

Handelingsgericht diagnostisch onderzoek bij rekenen (RD4)

Er zijn diverse instrumenten beschikbaar om het rekenniveau van de leerling in kaart te brengen. Er is echter nog geen gevalideerd instrument beschikbaar om het handelen van de leerling in kaart te brengen. Het handelingsmodel, zoals beschreven in het 'protocol ERWD' (Van Groenestijn, Borghouts, & Janssen, 2011), is een hulpmiddel om de ontwikkeling van leerlingen te kunnen volgen, problemen te analyseren en het onderwijs daarop af te stemmen. Bunck, Terlien, Van Groenestijn, Van Luit en Toll (2016) lieten zien dat dit handelingsmodel ook ingezet kan worden voor diagnostiek bij rekenen. Binnen dit onderzoek is een diagnostisch rekeninstrument (RD4) ontwikkeld voor leerlingen van de basisschool. In de RD4 zijn de basisvaardigheden, binnen de subdomeinen tellen, getallen, optellen en aftrekken, en vermenigvuldigen en delen, beschreven op verschillende handelingsniveaus. Het verkregen profiel laat zien tot op welk handelingsniveau de leerling oplossingsprocedures kan uitvoeren. De digitale versie van de RD4 is gepresenteerd op de Panamaconferentie van 2017. In dit artikel wordt ingegaan op de ontwikkeling van dit instrumentarium.

INLEIDING

Leren rekenen gaat niet vanzelf. Kinderen leren niet allemaal hetzelfde, op dezelfde manier en in hetzelfde tempo. Zij verschillen in hun ontwikkelingsmogelijkheden (Butterworth, 2005; Leseman, 2004) en in het vermogen om rekenconcepten te ontwikkelen (Fosnot & Dolk, 2002). Sommige kinderen hebben meer dan gemiddeld tijd nodig om zich bepaalde rekenconcepten en -procedures eigen te maken. Andere leerlingen hebben meer specifieke ondersteuning nodig. Om een doorgaande rekenontwikkeling voor elke leerling mogelijk te maken is afstemming van het onderwijsaanbod op de individuele ontwikkeling van belang (Van Groenestijn et al., 2011; Van Luit, 2010). Dit vraagt van de leraar dat hij het rekengedrag van de leerling kan observeren, analyseren en in kaart kan brengen. Bij rekenzwakke leerlingen zal in sommige gevallen een diagnostisch rekenonderzoek noodzakelijk zijn om de stagnatie in de rekenontwikkeling in beeld te kunnen krijgen.

THEORETISCH KADER

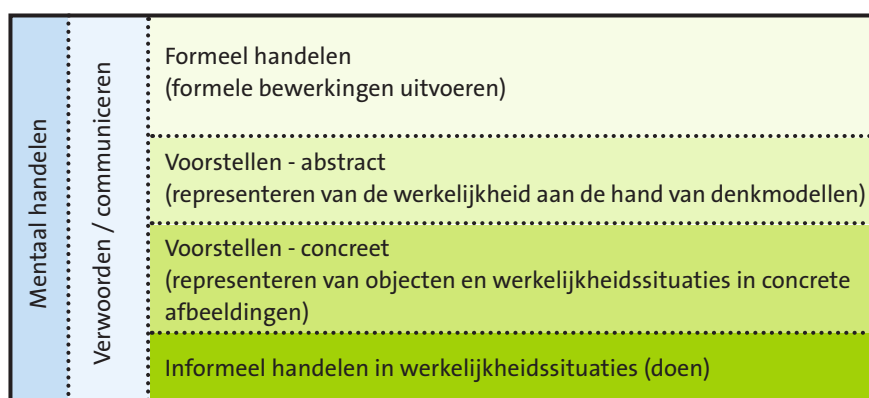
De rekenontwikkeling start op jonge leeftijd, al voor de basisschool, met de ontwikkeling van getalbegrip (Berch, 2005; Clements & Sarama, 2007). Bij het jonge kind zal er veeleer sprake zijn van informeel handelen, waarbij het 'rekenen' gebeurt op een speelse wijze. Vanaf groep 3 wordt het rekenen steeds formeler, tot het niveau van sommen maken. Om met dit meer formele rekenen te kunnen beginnen, is het noodzakelijk dat de leerling beschikt over enkele basale rekenvaardigheden, zoals kunnen tellen, kennis hebben van de cijfersymbolen, het kunnen overzien en vergelijken van kleine hoeveelheden (Desoete, Ceulemans, De Weerd, & Pieters, 2010; Gersten, Jordan, & Flojo 2005; Kroesbergen, Van Luit, Van Lieshout, Van Loosbroek, & Van de Rijt, 2009). Bij de meeste leerlingen vindt deze ontwikkeling spontaan plaats, maar bij een aantal leerlingen is deze ontwikkeling niet vanzelfsprekend.

