

Rekenen-wiskunde over()denken.

Verslag 34^e Panama-conferentie

Ieder jaar vindt in januari de Panama-conferentie plaats. In 2016 was het thema van deze conferentie 'Rekenen-wiskunde over()denken'. Dit verslag laat zien hoe de conferentie onder andere plaats bood aan het overdenken van de toekomst van het reken-wiskundeonderwijs.

INLEIDING

In januari 2016 vond de 34^e Panama-conferentie plaats met als thema 'Rekenen-wiskunde over()denken'. Het ging in de conferentie zowel over het overdenken van het reken-wiskundeonderwijs, als over het reken-wiskundeonderwijs dat over het leren denken gaat. Kritisch denken en probleemoplossen zijn vaardigheden die sterk in de belangstelling staan, omdat kinderen deze in de toekomst nodig hebben. Op de conferentie is besproken dat het reken-wiskundeonderwijs hier een goede bijdrage aan kan leveren als leerlingen meer open wiskundige problemen aangeboden krijgen, waarmee zij hun denkkracht kunnen ontwikkelen. De leraren van nu hebben daar nog niet veel ervaring mee en zullen er op moeten worden voorbereid. Er zullen materialen voor ontwikkeld moeten worden, want de huidige reken-wiskundemethodes hebben nog niet genoeg te bieden op dit punt. Ten slotte zal gekeken moeten worden of toetsen op de nieuwe doelen en inhouden kunnen worden aangepast.¹

REKEN-WISKUNDEONDERWIJS VOOR DE TOEKOMST

De maatschappij ontwikkelt zich in hoog tempo en steeds meer krijgen we te maken met nieuwe technologie. Dat zorgt er onder meer voor dat er tal van nieuwe beroepen ontstaan, terwijl andere beroepen verdwijnen. Deze maatschappelijke ontwikkeling maakt het noodzakelijk dat het onderwijs (deels) andere inhouden aanbiedt en andere doelstellingen hanteert. Dat kan tot gevolg hebben dat het onderwijs anders moet worden ingericht. Dat geldt ook het reken-wiskundeonderwijs.

Koeno Gravemeijer vraagt de conferentiedeelnemers het reken-wiskundeonderwijs voor de toekomst te doordenken. Hij geeft aan dat het bij een dergelijke doordenking gaat om het anders begrijpen van problemen. Hij pleit daarnaast voor een omslag van 'antwoordgerichtheid' naar meer een conceptuele benadering.

Kees Hoogland licht in zijn bijdrage toe wat hiermee bedoeld wordt. Volgens hem moet het reken-wiskundeonderwijs minder op antwoorden gericht zijn en meer op probleemoplossen. Rekenen-wiskunde moet volgens Hoogland namelijk niet gaan over sommen die leerlingen uitrekenen en die dan goed of fout zijn, maar over problemen waar leerlingen over moeten nadenken. Het gericht zijn op goede antwoorden is een effect van de bestaande inrichting van het onderwijs, dat volgens Hoogland oppervlakkige resultaten oplevert. Leren probleemoplossen ligt veel dichter bij het wezen van wiskundig denken.

In de subgroepen die aan de slag gaan met de omslag van antwoordgerichtheid naar een conceptuele benadering, komt onder meer naar voren dat de zekerheid die methoden bieden dat het gehele aanbod doorlopen wordt een dergelijke conceptuele benadering in de weg staat, omdat de zekerheid daarbij wordt gerealiseerd door de leerstof in kleine leerstappen op te delen. Het zou goed zijn als leraren meer zouden werken met open problemen gekoppeld aan concepten die in het onderwijs naar voren moeten komen. De leerling moet leren structuren en patronen te herkennen en in te zetten bij het oplossen van problemen. Hierdoor

Sabine Lit &
Ronald Keijzer
Hogeschool iPabo
Amsterdam/Alkmaar

Lit, S.A., & Keijzer, R. (2016).
Rekenen-wiskunde over ()denken. Verslag 34e Panama-conferentie. Volgens Bartjens – ontwikkeling en onderzoek, 35(5), 57-63

worden hogere cognitieve vaardigheden meer aangesproken en richt het onderwijs zich minder op alleen het verkrijgen van goede antwoorden.

