

Kwalitatief rekenen oefenen op de pabo

Docenten op de pabo ervaren dat veel studenten tijdens hun studie groeien in hun rekenvaardigheid en het gewenste niveau behalen. Er zijn echter ook studenten die elke nieuwe opgave als een nieuw avontuur ervaren en te weinig leren van voorafgaande oefeningen. Op deze groep richt zich het concept van kwalitatief oefenen met behulp van de 'rekenspin'.

VAN MEER NAAR INZICHTELIJKER!

Studenten aan de pabo die veel moeite hebben met rekenen-wiskunde, zijn over het algemeen bereid veel te oefenen. Ze investeren veel tijd in hun rekenen. Ze geven aan dat er eigenlijk nooit oefenopgaven genoeg zijn. We zien dat ze dit materiaal vaak niet efficiënt gebruiken. Uit observaties van rekenende studenten blijkt dat ze niet altijd gebruik maken van de eerder opgedane kennis. Eigenlijk wordt bij iedere opgave een nieuwe start gemaakt, de eerder geleerde theorie en eerdere ervaringen worden in deze gevallen nauwelijks in de nieuwe situatie toegepast. Verder valt op dat studenten niet altijd op een spoor gezet worden wanneer er mooie getallen of regelmatigigheden in de opgaven staan. Getalbegrip is van groot belang voor het handig oplossen van opgaven, maar zeker ook wanneer (aanstaande) leraren de oplossingsprocedures van kinderen willen begrijpen en bijsturen. Dit was voor ons de aanleiding om na te denken over een werkwijze die het rekengedrag van deze studenten zou kunnen veranderen.

Rekenen is veel meer dan het uitvoeren van operaties (bewerkingen) met getallen. Rekenen is volgens ons ook een mentaal proces waarin de werkelijkheid wordt geordend. Dat gebeurt bewust en kan leiden tot een vertaling naar getallen waarmee bewerkingen kunnen worden uitgevoerd. Rekenen gaat op die manier ook over probleemoplossen en informatieverwerking. Hierbij is nodig dat aanwezige kennis wordt gecombineerd met nieuwe feiten.

DE REKENSPIJN: EEN VORM VAN ASSOCIATIEF OEFENEN

Werkwijze voor De rekenspin

- Werk in groepjes van vier en maak een spin
- De spin heeft minimaal vijf takken met wiskundige associaties die je bij deze opgave hebt.
- De spin bevat in ieder geval:
 - Een context
 - Een model
 - Een formele benadering
- Beargumenteer waarom de genoteerde associaties bij de getallen EN de bewerking van de opgave passen.
- Analyseer de spin (verschillen, overeenkomsten) en reken de opgave uit.
- Bedenk wat er moeilijk was aan de opgave en hoe je het hebt overwonnen.
- Bedenk wat er gemakkelijk was aan de opgave en hoe dat kwam.

Tip: Gebruik je boek en aantekeningen van eerdere lessen!

Afbeelding 1:
Aanwijzing voor
studenten

Peter Ale en
Martine van Schaik¹

Ale, P. & Van Schaik, M. (2016). Kwalitatief rekenen oefenen op de pabo. Volgens Bartjens – ontwikkeling en onderzoek, 36(1), 51-54.

Het leren rekenen wordt niet bepaald door de kwantiteit in het oefenen, maar door de kwaliteit hiervan. De rekenspin is een werkvorm waarbij intensief wordt nagedacht over verschillende aspecten van een opgave. Er wordt gekeken naar de eigenschappen van de getallen, de eigenschappen van de bewerking, alvorens er wordt overgegaan tot mogelijke oplossingswijzen voor de betreffende opgave. De rekenspin is een intensieve werkvorm waarbij het gaat om associatief oefenen. Deze manier van oefenen is een voorwaarde om samenhangende kennis en vaardigheden op te slaan in geordende netwerken (Groenestijn, Borghouts & Janssen, 2011).

Bij deze rekenspin-werkvorm wordt stilgestaan bij de getallen die in de opgave voorkomen, mogelijke oplossingswijzen, maar ook geschikte modellen of contexten. De associaties die de student bij de opgave noteert, worden beargumenteerd op grond van wat hij in de opgave herkent. Op deze wijze leert de student de samenhang tussen verschillende opgaven zien en wordt hij zich bewuster van de eigenschappen van de betreffende bewerking.

ERVARINGEN MET DE REKENSPIN

De rekenspin is uitprobeerd in enkele groepen studenten die zich aan het voorbereiden waren op de landelijke kennistoets rekenen-wiskunde voor de lerarenopleiding basisonderwijs. Tijdens het oefenen maken de studenten in groepjes een opgave door eerst een 'rekenspin' te maken. In deze spin staan contexten, modellen, schematische weergaven en andere associaties die de student bij de opgave heeft. De context krijgt nadrukkelijke aandacht, omdat dat een voorbode moet zijn van het model dat de wiskundige handeling inzichtelijk maakt. Daarnaast wordt expliciet aandacht gevraagd voor het koppelen van kennis over getalrelaties en meetreferenties aan de desbetreffende opgave.