Marie-José Bunck¹,
Els Terlien en Mieke
van Groenestijn
[Hogeschool Utrecht,
Utrecht](#)

Bunck, M.-J., Terlien,
E., & Van Groenestijn,
M. (2017).
[Handelingsgericht
diagnostisch onderzoek
bij rekenen \(RD4\).
Volgens Bartjens
– ontwikkeling en
onderzoek, 36\(3\), 50-57](#)

Volgens Van Groenestijn et al. (2011, p. 75) zijn in de rekenontwikkeling vier hoofdlijnen te onderscheiden, te weten begripsvorming, het ontwikkelen van oplossingsprocedures, het vlot leren rekenen en het flexibel toepassen. Deze vier hoofdlijnen komen in iedere leerstoflijn en in elk domein terug. De hoofdlijnen volgen elkaar op en hebben een cyclisch karakter. Elk nieuw leerstofonderdeel begint met begripsvorming. Door het bespreken van (informele) reken-wiskundige situaties (contexten) wordt betekenis gegeven aan getallen en bewerkingen. Daardoor ontwikkelt de leerling reken-wiskundige concepten en rekentaal. De volgende stap is dat een leerling leert om afstand te nemen van een concrete situatie of een context en deze kan weergeven in een afbeelding of model. De formalisering neemt toe en het netwerk van getallen wordt uitgebreid. Betekenisverlening wordt vervolgens gekoppeld aan de oplossingsprocedures. Hierbij valt te denken aan bijvoorbeeld de basisbewerkingen, maar ook aan complexere bewerkingen, met of zonder rekenmachine. De basisbewerkingen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen zijn voorwaardelijk voor alle berekeningen. Wanneer de procedures bekend zijn zal de leerling steeds vlotter leren rekenen en gaan automatiseren en memoriseren. Uiteindelijk is de leerling in staat om de verworven kennis flexibel toe te passen in andere, functionele, situaties.

De informele dagelijkse werkelijkheid verschilt wezenlijk van de formele sommen in een rekenboek. Om je staande te houden in de (gecijferde) wereld om je heen, is het noodzakelijk om reken-wiskundige concepten en oplossingsprocedures te begrijpen en deze flexibel toe te passen. In de handelingstheorie wordt rekenen beschreven als een vorm van denkend handelen. Volgens Gal'perin (in Ruijsenaars, Van Luit, & Van Lieshout, 2004, p. 56) is het denken het resultaat van een geleidelijke overgang van uitvoerige, concrete (informele) handelingen naar het denken over handelingen en het uitvoeren van (formele) bewerkingen. Gal'perin (1972) onderscheidt de achtereenvolgende fasen: de materiële handeling, de perceptieve handeling (kijken, maar niet aanraken), de verbale handeling (in taal beschrijven) en tenslotte de mentale handeling (in het hoofd). Dit idee is door Van Groenestijn (2002) verder uitgewerkt en is meer bekend geworden door het handelingsmodel (Van Groenestijn et al., 2011).



Afbeelding 1
Handelingsniveaus
ERWD (Van
Groenestijn et al.,
2011, p.137)

Binnen het (sociaal)-constructivisme wordt ervan uitgegaan dat elke leerling zijn eigen reken-wiskundige kennis ontwikkelt en construeert op basis van eigen inzicht en leervermogen, in interactie met medeleerlingen en de leraar (Cobb, Wood, & Yackel, 1992; Gravemeijer, 1994; Goswami, 2008). Begrip is volgens hen het resultaat van reflecteren, aanpassen en verder construeren van nieuwe kennis op individueel niveau. De leraar is binnen die processen de mediator (Nunes & Bryant, 1996). Niet iedere leerling ontwikkelt zich echter vanzelf, tien procent van de leerlingen ondervindt ernstige reken-wiskunde problemen (Van Luit, 2010).

Mentaal handelen en het verwoorden worden gezien als belangrijke, ondersteunende factoren bij alle vier de handelingsniveaus. Door het verwoorden, het hardop denken, ontstaat begrip. De RD4 is gebaseerd op het idee dat het doorlopen van de verschillende handelingsniveaus een essentieel onderdeel is van de begripsvorming en daarmee de verdere rekenontwikkeling.