Ook in andere subgroepen benadrukken deelnemers dat open actuele probleemopdrachten centraal zouden moeten komen te staan in het reken-wiskundeonderwijs van de toekomst. Bijvoorbeeld opdrachten rond mobiel bellen, duurzaamheid en omgaan met tijd, waarbij het onderwijs zich richt op het interpreteren van grafieken en tabellen, het categoriseren van gegevens en het rekenen met meetgetallen. Het zou in het onderwijs ook, zo spreekt uit de discussies in de subgroepen, nadrukkelijk moeten gaan om het stimuleren van kritisch denken. Ook daarom zou het goed zijn als er expliciet aandacht is voor het leren zien van structuur en het herkennen van patronen. Het gaat daarbij om de wiskundige activiteit die ook wel wordt aangeduid als gecijferdheid of wiskundige geletterdheid (Van Zanten, 2015).

Een van discussiegroepen formuleert dat meetonderwijs zich meer zou moeten richten op het vertrouwd maken met het leren meten van 'van alles'. Leerlingen moeten daar ook (meer) praktische ervaring in opdoen. Ze leren dan dat allerlei zaken te kwantificeren zijn, ook minder voor de hand liggende (fysische) verschijnselen. Dit biedt geweldige mogelijkheden om andere dan de 'standaard' grootheden en maten te verkennen. Leren voor de toekomst past verder bij de beschikbaarheid van de computer. Als we daaraan veel van het rekenwerk willen overlaten, zouden we ons in het onderwijs moeten richten op het verwerven van kennis en vaardigheden die complementair zijn aan wat computers kunnen.

De conferentie liep vooruit op het eindadvies van het Platform Onderwijs 2032, dat ook in januari gepresenteerd is: hoe moeten wij onze leerlingen voorbereiden op de toekomst? In het rapport over het onderwijs van de toekomst van de commissie Schnabel komt rekenen-wiskunde naar voren als kernvak, naast de vakken Nederlands, Engels en digitale geletterdheid (Platform Onderwijs 2032, 2016). In het rapport komt verder naar voren dat kritische houding en onderzoekend leren kernkwaliteiten zijn voor de toekomst. Die werkt de commissie echter voor rekenen-wiskunde niet uit. Er liggen daarom kansen voor ieder die zich met de invulling van het reken-wiskundeonderwijs bezighoudt, want zij kunnen laten zien hoe je het 21^e eeuwse leren kunt vullen met rijke reken-wiskunde problemen. Hierbij kan gedacht worden aan:

- manieren om specifieke onderwerpen op een andere manier te toetsen,
- het beschouwen van het vak rekenen-wiskunde in relatie tot andere vakken, bijvoorbeeld door tabellen en grafieken in samenhang met biologie, natuur en techniek in het onderwijs aan bod te laten komen,
- een leerlijn opbouwen uit 'problemen' waarbij leerlingen verbanden tussen deze problemen leggen.

Uit het rapport van de commissie Schabel spreekt ook het belang van taal. Nanke Dokter en Fokke Munk, Ronald Keijzer en Jantien Smit presenteerden tijdens de conferentie de verbinding tussen taal en rekenen. Dokter wijst op het denken dat veelal talig van aard is, ook als dat plaatsvindt bij het rekenen. Kinderen gebruiken daarvoor binnen de school zogenaamde schooltaal. Die is niet voor alle kinderen even gemakkelijk, maar wel van belang voor schoolsucces. Dokter gaat daarom na welke activiteiten bevorderend zijn voor het ontwikkelen van deze schooltaal. Munk, Keijzer en Smit presenteren de opbrengst van hun project rond taal in de reken-wiskundeles. Zij ontwikkelden een ondersteuningsinstrument voor leraren, de zogenaamde Rekentaalkaart².

Het onderwijs van de toekomst gaat over de toekomst van leerlingen en daarom zouden die volgens sommige conferentiedeelnemers nadrukkelijker betrokken moeten worden bij het doordenken van de toekomst van het onderwijs, al komt er in de conferentie geen concreet idee naar voren hoe dit zou kunnen gebeuren. Daarnaast is het van belang, zo brengt Paul Drijvers in zijn parallellezing naar voren, dat het onderwijs gericht is op het leerlingen uitlokken tot wiskundig denken. Dat betekent volgens hem dat er in het onderwijs aandacht moet zijn voor probleemoplossen, modelleren en abstraheren. Maar dat is niet het enige waaraan het onderwijs aandacht moet besteden. Ook is en blijft het van belang dat leerlingen basale vaardigheden en kennis verwerven. Dat brengt onder andere Iro Xenidou-Dervou in haar parallellezing naar voren, waarin ze ingaat op haar promotieonderzoek. Zij geeft onder meer aan dat tal van onderzoeken aantonen dat het adequaat kunnen koppelen van een getal aan een hoeveelheid op jonge leeftijd een goede voorspeller is voor de latere rekenontwikkeling. Volgens haar moeten leraren daarom tijdig beginnen met het leggen van deze verbinding tussen getallen en hoeveelheden (Xeridou-Nervou, De Smedt, Van der Schoot, & Van Lieshout, 2013; Xeridou-Nervou, 2015).