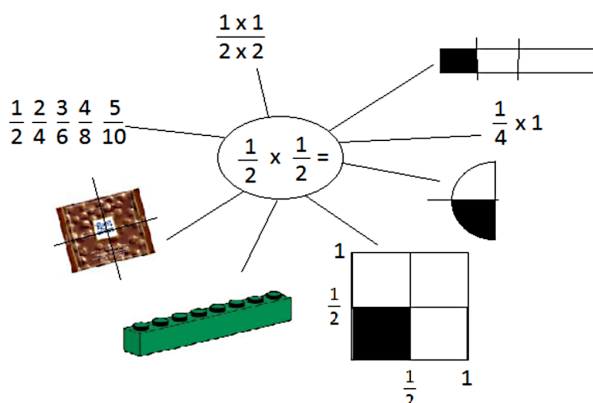
Het is van belang deze werkwijze in te zetten bij opgaven die studenten lastig vinden. Zo zou ook bij een opgave als: 'Hoeveel decigram is 4,08 hectogram?' deze werkwijze helpen om eerst na te denken over mogelijke oplossingsstrategieën, voordat er overgegaan wordt tot de bewerking. Op deze manier wordt er stilgestaan bij de betekenisverlening van de opgave, zoals bijvoorbeeld beschreven in het drieslagmodel van het protocol ERWD, en komt in dit geval mogelijk ook de structuur van het positiestelsel en de betekenissen van de voorvoegsels in relatie tot dit stelsel aan de orde. Hierdoor kan er over deze opgave als volgt gedacht worden:

Hecto betekent 100 en deci betekent $\frac{1}{10}$. Een hectogram is dus 100 gram en in een gram zit 10 decigram. Om van hectogram naar decigram te gaan kan gram als tussenstap gekozen worden. Zo ontstaat: $4,08 \text{ hg} = 408 \text{ g} = 4080 \text{ dg}$.

Deze opgave is dus op te lossen door de inzet van rekenkennis, kennis over de getalstructuren en kennis van de voorvoegsels, zoals we die kennen van het metrieke stelsel. Omdat deze voorkennis essentieel is, is het goed deze basiskennis eerst aan de orde te stellen voor de rekenspin als oefenvorm in te zetten. Zo heeft iedere student inbreng tijdens het gezamenlijk vullen van de rekenspin, zowel vanuit ervaring als vanuit zijn of haar basiskennis.

Door deze werkwijze is de student beter in staat de opgave vanuit een breder perspectief te beschouwen. Hij stelt zichzelf vragen als: 'In welke situaties komen dergelijke opgaven voor?' en 'Wat is er eigenlijk nodig aan kennis en vaardigheden om een dergelijke opgave te kunnen maken?'. Tot slot is het waardevol om in de nabespreking van de rekenspin, stil te staan bij modellen die de oplossing schematisch ondersteunen of getalstructuren die kunnen helpen bij het grip krijgen op de problematiek in de opgave.

EEN VOORBEELD VAN EEN INGEVULDE REKENSPIJN



Afbeelding 2: Ingevulde rekenspin bij de opgave $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} =$

Een rekenspin geeft inzicht in zowel de opgave als mogelijke oplossingswijzen, gezien vanuit verschillende contexten - in de rekenspin vooral afgebeeld als afbeeldingen - modellen en formele oplossingswijzen. In de rekenspin in afbeelding 2 is bijvoorbeeld gedacht vanuit de structuur van het 'herhaald halveren', een structuur die inderdaad uitkomst biedt bij het oplossen van deze opgave. Zo geeft deze rekenspin eigenlijk acht verschillende manieren om naar de opgave te kijken.

In de nabespreking van een dergelijk ingevulde rekenspin is het waardevol om in te gaan op de gekozen modellen en contexten. We stellen daarom vragen als: 'Welke modellen en contexten zie je hier eigenlijk?', 'In hoeverre sluiten ze op elkaar aan?', 'Welke modellen passen bij welke contexten of andersom?'. Zo is bij het vullen van deze rekenspin het volgende bedacht: 'Ik heb een reep chocolade en neem hiervan de helft, vervolgens neem ik daar weer de helft van.' Maar ook vanuit de leerkracht gedacht: 'Een achtje (een Lego-blokje) biedt veel mogelijkheden om deze opgave uit te leggen en op te lossen. 8 is namelijk een geschikte ondermaat voor deze opgave!'

Het onderzoeken van alle mogelijke manieren om een opgave op te lossen geeft de student inzicht, maar kost hem of haar natuurlijk ook veel tijd. Deze tijd wordt echter teruggewonnen zodra het inzicht verworven is. Door zich langer op één enkele opgave te richten, krijgen de studenten greep op de onderliggende wiskunde. Deze intensieve vorm van oefenen draagt daarmee bij aan het opbouwen van begrip en inzicht en biedt tevens handvatten voor vele gelijksoortige of vervolgopgaven. Daarmee wordt vervolgens tijd gewonnen.