DIAGNOSTIEK VAN REKEN-WISKUNDEPROBLEMEN

Wanneer de reken-wiskundige ontwikkeling van de leerling ondanks zorgvuldig afgestemde begeleiding geen aantoonbare vooruitgang laat zien, kan besloten worden tot het doen van intern (op school) of extern onderzoek. Diagnostisch onderzoek vindt plaats in een individuele setting nadat resultaten van de leerling zijn geanalyseerd en eventueel observaties zijn uitgevoerd op groepsniveau. Psychometrische testen bieden inzicht in het algemeen niveau van functioneren en in rekenvoorwaarden, maar niet in de werkelijke reken-wiskundige ontwikkeling. Bij procesgericht onderzoek, daarentegen, wordt onder andere nagegaan wat de leerling wel en niet kan en waar knelpunten zitten in de conceptuele reken-wiskundige

ontwikkeling. Daarbij gaat het om de ontwikkeling van procedurele en declaratieve kennis. Tevens wordt gekeken naar de kwaliteit van de rekenhandelingen (oplossingsprocedures). Voor procesonderzoek naar reken-wiskundige kennis en vaardigheid bestaat geen genormeerd diagnostisch instrumentarium. Diagnostici gebruiken meestal rekentoetsen uit een leerlingvolgsysteem en opdrachten uit rekenmethodes waar de betrokken leerling op school mee werkt (Van Luit, Bloemert, Ganzinga, & Mönch, 2012). Zij beschrijven tevens het belang van diepgaand procesgerichte diagnostiek onderzoek voor het onderdeel rekenen. Dit onderzoek dient onafhankelijk te zijn van methodes. De 'Kwantiwijzer' (Van den Berg, Van Eerde, & Lit, 1992) gaf richtlijnen voor procesgericht en kwalitatief gericht diagnostisch onderzoek. Dit diagnostisch instrumentarium is echter niet meer op de markt. De RD4 toont overeenkomsten met de 'Kwantiwijzer' (Van Eerde, 1996), zoals de interactie, de procesgerichte benadering en het aanbieden van materiaal. Het verschil is dat bij de RD4, daar waar mogelijk, dieper wordt ingegaan op de handelingsniveaus, zoals beschreven in het 'Protocol ERWD' (Van Groenestijn, Borghouts, & Janssen, 2011). Er wordt gedetailleerde informatie verkregen betreffende de conceptuele ontwikkeling binnen het domein 'getallen' en het daaraan onderliggende getalbegrip. De doelgroep bestaat uit kinderen van het primair onderwijs tot en met groep 5. Op basis van analyses van gegevens uit diagnostische onderzoeken kunnen naar verwachting meer eenduidige conclusies worden getrokken ten aanzien van het benoemen van (ernstige) reken-wiskunde problemen en dyscalculie. Hierdoor kan hopelijk in de nabije toekomst een meer eenduidige aanpak van begeleiding van leerlingen met (ernstige) rekenproblemen ontstaan, zoals ook bij dyslexie het geval is.

DE ONTWIKKELING VAN HET INSTRUMENT

De ontwikkeling van de RD4 heeft plaatsgevonden in verschillende fasen: pre-pilot (2012), pilot (tweede helft 2013) en hoofdfase (2014). In eerste instantie is er een experimentele papieren versie ontwikkeld. Aan de hand daarvan is onderzoek verricht en is het instrumentarium gevalideerd. Inmiddels is het instrumentarium volledig gedigitaliseerd en is de digitale versie sinds oktober 2016 door zestig rekenspecialisten uitgetoetst. Voor het ontwikkelen van de papieren versie zijn bestaande diagnostische instrumenten voor leerlingen van groep 1 tot en met groep 5 inhoudelijk geanalyseerd, namelijk: de 'Utrechtse Getalbegrip Toets' (UGT-R) (Van Luit & Van de Rijt, 2009), de rekentoetsen van het CITO-LOVS (Janssen, Schelkens, & Kraemer, 2008), de Citotoets 'Rekenen voor kleuters' (Koerhuis, 2010) en de 'Kwantiwijzer' (Van Eerde, 1996). Op basis van analyses zijn doelen ontwikkeld en is een schema opgezet voor halfjaarlijkse toetsen (halverwege het schooljaar (M) en eind van het schooljaar (E), zie afbeelding 2). Per half jaar zijn items geformuleerd op handelingsniveaus die aansluiten bij de te verwachten ontwikkeling (Van Groenestijn et al., 2011). Onderdelen van elke halfjaarlijkse toets zijn de subdomeinen tellen, getallen, optellen/afrekenen en vermenigvuldigen/delen. Hiervoor is gekozen omdat de ontwikkeling van deze basisvaardigheden consequenties heeft voor het gevorderd rekenen op andere domeinen, zoals breuken, procenten en meten (Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi, 2004; Geary, 2013; Gersten, et al., 2005; Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2009; Kroesbergen, et al., 2009; Mazzocco & Thompson, 2005). Er zijn fasegewijs items ontwikkeld die verschillende niveaus van handelen kunnen onderscheiden.