Al met al is een opbrengst van de discussie over hoe het reken-wiskundeonderwijs zou moeten veranderen met het oog op de toekomst, dat er een accentverschuiving nodig is in de richting van probleemoplossen en wiskundig denken. Daarbij is het belang van het beheersen van wiskundetaal groot, want juist bij het aanpakken van open situaties is het kunnen gebruiken van wiskundetaal hard nodig. Overigens helpen open situaties ook bij het verwerven van wiskundetaal.

EEN TAAK VOOR DE (AANSTAANDE) LERAAR

Het reken-wiskundeonderwijs voor morgen moet gerealiseerd worden door de leraren van nu en die hebben daar handvatten voor nodig. Aafke Bouwman reikt handvatten aan voor leraren in de onderbouw van de basisschool. Zij ontwikkelde de 'spelbegeleiding rollenspelmodel' als variatie op de rollenspelmatrix van Bodrova en Leong (2012). Het model bevat een opbouw van spelinterventies, waarmee leerkrachten in groep 1 en 2 het spel kunnen verdiepen en verrijken en de rekenontwikkeling kunnen stimuleren. Dat neemt niet weg, aldus Bouwman, dat leraren die het model gebruiken de rekendoelen voor de kinderen in het achterhoofd moeten hebben en moeten bedenken hoe ze kinderen in het rollenspel in de hoeken denkstimulerende rekenvragen kunnen stellen.

Anton Boonen deed promotieonderzoek naar het oplossen van talige rekenopgaven in het hedendaagse rekenonderwijs in bovenbouw en middenbouw. Leerkrachten kunnen kinderen helpen met het oplossen van problemen door het visualiseren van de probleemstructuur. Boonen heeft vastgesteld dat leerkrachten veel visuele representaties gebruiken in hun instructie, maar deze onvoldoende variëren (Boonen, 2015).

Op de conferentie is in toenemende mate aandacht voor het rekenen in het vo en het mbo. Vincent Jonker en Monica Wijers doen verslag van hun onderzoek, waarin ze leraren in het mbo leren adequater om te gaan met verschillen tussen leerlingen. Ze kiezen daarbij voor convergente differentiatie. Zij vullen dit als volgt in: er is een minimumdoel voor de groep als geheel. Alle leerlingen doen mee aan de klassikale instructie. Daarna gaan de leerlingen de leerstof zelfstandig verwerken, zodat de leraar tijd heeft om de zwakke leerlingen verlengde instructie te geven. Jonker en Wijers merken dat deze aanpak even goed werkt bij leraren die hierin geschoold zijn als bij leraren die hierin niet geschoold zijn.

Om reken-wiskundeonderwijs voor de toekomst te realiseren, zou probleemoplossen meer aandacht moeten krijgen op de lerarenopleiding basisonderwijs. In deze opleiding wordt momenteel veel tijd geïnvesteerd in het voorbereiden van studenten op de landelijke kennisbasistoets. De nadruk die daarop ligt verzet zich mogelijk tegen een omslag naar het kritisch leren denken bij rekenen-wiskunde (Lit, 2010; 2011). De introductie van de Kennisbasis rekenen-wiskunde en de landelijke toetsing ervan in het derde studiejaar, maakt namelijk dat de opleiding nadrukkelijk investeert in het voorbereiden van studenten op deze toets (Keijzer, 2015). Francis Meester gaat met conferentiegangers in discussie over de overladenheid van het opleidingsprogramma en stelt de vraag aan de orde of de invoering van de Kennisbasis rekenen-wiskunde niet ten koste gaat van het leren onderwijzen van rekenen-wiskunde. Als dat het geval is, dan draagt de invoering van de Kennisbasis weinig bij aan de kwaliteit van het onderwijs.

Gerard Boersma laat in zijn presentatie zien dat dit niet het geval hoeft te zijn (Boersma, 2015). Hij ontwierp lessen rondom talstelsels, waarin hij toont dat de wiskunde die aan de orde is, de basisschoolstof voor studenten kan verhelderen en verdiepen. Studenten hebben de opdrachten in de lessen van Boersma als relevant voor hun beroep ervaren en zijn meer gaan zien van de doorgaande lijn rekenen-wiskunde. Boersma beveelt aan om wiskunde en didactiek in samenhang aan te bieden op de lerarenopleiding basisonderwijs en om opleiders die geen wiskundige achtergrond hebben te ondersteunen om deze samenhang tot stand te brengen.

