verschil 2, dan blijkt '17- 15' geen problemen op te leveren (Klein, Beishuizen & Treffers, 1998; Menne, 2001). Alleen behoort het laten maken van eigen producties niet tot het repertoire van de directe instructie. Voor de tafels van vermenig-vuldiging geldt evenzeer dat naast de strategie van herhaald optellen, de verkortingen via de 'natuurlijke' rekenwijzen van kinderen gehonoreerd kunnen worden, zoals daar zijn:

- het halveren (5 x 7 is de helft van 10 x 7) en dubbelen;
- het benutten van de vijf- en tienstructuur (9 x 7 = 10 x 7 – 7; en 6 x 7 = 5 x 7 + 7);
- en het wisselen (5 x 7 = 7 x 5) en splitsen (7 x 6 = 7 x 5 + 7).

Het einddoel is uiteraard dat de leerlingen de tafels uit het hoofd moeten kennen, en dat vraagt tijd, maar vooral ook een uitgekiende oefendidactiek (Milikowski, 2008).
Op de weg daar naartoe hebben de leerlingen echter tal van eigenschappen leren inzien, die ze in het vervolg bij het hoofdrekenen kunnen inzetten (Ter Heege, 1995; Treffers, 2015).

Het zou hier te ver voeren om met nog meer voorbeelden te laten zien dat probleemoplossen aan de basis van het leren van rekenfeiten, handig rekenen, standaardprocedures, rekenregels voor het opereren met breuken, kommagetallen, verhoudingen en procenten, en toepassingen ervan kan staan (Veltman & Van den Heuvel- Panhuizen, 2015).

Naast probleemoplossen als didactisch middel kan het oplossen van problemen ook als een doel op zich fungeren. En die functie liet zich eveneens met het voorbeeld van de rekenrups illustreren. Daarbij kwamen verschillende heuristische richtlijnen aan bod, zoals het vereenvoudigen van het probleem, de blikwisseling van het terug redeneren vanaf de uitkomst, en via specifieke voorbeelden naar een algemene regel zoeken die de kern van het wiskundig bewijs vormt.
Vanuit een hoger standpunt bezien is duidelijk dat de voorgeschreven procedure van het halveren in de binaire notatie '1000001' bij iedere volgende stap naar een oneven uitkomst leidt en daarbij dus steeds om een bijstelling van '+1' vraagt, wat bijgevolg de langste rups moet opleveren. Deze doelkant van probleemoplossen kan echter alleen maar binnen een interactieve onderwijssetting tot z'n recht komen.

Het is, zoals gezegd, exact deze synthese van exploratie en explicatie bij probleemoplossen die het interactieve onderwijsconcept onderscheidt van de onderwijstheorieën die daarbij slechts het belang van één van die twee kernactiviteiten benadrukken, te weten die van het onderzoekende leren bij het constructivisme, en van het uitleggen bij het instructivisme waartoe de CLT als onderwijstheorie bleek te leiden.

LITERATUUR

Alfieri, L., Brooks, P., Aldrich N., & Tenenbaum, H. (2011). Does discovery-based instruction enhance learning? *Journal of Educational Psychology, 103*, 1-18.

De Jong, T. (2019). Moving to engaged learning in STEM domains; there is no simple answer, but clearly an road ahead. *Journal of Computer Assisted Learning, 35*(2), 153-167.

Kalyuga, S., & Singh, M. (2016). Rethinking the Boundaries of Cognitive Load Theory in Complex Learning. *Educational Psychology Review, 26*(4), 831-852.

Kirschner, P., Sweller, J. & Clark, R. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist, 41*(2), 75-86.

Klein, A.S. , Beishuizen, M., & Treffers, A. (1998). Empty Number Line in Dutch Second Grades. Realistic versus Gradual Program Design. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*, 443-454.

Menne, J. J. M. (2001). *Met sprongen vooruit. Een productief oefenprogramma voor zwakke rekenaars in het getallengebied tot100 – een onderwijsexperiment.* Utrecht: Freudenthal Instituut.

Milikowski, M. (2008). Pleidooi voor de tafels. In: Braams, T., & Milikowski, M. (red.), *De gelukkige rekenklas* (pp. 157-171). Amsterdam, Boom.

Nelissen, J. (2000). Een pleidooi voor het interactief leren in het reken-wiskundeonderwijs. *Tijdschrift voor nascholing en ontwikkeling van het reken-wiskundeonderwijs, 19*(1), 6-14.

Pólya, G. (1945). *How to solve it.* Princeton, University Press.

Schmidt, H., Loyens, S., Van Gog T., & Paas, F. (2007). Problem-based learning is compatible with human cognitive architecture: commentary on Kirschner, Sweller, and Clark (2006). *Educational Psychologist, 42*(2), 91-97.

Sweller, J. (1999). *Instructional design in technical areas.* Camberwell: Acerpress.

Sweller, J., Clark, R., & Kirschner , P. (2010). Teaching general problem solving skills is not a substitute for, or a viable addition to, teaching mathematics. *Doceamus, 57*(10), 1303-1305.

Sweller, J. (2016). Story of a research program. In S. Tobias, J. D. Fletcher, & D. C. Berliner (Series eds.), Acquired Wisdom Series. *Education Review*, *23*. http://dx.doi.org/10.14507/er.v23.2025

Ter Heege, H. (1985). *Tafels leren.* Enschede: SLO.

TAL-team (1999). *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen.* Groningen: Wolters Noordhoff.

Treffers, A. (2015). *Weg van het cijferen. Rekenmethodes vanaf 1800 tot heden.* Utrecht: Freudenthal Group, Universiteit Utrecht.

Veltman, A. (1999). De restaurantles. In: Talteam, *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen* (pp. 40-41). Groningen: Wolters Noordhoff.

Veltman, A., & Heuvel Panhuizen, M. van den (2015). *Rekenen met hele getallen op de basisschool.* Groningen: Noordhoff.

It is better to show students how to solve problems through direct instruction than to let them solve problems themselves – this is the theoretical credo of the so-called Cognitive Load Theory (CLT). Sweller, the founder of this educational theory, recently described how he came to this startling view: its origin appears to lie in the results of a mathematical experiment. However, this article demonstrates that this research is mathematically incorrect and inferior in terms of research. And then we show that the comparative studies that would support this cognitive educational theory cannot stand the test of criticism either. Mathematical and didactic (research) analyzes of model examples form the basis of the objections that can be raised against CLT as an educational theory.