	Item	M1	E1	M2	E2	M3	E3	M4	E4	M5	E5
T	1	op volgorde tellen									
	2	subiteren									
	3	resultief tellen									
	4	verder tellen									
	5	terug tellen									
	6	tellen met stappen									
	7	positioneren									
G	8	veel/weinig/ordenen									
	9	samenstellen									
	10	splitsen									
	11	getallen schrijven									
	12	getallen benoemen									
OA	13	erbij/optellen									
	14	erof/afrekenen									
	15	aanvullen/schatten									
	16	afhalen/memoriseren									
VD	17	vermenigvuldigen/tafels									
	18	delen /deeltafels									

Afbeelding 2 Opbouw items. De grijze vakjes onder de verschillende groepen geven aan dat hier geen doelen gesteld zijn (en dus geen items zijn)

Het diagnostisch instrumentarium biedt de mogelijkheid om adaptief te toetsen. Tijdens het onderzoek kan de keuze gemaakt worden tussen de opeenvolgende items per halfjaar, via de verschillende handelingsniveaus, maar ook vooruit- of terugtoetsen is mogelijk. De items op de M- en de E-variant zijn horizontaal, via dezelfde doorlopende leerlijn, beschreven. Dat wil zeggen dat de beschrijving identiek is maar alleen het getalendomein verschilt; bijvoorbeeld getallen splitsen t/m 12 (M3), t/m 24 (E3), t/m 50 (M4) en t/m 100 (E4). Zie afbeelding 3 voor een voorbeeld van een dergelijke opbouw binnen het subdomein 'getallen'. Aan de hand van de resultaten ontstaat een leerlingprofiel. Hieruit kan worden afgelezen op welk handelingsniveau de leerling presteert en waar eventuele knelpunten voorkomen. De profielkaart kan ondersteunen bij het afstemmen van het reken-wiskundeonderwijs op de ontwikkeling van de leerling. In de handleiding zijn de handelingsniveaus beschreven, alsmede aandachtspunten voor het signaleren, analyseren en interpreteren van reken-wiskunde problemen. Bij ieder item zijn het doel en de variabelen beschreven om zo de validiteit te kunnen bepalen.

G	8	veel/weinig/ordenen	meest/minst 2 hoeveelheden/getallen	meest/minst 3 hoeveelheden/getallen	ordenen van klein naar groot t/m 100	ordenen van klein naar groot t/m 200
	9	samenstellen	hoeveelheden/getallen samenstellen t/m 12	hoeveelheden/getallen samenstellen t/m 24	hoeveelheden/getallen samenstellen t/m 100	hoeveelheden/getallen samenstellen t/m 200
	10	spitsen	hoeveelheden/getallen splitsen t/m 12	hoeveelheden/getallen splitsen t/m 24	hoeveelheden/getallen splitsen t/m 50	hoeveelheden/getallen splitsen t/m 100
	11	getallen schrijven	getallen schrijven t/m 12	getallen schrijven t/m 24	getallen schrijven t/m 100	getallen schrijven t/m 200
	12	getallen benoemen	getallen benoemen t/m 12	getallen benoemen t/m 24	getallen benoemen t/m 100	getallen benoemen t/m 200

Afbeelding 3 Opbouw doelen sub-domein getallen

ONDERZOEKSVRAGEN

Om de betrouwbaarheid en de validiteit van de RD4 te onderzoeken zijn drie vragen gesteld:

- Is het instrument inhoudelijk valide?
Hiermee wordt onderzocht of de opbouw van het instrument voldoende samenhang vertoont;
- Is de constructie van het instrument valide (begripsvaliditeit)?
Meten de items wat ze moeten meten? Met andere woorden, laten de resultaten bij herhaalde afname vergelijkbare resultaten zien?
- Is het instrument betrouwbaar?
Laten metingen met verschillende testen een vergelijkbaar resultaat zien? Ofwel: maakt het instrument voldoende onderscheid tussen sterke en zwakke leerlingen, vergelijkbaar met resultaten van andere instrumenten?