Om greep te krijgen op het rekenen van studenten analyseerden ontwerpers van de kennisbasistoets Ronald Keijzer, José Faarts en Francien Garssen werk van studenten. Zij delen dit werk met deelnemers aan hun werkgroep. Studenten blijken nogal eens omslachtiger aanpakken gebruiken dan opleiders verwachten. Keijzer, Faarts en Garssen bespreken hoe je studenten hier vanaf kunt brengen. Zij presenteren daarvoor enkele heuristieken zoals 'Zoek een eenvoudig(er) probleem dat op het gestelde probleem lijkt, waar je de oplossing wel van kent' of 'Maak een (overzichtelijke) schets van de situatie.' Uit de groep komen aanwijzingen om effectieve strategieën met studenten te bespreken en hen te stimuleren eerst rustig naar een opgave te kijken, voordat zij beginnen met rekenen. Hierin schuilt overigens wel een probleem. Het kennen van handige strategieën helpt weinig als je niet snel aan een opgave ziet dat je ze kunt inzetten.

LEERMIDDELEN

Om leerlingen te leren meer wiskundig te denken en problemen op te lossen, zijn mogelijk nieuwe leermiddelen nodig. Een aantal presentaties gaat in op de kenmerken van geschikte probleemopgaven en wiskundige puzzels en spelletjes. Goede problemen, zo komt daarin naar voren, zijn uitdagend, op verschillende niveaus op te lossen, stimuleren het wiskundig denken, hebben een oplossing die niet voor de hand ligt, zijn verbonden met de reguliere lesstof, zijn te schematiseren, zorgen voor oefening tijdens het oplossen en genereren nieuwe producties. Digitale technieken bieden nieuwe mogelijkheden, zowel voor de leerling als voor de leerkracht.

In de huidige basisschoolpraktijk is er waarschijnlijk niet genoeg aandacht voor het leren wiskundig denken. Uit het onderzoek van Marc van Zanten, naar het voorkomen van probleemopgaven in veelgebruikte methodes, blijkt namelijk dat in de meest gebruikte methodes 'De Wereld in Getallen', 'Pluspunt'

en 'Alles Telt' probleemopgaven vooral voor de goede rekenaars bedoeld zijn. Opvallend is dat het percentage probleemopgaven ongeveer gelijk gebleven is of zelfs is afgenomen ten opzichte van de vorige edities van deze methodes. De methode 'Rekenwonders' blijkt tot nu toe naar verhouding drie maal zoveel probleemopgaven aan te bieden als de andere onderzochte methodes. 'Rekenwonders' is verder de enige methode die in de handleiding op systematische wijze aandacht besteedt aan het probleemoplossen. De kwalitatieve analyses van het onderzoek van Van Zanten zijn overigens nog niet gereed.

Wiskundig denken kun je leren; het verbetert door oefening en reflectie, zo stelt Jos van den Bergh in navolging van Mason, Burton & Stacey (1992). Het is bijvoorbeeld leerzaam als je vast komt te zitten in een wiskunde probleem. Je leert inzoomen, waarbij het gaat om betekenis verlenen, plannen en uitvoeren en daarna weer uitzoomen, waar je terugblijkt en generaliseert. Van den Bergh ontwerpt al jaren de probleemopgaven voor de rubriek 'het Ei van Columbus' in het tijdschrift Volgens Bartjens. Hij geeft de conferentiebezoekers een kijkje achter de schermen door te laten zien hoe hij probleemopgaven ontwerpt.

Albrecht Beutelspacher presenteert voorbeeldige problemen uit het Mathematikum. Het Mathematikum is een interactieve tentoonstelling in Giessen, Duitsland, met meer dan 150 wiskundige opdrachten en puzzels voor alle leeftijden en niveaus. De puzzels stimuleren het denken en laten zien dat rekenen-wiskunde leuk kan zijn voor iedereen.

Ivanka van Dijk en Annemarie Wetzels-Bruggers introduceren twee kisten met dertien rekenspellen van het Menne Instituut voor groep 7 en 8. Een aantal spellen doet duidelijk een beroep op 21e eeuwse vaardigheden als creatief denken, probleemoplossend vermogen en samenwerken.