OPBRENGSTEN VAN DE REKENSPIJN

De rekenspin is in verschillende groepen uitgetoet. Hoewel de ervaringen wisselend waren, was de opbrengst groot. Vrijwel alle deelnemende studenten slaagden voor de landelijke kennistoets rekenen-wiskunde. Sommige studenten gaven aan dat deze vorm van oefenen hier echt aan had bijgedragen. Het gaf ze meer inzicht in de opgaven en ze waren actiever met hun rekenkennis bezig. Bovendien konden ze deze bewuster inzetten tijdens het oplossen van opgaven. Wel bleek de 'tip' over het inzetten van het didactiekboek dat de opleiding gebruikt en het benutten van de aantekeningen uit eerdere lessen, cruciaal. Sommige studenten vinden het lastig om meerdere oplossingen te bedenken bij één opgave of zijn zelfs niet bereid om van hun eigen aanpak af te stappen. Een deel van de studenten vindt het (zeker in het begin) moeilijk om het rekenen uit te stellen, ze zijn geneigd om meteen over te gaan tot het oplossen van de opgave. Sterker nog, er zijn studenten die zeggen dat ze niet in staat zijn een context of passend model te bedenken, voordat ze de opgave hebben uitgerekend.

De verdieping die plaatsvond in het oefenen en de niveauverhoging van de oplossingen waren ook zichtbaar voor de opleiders. Ze zagen dat studenten met veel twijfels uiteindelijk meer zelfvertrouwen kregen over hun rekenwerk. Uiteindelijk kreeg deze werkvorm alle studenten actief aan het oefenen, ook degene die zich in eerste instantie in het groepswerk meer afwachtend opstelden.

TIPS VOOR HET INZETTEN VAN DEZE WERKVORM

Bij de keuze van een oefenopgave kan de opleider zich door verschillende situaties laten inspireren. Er kan gekozen worden voor een opgave waarvan de opleider weet dat studenten dit over het algemeen lastig vinden, of opgaven waarbij de context of het model voor de hand liggen. Het is van belang pas over te gaan tot het inzetten van de rekenspin, nadat de benodigde basiskennis voor de betreffende opgave, bestudeerd en/of besproken is én nadat de studenten al een aantal soortgelijke opgaven hebben geoefend, zonder hier een rekenspin bij te maken. Hierdoor kunnen de studenten bijdragen aan de rekenspin vanuit zowel eigen ervaring als vanuit de achterliggende basiskennis.

Tijdens het werken in groepen, loopt de opleider rond, observeert en kijkt wat er gebeurt in de verschillende groepjes. Soms gaan studenten de fout in. De opleider moet in een dergelijk geval afwegen of een vraag of hint op zijn plaats is of dat hij het even laat gaan. Door studenten aan te moedigen zoveel mogelijk in de rekenspin te zetten en daar samen over te praten, kunnen de studenten er zelf achter komen of ideeën wel of niet helemaal kloppen, of niet uit te leggen zijn. Zo ontdekken ze zelf wat er fout is en hoeft de opleider dat niet of minder vaak aan te dragen.

Deze vorm van oefenen kan ook een prima afsluiter zijn van een nieuw behandeld domein of hoofdstuk uit het reken-wiskundeboek. De studenten zouden ook voorafgaand aan de les kunnen aangeven wat voor hen lastige onderwerpen zijn uit een doorgewerkt hoofdstuk. Er kan gekozen worden om in de les rekenspin te maken bij de opgaven rond deze lastige onderwerpen. Als we dat doen, realiseren we dat niet alleen studenten samenwerken, maar dat de hulp en begeleiding van de opleider nabij is.

Literatuur

Van Groenestijn, M., Borghouts, C. & Janssen, C. (2011). *Protocol Ernstige RekenWiskunde problemen en Dyscalculie (ERWD)*. BAO SBO SO. Assen: Van Gorcum.

Primary teacher educators experience many student teachers developing mathematics skill, finally reaching the desired mathematics proficiency. However, some student teachers see every new mathematical problem as a new adventure. These student teachers did not learn from previous work. The concept of qualitative practicing using the so called 'math spider' is aimed at supporting these student teachers.

Noot

- 1 Peter Ale en Martine van Schaik zijn auteurs van het boek *Rekenen en Wiskunde Uitgelegd. Een kennisbasis voor leerkrachten basisonderwijs* (2014). Bussum: Coutinho. Peter Ale is als docent reken-wiskundedidactiek verbonden geweest aan de Hogeschool van Amsterdam en doceerde daarnaast ook aan de Universitaire Pabo van Amsterdam. Martine van Schaik is verbonden aan de Marnix Academie als docent reken-wiskundedidactiek en onderwijsadviseur bij het Marnix Onderwijscentrum.