Deze vragen worden beantwoord aan de hand van respectievelijk Cronbach's alpha, een gepaarde T-test, een Pearson correlatie en een one-way ANOVA. Om de betrouwbaarheid te meten worden de scores op de RD4 gecorreleerd met die van de Citotoets rekenen-wiskunde (Janssen, Verhelst, Engelen, & Scheltens, 2010) en de Citotoets 'Rekenen voor kleuters' (Koerhuis & Keuning, 2011).

METHODE

Het onderzoek bestaat uit drie fasen. In de allereerste fase zijn de leerdoelen van diverse methodes en het curriculum van de SLO geanalyseerd. Op basis daarvan zijn de items voor de experimentele papieren versie ontwikkeld. Deze items zijn in de pre-pilot getest en daarna bijgesteld. Vervolgens is er een registratiesysteem opgezet en is er een handleiding geschreven voor onderzoeksassistenten. Tijdens de pilot zijn de bijgestelde items opnieuw getest en is de afnameprocedure aan de hand van de handleiding en het registratiesysteem onderzocht en verder aangescherpt. Daarna is het hoofdonderzoek van start gegaan. In dit artikel beschrijven we het verloop en de resultaten van het hoofdonderzoek.

Het hoofdonderzoek bestaat uit twee delen: deel 1 met een afname halverwege het schooljaar (M-versie: januari/februari 2014) en deel 2 aan het eind van het schooljaar (E-versie: mei/juni 2014). De onderzoeken zijn individueel afgenomen door rekenspecialisten, (externe) remedial teachers en gedragswetenschappers. De kinderen zijn afkomstig uit groep 2 tot en met groep 5 van het (speciaal) basisonderwijs (zie afbeelding 3 en 4), verspreid over het hele land. De terugloop van het aantal leerlingen is voornamelijk te wijten aan het feit dat leerlingen niet meer in behandeling waren bij de externe remedial teachers en niet meer beschikbaar waren voor onderzoek.

Groep	N		n jongens		n meisjes		leeftijd in maanden
	totaal		laag	≥ gemiddeld	laag	≥ gemiddeld	M (SD)
2	38		12	5	11	10	69.22 (6.25)
3	65		28	10	20	7	83.96 (7.53)
4	118		38	17	58	5	95.43 (7.01)
5	108		25	7	61	15	107.81 (7.06)
Totaal	329		103	39	150	37	94.36 (14.18)

Afbeelding 3 Populatie
hoofdonderzoek,
M-versie

Noot. laag: kinderen met een score IV of V bij de Citotoets rekenen en wiskunde,
≥ gemiddeld: kinderen met een score III,II of I bij Citotoets rekenen en wiskunde.

Groep	N		n jongens		n meisjes		leeftijd in maanden
	totaal		laag	≥ gemiddeld	laag	≥ gemiddeld	M (SD)
2	29		10	4	9	6	73.81 (6.04)
3	52		22	8	16	6	89.87 (8.02)
4	89		31	12	44	2	99.76 (6.51)
5	81		19	7	45	10	112.49 (7.15)
Totaal	251		82	31	114	24	99.02 (13.96)

Afbeelding 4 Populatie
hoofdonderzoek,
E-versie

Noot. laag: kinderen met een score IV of V bij de Citotoets rekenen en wiskunde,
≥ gemiddeld: kinderen met een score III,II of I bij Citotoets rekenen en wiskunde.

RESULTATEN

De betrouwbaarheid en de validiteit van de data is in verschillende stappen bepaald. Allereerst is de inhoudelijke validiteit berekend aan de hand van Cronbach's Alpha. De 14-16 items van elk halfjaar zijn per groep geclusterd, dus in M (deel 1) en E sets (deel 2). Het goede resultaat (>.70) is zichtbaar in afbeelding 5. Hieruit blijkt dat de items onderling een goede samenhang hebben. Daarmee is de eerste onderzoeksvraag omtrent de inhoudelijke validiteit beantwoord.

Groep	deel 1	α	N	deel 2	α	N
2	MK2	.80	27	EK2	.78	22
3	MG3	.84	61	EG3	.84	45
4	MG4	.74	84	EG4	.86	63
5	MG5	.74	76	EG5	.77	67

Afbeelding 5 De
betrouwbaarheid van
de items per half jaar

Noot: de M-items zijn afgenomen halverwege het schooljaar in januari/februari 2014 (deel1), de E-items zijn afgenomen aan het eind van het schooljaar in mei/juni 2014 (deel 2). De alpha (α) toont de sterkte van elke set op een schaal van 0 tot 1.