Het noteren van denkstappen is belangrijk bij probleemoplossen. Anneke van Gool, Peter Hoogendijk en Martijn Slob hebben een 'digitaal kladblad' ontwikkeld voor het mbo. Tijdens het digitale werken aan complexe contextopgaven kunnen de leerlingen opschrijven wat ze gaan berekenen. De leerlingen krijgen feedback op de gemaakte tussenstappen en kunnen kiezen of zij een hint willen krijgen. Ze kunnen zo komen tot een andere aanpak of een verbetering van hun aanpak. In een aparte balk kunnen ze zien hoe ver ze zijn in het oplossingsproces. Leerlingen die denken dat ze de opgave opgelost hebben kunnen door de informatie uit de balk bijvoorbeeld opmaken dat deze maar 90 % aangeeft en dat zij dus nog een laatste stap moeten maken. De leerlingen zijn vrij in de oplossingen die ze kiezen en de computer volgt deze leerlingen. Het programma AlgebraKIT (de wiskunde engineer uit Mathplus) moet dus kunnen nagaan wat de leerling aan het doen is en geeft ondersteuning waar nodig. Het programma heeft veel voordelen voor leerlingen: ze weten of ze op de goede weg zitten, houden overzicht over hun berekeningen, zijn zich bewust van de gemaakte denkstappen en kunnen de opgaven ook herhalen met andere getallen. Voor de leerkracht zijn de voordelen dat de denkwijze van de leerling op het kladblad zichtbaar wordt waardoor er direct feedback gegeven kan worden en er snel zicht op een eventueel probleem is. In aangepaste vorm zou dit niet alleen kunnen worden gebruikt in het mbo, maar ook bruikbaar zijn in het basisonderwijs.

Nieuwe digitale mogelijkheden worden ook ingezet door Arthur Bakker. Bakker houdt zich bezig met fundamenteel didactisch psychologisch onderzoek en heeft een app ontwikkeld waarmee leerlingen verhoudingsgewijs redeneren letterlijk 'in de vingers' krijgen: twee gekleurde staven kunnen vergroot of verkleind worden door met de vingers te schuiven over het scherm. Bij een correcte vergroting van de staven waarbij de verhouding constant blijft, kleuren beide staven groen; bij een niet correcte vergroting kleuren de staven rood. Kinderen ervaren zo intuïtief de verhouding door met de vingers de lengtes van beide staven te beïnvloeden. Het onderzoek laat zien dat alle leerlingen ongericht starten, maar dat er al snel een patroon zichtbaar wordt in hun bewegingen. Bakker onderzoekt nog verder wat zinvolle bewegingen zijn en wat de toegevoegde waarde is voor het leren van het concept verhoudingen.

Leerkrachten kunnen steeds meer gebruik maken van digitaal beschikbare leermiddelen. Birgit Pepin introduceert een 'digital resource' waarmee zij onderzoek heeft gedaan in Noorwegen en Frankrijk. Het Franse 'Sesamath' stelt digitaal materiaal beschikbaar, waarmee leerkrachten zelf lessen en lesprogramma's kunnen samenstellen. Daarbij kunnen zij profiteren van ervaringen van collega's, waardoor professionalisering plaats vindt via internet. Bij deze digitale methode veranderen de bronnen steeds door input van de leerkrachten en treden zij zelf meer op als ontwikkelaar. Het is een forse verandering ten opzichte van de Nederlandse onderwijscultuur waarin leerkrachten gebruikers van bestaande methoden zijn.

Geen 'overcomplete, weinig flexibele methode, maar maatwerk' is de inzet van Evelien Delhez en Cécile Collas. Zij onderzoeken de mogelijkheden om een modulair aanbod te ontwikkelen waarin leerdoelen centraal staan. De conferentiedeelnemers dachten mee over de vaardigheden die dit vereist bij de leerkrachten. Men zag bezwaren, maar kwam ook met originele invalshoeken.

TOETSING

Nieuwe doelen en inhouden vragen om het overdenken van de toetsing. Het Cito is bezig met nieuwe toetsen, maar nog niet op deze toekomstige ontwikkelingen gericht. Er is een aantal presentaties over

formatief toetsen. Ook hier gaat het nog niet over het toetsen van wiskundig denken. Interessant is dat meer bewustzijn van toetsing bij leerkrachten en leerlingen een positief effect kan hebben.