Om de tweede onderzoeksvraag te beantwoorden is gekeken of de RD4 bij herhaalde afname hetzelfde meet. Een gepaarde T-test is gebruikt om de resultaten te analyseren van de leerlingen die deelgenomen hebben aan zowel deel 1 als deel 2 van het hoofdonderzoek. De vergelijking tussen de scores van de totale groep leerlingen laat een significant resultaat zien ($N = 251$, $t = 2.16$; $p = 0.03$). De vergelijking bij de laagst presterende leerlingen (Cito IV en V) laat een vrijwel significante progressie zien: score IV: $N = 51$, $t = 1.9$; $p = 0.06$; score V: $N = 155$, $t = 1.8$, $p = 0.06$.

Om de derde onderzoeksvraag te kunnen beantwoorden is gekozen voor de veelgebruikte onafhankelijke Citotoetsen, omdat zowel de Citotoets 'rekenen-wiskunde' (Janssen, Verhelst, Engelen, & Scheltens, 2010) als de Citotoets 'Rekenen voor kleuters' (Koerhuis & Keuning, 2011) een hoge betrouwbaarheid laten zien en omdat de meeste leerlingen in de testperiode deelnemen aan deze toetsen. Wij zijn ons er echter wel van bewust dat de beide varianten van de Citotoets de leerlingen op een andere manier toetsen dan bij de RD4 het geval is. Bij de Cito-toetsen worden de leerlingen ook bevraagd naar andere domeinen dan alleen het domein getallen en zijn de opgaven geformuleerd op formeel niveau, eventueel ondersteund door afbeeldingen. De wijze van berekenen met behulp van materiaal en/of schema's wordt niet expliciet bevraagd, alleen het antwoord telt. Daarom is het niet verrassend dat de correlatie tussen de vaardigheidsscores op Citotoetsen en de resultaten op de RD4 een medium effect laat zien, namelijk $r_{\text{pearson}} = .27$, $p < .01$; $N = 353$ (deel 1) en $r_{\text{pearson}} = .31$, $p < .01$; $N = 267$ (deel 2). Omdat de correlatie met de Citotoetsen onvoldoende samenhang laat zien, is er vervolgens een one-way ANOVA uitgevoerd. Hiermee kan worden aangetoond of de verschillen tussen subgroepen significant zijn (zie afbeelding 6).

Cito niveau				Cito niveau			
Deel 1	gemiddeld	N	SD	deel 2	gemiddeld	N	SD
I	49,33	6	6,15	I	49,50	10	8,07
II	47,13	15	7,77	II	44,80	15	13,69
III	46,11	28	7,71	III	41,83	30	11,89
IV	38,86	72	10,95	IV	34,19	48	12,55
V	30,39	192	12,82	V	32,28	129	13,32
Totaal	34,91	313	13,23	Totaal	35,46	232	13,69

Afbeelding 6 Spreiding van de leerlingen over de Cito niveaus 1-5 op basis van de resultaten op de RD4

Noot: I = beste 20% presterenden, V = laagste 20% presterenden (Cito)

De ANOVA laat zien dat de gemiddelde scores op de RD4, zowel in deel 1 als in deel 2 overeen komen met de resultaten op de Cito toetsen (deel 1: $N = 313$; $F = 21.79$; $p < .01$; Eta squared = 0.22 ; deel 2: $N = 232$; $F = 8.92$; $p < .01$; Eta squared = 0.14). In deel 1 is een effect grootte te zien van 22% en deze verklaart de verschillen in presteren tussen de leerlingen. De effect grootte in deel 2 is 14%. Het verschil tussen de niveaus is aangetoond en deze is consistent in de opbouw van de niveaus, van sterk naar zwak en van beste naar laagst presterende leerlingen. Ondanks de grote afname van de populatie in deel 2 mogen we voorzichtig concluderen dat de RD4 een valide en betrouwbaar diagnostisch rekeninstrument is.

KWALITATIEVE ANALYSE

Tijdens het onderzoek maakt de diagnosticus voortdurend keuzes tussen de items. Door de horizontale opeenvolging van de items is adaptief vooruit- en terug-toetsen mogelijk. Daarbinnen kan op itemniveau de keuze worden gemaakt voor het al of niet afnemen van een bepaald handelingsniveau. Het profiel, verkregen door het onderzoek, geeft de diagnosticus een gedetailleerd beeld van de reken-wiskundige ontwikkeling van de leerling. Niet iedere leerling presteert op het hoogste handelingsniveau, dat verklaart de verschillende kleuren in het profiel van de leerling. Afbeelding 7 laat de reken-wiskundige ontwikkeling van een laag presterend meisje uit groep 5, respectievelijk 8;7 en 9;4 jaar ten tijde van het onderzoek, zien. Te zien is dat zij een ontwikkeling heeft doorgemaakt, hoewel er aan het eind van groep 5 nog wel een achterstand zichtbaar is ten opzichte van het verwachte niveau, bij de items 10 en 13-18. Bij de items 13 en 14 (optellen en aftrekken) is te zien dat zij presteert op het derde handelingsniveau (geel), wat betekent dat zij kan rekenen aan de hand van denkmodellen. Bij de items 15-18 laat zij op E5 niveau nog geen resultaat zien (blauwe kleur) en presteert zij op formeel niveau meer op het niveau van eind groep 4 (E4 groene kleur). Geadviseerd wordt om de begeleiding te concentreren op de laatste gebieden, startend vanaf M5.