In april 2015 is voor het eerst de nieuwe Centrale Eindtoets afgenomen. Margit van Aalst en Iris Verbruggen informeren de conferentiegangers over de ontwikkelingen. Cito heeft de opdracht een toets te leveren die voor alle kinderen geschikt is. Dat heeft geresulteerd in een toets op twee niveaus: de Basistoets, die door 80 % van de leerlingen gemaakt wordt en de Niveautoets, die bedoeld is voor leerlingen die mogelijk naar het vmbo-bb of -kb doorstromen. Hierdoor raken leerlingen die een Niveautoets maken niet gefrustreerd doordat de stof te moeilijk is. Bij de uitslag moeten ook de referentieniveaus aangegeven worden. Eind groep 8 wordt niveau 1F voor rekenen behaald door 90% van de leerlingen. Overigens kunnen leerlingen die geen 1F halen, wel naar het vo. De Centrale Eindtoets is in het sbo nog niet verplicht, maar zal dat vanaf 2017 wel zijn. Vanaf 2018 is er maar één toets die door alle leerlingen gemaakt zal worden. De toets zal dan adaptief zijn. In een voortoets wordt bepaald wat leerlingen kunnen bij taal en rekenen. Afhankelijk van deze score wordt een vervolg in de toetsing bepaald. Interessant voor rekenen is verder dat er in 2015 geen significant verschil bleek te zijn tussen hoe goed leerlingen kale opgaven en contextopgaven maakten. In 2016 is er een niet verplicht deel toegevoegd aan de toets, waarin kinderen gebruik mogen maken van de rekenmachine. Bekeken wordt of leerlingen met de rekenmachine bepaalde taken wel beheersen die zij zonder machine niet kunnen maken.

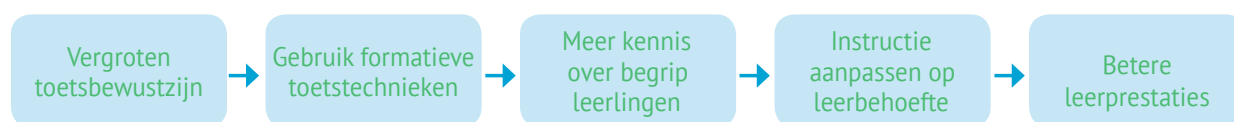
Het Cito heeft meer toetsen vernieuwd. Jasmijn Oude Oosterik presenteert de nieuwe LOVS toetsen Rekenen-wiskunde 3.0. Deze zijn gereed voor groep 3, 4 en 5. De toetsen voor groep 6, 7 en 8 volgen vanaf schooljaar 2016-2017. De LOVS-toetsen zijn zowel inhoudelijk als qua normering geactualiseerd. De belangrijkste veranderingen zijn dat de nieuwe toetsen nu aansluiten op de referentieniveaus 1F en 1S en dat zij ook geschikt zijn voor leerlingen met speciale programma's. Daarnaast is een kennismakingsboekje geïntroduceerd en is de leerkrachtenmap herzien op basis van wensen van de gebruikers. Bij de rapportage is het, naast de categorie-analyse, nu ook mogelijk om onderscheid te maken tussen kale sommen en contextsommen.

Methodeonafhankelijke toetsen, zoals de LOVS-toetsen van Cito, hebben volgens Judith Hollenberg veel te bieden. Je kunt het niveau bepalen van je leerlingen, de vooruitgang vaststellen, de aard van optredende problemen onderzoeken en de prestaties van leerlingen vergelijken met anderen. Door een passende interpretatie van vaardigheidsscores en de daaruit voortvloeiende rapportages op leerling- en groepsniveau kunnen leraren de ontwikkeling van hun leerlingen goed in beeld krijgen en de vaardigheid ook vergelijken met anderen. Daarnaast is het mogelijk om te kijken naar het instructie- en beheersingsniveau van de betreffende leerling. Groepsrapporten geven meer informatie over het groepsniveau en maken het makkelijker leerlingen op basis van vaardigheidsscores te clusteren. Door de categorieënanalyse kan men per individuele leerling overzichten krijgen hoe deze per deelgebied scoort. Holleberg stelt dat dit soort toetsen bij een passende interpretatie van de resultaten een wezenlijke bedrage kan leveren aan het plannen van het onderwijsaanbod voor de betreffende leerlingen.

In de besproken toetsen van Cito gaat het om meerkeuze vragen en gesloten opgaven. Het is de vraag of we met deze vorm van toetsitems in de toekomst ook de vaardigheid om wiskundige problemen op te lossen kunnen meten. De ontwikkeling bij de IEP eindtoets van bureau ICE is mogelijk interessant. Ook deze toets is toegestaan door het ministerie van OCW. Nicole Bonouvrie en Marc Binsbergen vertellen dat de IEP Eindtoets met papieren toetsboekjes werkt, waarin zowel open als gesloten vragen staan. Door het invullen van het toetsboekje, laten de leerlingen zien wat ze kunnen. Kenmerkend voor de IEP-Eindtoets is dat deze voor Rekenen-Wiskunde naast twintig opgaven op 1F- en twintig opgaven op 1S-niveau ook twintig opgaven op 2F-niveau bevat. Er zijn leerlingen, met name leerlingen met schooladvies vmbo, die 1S niet behalen, maar die referentieniveau 2F wel halen. In 2015 is de toets bij circa 7000 leerlingen afgenomen. Bij het schooladvies krijgt een relatief groot deel van de leerlingen een havo/vwo-advies. Dit komt mogelijk doordat specifieke scholen, namelijk scholen die werken volgens het 'hoofd-hart-handen-principe', voor deze toets kiezen. In 58% van de gevallen kwam het schooladvies uit de IEP Eindtoets overeen met het leerkrachtadvies. In 8% van de gevallen viel het advies van de toets lager uit dan van de leerkracht. In 34% van de gevallen kwam de toets tot een hoger advies dan de leerkracht.

Een andere innovatieve toetsvorm is formatief toetsen. Michiel Veldhuis is gepromoveerd op het toepassen van formatieve toetstechnieken in het reken-wiskundeonderwijs (Veldhuis, 2015). Doel van dit onderzoek was het verbeteren van de toetspraktijk bij rekenen-wiskunde in groep 5 van het basisonderwijs door middel van formatieve toetstechnieken. Het gaat hierbij om korte klassikale activiteiten die veel informatie opleveren over het begrip van leerlingen, op basis waarvan de leerkracht beslissingen over verdere instructie kan nemen. Na een vragenlijstonderzoek onder circa duizend leerkrachten zijn in samenwerking met tien leerkrachten formatieve toetstechnieken ontwikkeld voor rekenen-wiskunde in groep 5. Dertig leerkrachten kregen hierover een wisselend aantal workshops aangeboden. In de workshops werd besproken welke reken-wiskundige onderwerpen de komende weken aan bod zouden

komen, welke bekende struikelblokken daarbij naar voren zouden kunnen komen, hoe leerkrachten daar informatie over zouden kunnen verzamelen en welke formatieve toetstechniek daar bij zouden passen. Leerkrachten ontwikkelden in de workshops hun eigen toetstechnieken, al dan niet geïnspireerd waren op bestaande ideeën. Het effect van het hanteren van formatieve toetstechnieken op de leerlingprestaties is bepaald in een onderwijsexperiment. De resultaten laten zien dat de groep leerlingen waarvan de leerkrachten drie workshops hadden gevolgd significant meer vaardigheidsgroei doormaakten dan de leerlingen van wie de leerkrachten 0, 1 of 2 workshops volgden. Tussen deze laatste drie genoemde groepen werd geen verschil in vaardigheidsgroei gevonden. Welke toetstechniek werd toegepast leek niet van belang te zijn. Wel was het toetsbewustzijn van de leerkracht van belang. Afbeelding 1 maakt deze invloed van toetsbewustzijn op leerprestaties zichtbaar. Veldhuis meent dat zijn onderzoek leerkrachten aan het denken gezet heeft over wat zij willen weten over hun leerlingen.



Afbeelding 1: Toetsbewustzijn

Formatief evalueren is een van de succesfactoren van het project 'Juf laat mij het mezelf maar leren! Speels leren en onderhouden van de basisvaardigheden rekenen' van Anneke Noteboom en Marieke Gribling. Op de school waar Gribling als rekencoördinator actief is, vielen de rekenresultaten op de Bareka-toets, die automatisering van basisvaardigheden meet, tegen. De toetsuitslagen werden vertaald naar een overzicht en een drempelkaart, waarop de leerlingen precies konden zien welke sommen ze nog lastig vonden. Voor het oefenen werden rekenspellen ingezet. De leerlingen maakten een eigen plan om gericht met bepaalde spellen te werken aan deze sommen en hebben de spellen aan elkaar uitgelegd. Dit heeft geleid tot een hoge betrokkenheid van de leerlingen en minder werkdruk bij de betrokken leerkrachten. Vervolgens werd schoolbreed iedere week een kwartier in circuitvorm met de spellen gewerkt. De resultaten van de leerlingen op automatiseringstoetsen gingen aantoonbaar vooruit.