				↓					↓		
	Item	onderwerp	M4	E4	M5	E5	M4	E4	M5	E5	
T	1	op volgorde tellen									
	2	subiteren									
	3	resultatief en op volgorde tellen									
	4	begrippen veel/weinig									
	5	verder tellen									
	6	terugtellen									
	7	tellen met stappen									
G	8	positioneren									
	9	getallen samenstellen									
	10	getallen splitsen									
	11	getallen schrijven									
	12	getallen benoemen									
OA	13	erbij/optellen									
	14	eraf/af trekken									
	15	aanvullen/schatten									
	16	afhalen/OA/memoriseren									
VD	17	verdubbelen/tafels									
	18	halveren/deeltafels									

Afbeelding 7 De reken-wiskunde ontwikkeling van een laag presterend meisje uit groep 5

Noot: De kleuren wijzen op het handelingsniveau waarop de leerling een voldoende resultaat laat zien: groen is niveau 4, geel is niveau 3, oranje is niveau 2 (en niveau 1 wordt weergegeven met rood). Een blauw vakje geeft aan dat de leerling op het betreffende item geen resultaat laat zien. Er zijn ook items niet afgenomen, dan blijft het vakje ongekleurd.

CONCLUSIE EN DISCUSSIE

Het doel van het onderzoek was om de betrouwbaarheid en de validiteit van het diagnostisch rekeninstrument, de RD4, vast te stellen. Met de RD4 is het mogelijk om in individueel onderzoek de kwaliteit van het reken-wiskundig denken en handelen van de leerling in beeld te brengen. Om de externe betrouwbaarheid te onderzoeken is ervoor gekozen om de resultaten te vergelijken met die van de Cito rekentoetsen. Waarschijnlijk vanwege het verschil in constructie en inhoud tussen beide toetsen, is de correlatie met de Cito toetsen laag. De interne betrouwbaarheid en de begripsvaliditeit laten echter een goed resultaat zien. Daarom is ervoor gekozen om tevens een one-way ANOVA in te zetten. Deze laat zien dat er een goed onderscheid te maken valt tussen de voldoende of goed presterende en de laag presterende leerlingen. Daarom kunnen we voorzichtig concluderen dat de RD4 een valide en betrouwbaar instrumentarium is. De inzet van de handelingsniveaus is een vernieuwende stap in het diagnostisch proces. Hoewel niet meegenomen in dit onderzoek, willen we toch refereren naar de positieve opmerkingen van de rekenexperts die deelgenomen hebben aan het onderzoek. Zij geven aan dat, hoewel de afname van de papieren versie veel tijd in beslag heeft genomen, het profiel veel inzicht in de reken-wiskundige ontwikkeling van de leerling biedt.

Bij de digitale versie maakt het navigatiesysteem het proces van adaptief toetsen veel eenvoudiger. Daarom zijn wij blij met de volgende stap in het proces: de digitale versie van RD4! In een volgend artikel beschrijven wij het werken met de digitale versie van RD4. De intentie is om in een volgende fase het instrument uit te breiden met andere domeinen en tot referentieniveau 1F.