OVERDENKING

Onderwijs vraagt om periodieke doordenking: bieden we de leerlingen wat zij nodig hebben en zijn de resultaten bevredigend? Tijdens de Panama-conferentie van 2016 ligt de focus op de toekomst. De conferentie loopt daarmee even vooruit op het verschijnen van het eindadvies van het Platform Onderwijs 2032, dat ook in januari 2016 gepresenteerd is en waarin het gaat over de vraag hoe wij onze leerlingen moeten voorbereiden op de toekomst (Platform Onderwijs 2032, 2016). De deelnemers aan de conferentie twijfelen er niet aan dat er iets moet veranderen. Reken-wiskundeonderwijs moet meer gaan over het leren wiskundig denken en oplossen van problemen en minder over de juiste antwoorden op sommen, alhoewel het belang van voldoende rekenvaardigheid niet ter discussie staat. De gewenste verandering is ingrijpend. De huidige generatie leerkrachten is hier nog niet voldoende op voorbereid. In de lerarenopleiding is nog weinig aandacht voor leren probleemoplossen, maar er is door de kennisbasis wel een degelijke wiskundige basis neergelegd. De meest gebruikte methodes hebben op dit gebied nog niet genoeg te bieden, maar de uitgeverwereld lijkt al wel in beweging en er zijn mooie spellen en digitale mogelijkheden voorhanden. Het wordt waarschijnlijk niet eenvoudig om wiskundig probleemoplossen in de toekomst te gaan toetsen, maar wellicht bieden ontwikkelingen rond formatief toetsen en toetsbewustzijn nieuw zicht op toetsing voor de toekomst. Op de conferentie zijn er niet of nauwelijks tegengeluiden te beluisteren. Integendeel, de toon op de conferentie is vol elan en enthousiasme. De deelnemers zijn ervan overtuigd dat het reken-wiskundeonderwijs kan bijdragen aan de ontwikkeling van 21^e eeuwse vaardigheden, met name het leren oplossen van problemen. Wiskundig denken zou veel meer dan nu vaak het geval is, de kern van het reken-wiskundeonderwijs moeten zijn.

Literatuur

- Boersma, G. (2015). *Wiskunde en didactiek op de pabo in samenhang (ongepubliceerde master thesis)*. Nijmegen: HAN.
- Boonen, A. J. (2015). *Comprehend, visualize & calculate: Solving mathematical word problems in contemporary math education*. Amsterdam: Vrije Universiteit.
- College van Toetsen en Examens. (2016). *Terugblik en resultaten 2015. Central Eindtoets 2015*. Utrecht: College van Toetsen en Examens.
- Hoogland, K., & Meeder, M. (2007). *Gecijferdheid in beeld*. Utrecht: APS.
- Keijzer, R. (2015). Studielast rekenen-wiskunde: ontwikkeling 2009 – 2015. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 34, 55-61.
- Leong, D. J., & Bodrova, E. (2012). Assessing and Scaffolding Make-Believe Play. *Young Children*, 67(1), 28-34.
- Lit, S. (2010). Kennis en kwaliteit: een kennisbasis rekenen-wiskunde voor de pabo. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 29(1), 32-35.

- Lit, S. (2011). Kennisbasis en kwaliteitsverhoging. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 31(1), 33-35.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1992). *Thinking mathematically*. Harlow: Pearson.
- Platform Onderwijs2032. (2016). *Ons onderwijs2032 - Eindadvies*. Den Haag: Platform Onderwijs2032.
- Pólya, G. (2004). *How to solve it* (renewed ed.). Princeton, NJ: Princeton Science Library.
- Van Zanten, M. (2015). Informatievaardigheid. *Volgens Bartjens*, 34(5), 24-27.
- Veldhuis, M. (2015). *Improving classroom assessment in primary education*. Utrecht: Universiteit Utrecht.
- Xeridou-Nervou, I. (2015). *Setting the foundations for math achievement: Working Memory, Nonsymbolic and Symbolic Numerosity Processing*. Amsterdam: Vrije Universiteit.
- Xeridou-Nervou, I., De Smedt, B., Van der Schoot, M., & Van Lieshout, E. (2013). Individual differences in kindergarten math achievement: the integrative roles of approximation skills and working memory. *Learning and Individual Differences*, 28, 119-129.

Every year in January the so called Panama conference takes place. In 2016 the conference's theme was 'Mathematics thinking()over'. This report shows how the conference amongst others was a place for reflection on the future of mathematics education.

¹ Met dank aan: Marije Bakker, Jos van den Bergh, Nico den Besten, Marie-José Bunck, Carla Compagnie, Vronie Disselhorst, Vahap Duman, Jacobien Engel, José Faarts, Wim van de Geer, Ton van der Heiden, Anja van der Hoek, Judith Hollenberg, Ortwin Hutten, Marian Lenferink, Anita Lek, Mariet Lubbers, Frank van Merwijk, Linda van Tongeren, Ans Veltman en Bram van der Wal.

² Zie <https://www.leraar24.nl/dossier/6098/omgaan-met-taal-in-de-rekenles#tab=0>.