Literatuur

- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M., & Nurmi, J. (2004). Developmental dynamics of math performances from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96, 699-713.
- Berch, D. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 333-339.
- Bunck, M. J., Terlien, E., Van Groenestijn, M., Toll, S. W. M., & Van Luit, J. E. H. (2016). Observing and analyzing children's mathematical development, based on action theory. *Manuscript submitted for publication*.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46, 3-18.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 461-555). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Cobb, P., Wood, T., & Yackel, E. (1992). A constructivist approach to second grade mathematics. In E. Von Glasersfeld. (Ed.), *Radical constructivism in mathematical Education*, (7), (pp.157-176). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioural sciences*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Desoete, A., Ceulemans, A., De Weerd, F., & Pieters, S. (2010). Can we predict mathematical learning disabilities from symbolic and non-symbolic comparison tasks in kindergarten? Findings from a longitudinal study. *British Journal of Educational Psychology*, 82, 64–81.
- Fosnot, C., & Dolk, M. (2002). Het leerlandschap. *Tijdschrift voor Nascholing en Onderzoek van het Reken-wiskundeonderwijs*, 21(2), 29-37.
- Gal'perin, P. J., (1972). De organisatie van de cognitieve ontwikkeling van het kind. *Pedagogische Studiën*, 49, 441-454.
- Geary, D. C. (2013). Early foundations for mathematics learning and their relations to learning disabilities. *Current Directions in Psychological Science*, 22, 23-27.
- Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38, 293-304.
- Goswami, U. (2008). *Cognitive development: The learning brain*. Hove, UK: Psychology Press.
- Gravemeijer, K. P. E. (1994). *Developing realistic mathematics education*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Janssen, J., Scheltens, F., & Kraemer, J. (2008). *LOVS Rekenen-Wiskunde*. Arnhem: Cito.
- Janssen, J., Verhelst, N., Engelen, R., & Scheltens, F. (2010). *Wetenschappelijke verantwoording van de toetsen LOVS Rekenen-Wiskunde voor groep 3 tot en met 8*. Arnhem: Cito.
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology*, 45, 850-867.
- Koerhuis, I. (2010). *Rekenen voor kleuters*. Arnhem: Cito.
- Koerhuis, I., & Keuning, J. (2011). *Wetenschappelijke verantwoording van de toetsen Rekenen voor kleuters*. Arnhem: Cito.
- Kroesbergen, E. H., Van Luit, J. E. H., Van Lieshout, E. C. D. M., Van Loosbroek, E., & Van de Rijt, B. A. M. (2009). Individual differences in early numeracy: The role of executive functions and subitizing. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27, 226-236.
- Leseman, P. (2004). *Verdwalen langs gebaande paden*. Utrecht: Universiteit Utrecht.
- Mazzocco, M., M. M., & Thompson, R. E. (2005). Kindergarten predictors of math learning disability. *Learning Disabilities Research and Practice*, 20, 142-155.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1996). *Children doing mathematics*. Oxford, UK: Blackwell Publishers.
- Ruijsenaars, A. J. J. M., Van Luit, J. E. H., & Van Lieshout, E. C. D. M. (2004). *Rekenproblemen en dyscalculie*. Rotterdam: Lemniscaat.
- Van den Berg, W., Van Eerde, D., & Lit, S. (1992). *Kwantiwijzer voor Leerkrachten. Handleiding*. Tilburg: Zwijsen.
- Van Eerde, H. A. A. (1996). *Kwantiwijzer. Diagnostiek in reken-wiskundeonderwijs*. Tilburg: Zwijsen.
- Van Groenestijn, M. J. A. (2002). *A gateway to numeracy. A study of numeracy in adult basic education*. Utrecht: CD-β Press.
- Van Groenestijn, M., Borghouts, C., & Janssen, C. (2011). *Protocol Ernstige Reken-wiskunde-problemen en Dyscalculie. BAO, BO, SO*. Assen: Van Gorcum.
- Van Luit, J. E. H. (2010). *Dyscalculie, een stoornis die telt*. Doetinchem: Graviant.
- Van Luit, J. E. H., Bloemert, J., Ganzinga, E. G., & Mönch, M. E. (2012). *Protocol Dyscalculie: diagnostiek voor gedragskundigen*. Doetinchem: Graviant.
- Van Luit, J. E. H., & Van de Rijt, B. A. M. (2009). *De Utrechtse Getalbegrip Toets-Revised*. Doetinchem, The Netherlands: Graviant.

Noot

- 1 Contact met auteurs via e-mail: marie-jose.bunck@hu.nl.

Several tools are available to monitor the mathematical performance of the student. However, there is no validated instrument available to identify the mathematical actions of the student. The action model (Van Groenestijn, Borghouts, & Janssen, 2011) is a tool to monitor the development of students, analyze problems and fine tune the mathematics education. Research has shown that this model also can be used in a diagnostic process (Bunck, Terlien, Van Groenestijn, Van Luit, & Toll, 2016). A diagnostic instrument (RD4), is developed for primary school pupils. Basic skills (the sub-domains count, numbers, addition / subtraction and multiplication / division) are described at different levels of action. The resulting profile shows the child's knowledge, proficiency and its possible difficulties on the four levels of acting on the domain of Number (counting, addition, subtraction, multiplication and division). The digital version of the RD4 is presented at the Panama conference in 2017. In this paper the development of the instrument is described.