

Met Torpedo terugblikken om vooruit te komen in het oplossen van reken-wiskundeproblemen

Leerkrachten die hun leerlingen willen ontwikkelen tot reken-wiskundige probleemoplossers moeten zelf ook goede probleemoplossers zijn. Om toekomstige leraren basisonderwijs, aan dit doel te laten werken is het van belang dat ze non-routine reken-wiskundige problemen oplossen en bovendien daarbij reflecteren op hun rekenwerk.

Marjolein Kool, pabo
 Instituut Theo Thijssen,
 Hogeschool Utrecht

Kool, M. (2020). Met Torpedo terugblikken om vooruit te komen in het oplossen van reken-wiskundeproblemen. *Volgens Bartjens - ontwikkeling en onderzoek*, 40(2), 41-52

Doenten aan de lerarenopleiding basisonderwijs proberen hun studenten tot reflectie op hun rekenwerk aan te zetten en geven daarom in hun reken-wiskundelessen reflectieve steun en uitdaging. Echter, zodra studenten zelfstandig studeren laten ze dit belangrijke reflecteren meestal achterwege. Hoe zijn aanstaande leraren basisonderwijs tot reflectie op hun reken-wiskundig werk te bewegen als de docent afwezig is? Torpedo is een nieuwe digitale leeromgeving die deze uitdaging aangaat. Het programma bevat non-routine reken-wiskunde-problemen op het niveau van de Landelijke Kennistoets Rekenen-Wiskunde voorzien van steun en impulsen om studenten tijdens zelfstudie te laten reflecteren. Onderzocht is hoe studenten Torpedo gebruiken. Gedurende een maand zijn 271 studenten tijdens hun werken in Torpedo gevolgd. Met behulp van logdata en een enquête is hun reflectieve studiegedrag onderzocht. De resultaten varieerden. Enerzijds waren er studenten die Torpedo zeer waardeerden, en de leeromgeving intensief en vooral ook reflectief gebruikten. Zij waren ervan overtuigd dat hun probleemoplossend vermogen daardoor toenam. Anderzijds waren er deelnemers die Torpedo

gebruikten, soms ook intensief, maar daarbij nauwelijks reflecteerden. Studenten uit de laatste groep vonden de reken-wiskunde problemen te moeilijk om op te reflecteren, of waren niet overtuigd van het nut van reflecteren voor de ontwikkeling van hun probleemoplossend vermogen. Studenten die het leren van rekenen-wiskunde beschouwen als opgaven en bijbehorende oplossingsmanieren in hun geheugen prenten, zijn door zelfstandig studeren in Torpedo niet op een andere wiskundige attitude te brengen. Zij blijven Torpedo als een willekeurige opgavenbank gebruiken. Om meer studenten het nut van reflecteren te laten ervaren is wellicht *blended* gebruik van Torpedo aan te raden. Het zelfstandig werken in de leeromgeving wordt dan afgewisseld met momenten waarin studenten met elkaar en hun docent samenwerken in Torpedo en reflecteren. Wellicht gaan zo meer studenten ervaren dat reflectief gebruik van Torpedo bij kan dragen aan hun probleemoplossend vermogen. Dat kan dan weer gevolgen hebben voor hun visie op hun toekomstige beroep.¹

Introductie

Big data, 3D-printers, privacy-kwesties, klimaatverandering, coronagolven, ... de hedendaagse samenleving vraagt om deelnemers die reken-wiskundige problemen kunnen signaleren, interpreteren en oplossen, ook als deze problemen nieuw voor hen zijn. Omgaan met onbekende, complexe situaties in beroep en privé vereist reken-wiskundig probleemoplossend vermogen. Daarmee bedoelen we het vermogen om voor onbekende reken-wiskunde problemen waarvoor de probleemoplosser geen standaardaanpak beschikbaar heeft, zelf passende oplossingsmanieren te construeren (Pólya, 1945; Selden, Hauk, & Mason, 2000; Drijvers, 2015). De ontwikkeling van reken-wiskundig probleemoplossend vermogen is een belangrijk opleidingsdoel op de Nederlandse lerarenopleidingen voor basisonderwijs, omdat toekomstige leerkrachten niet alleen de reken-wiskundige problemen in hun alledaagse leven moeten kunnen oplossen, maar ook het probleemoplossend vermogen van hun leerlingen moeten kunnen bevorderen en daarvoor de soms onverwachte oplossingsmanieren van die leerlingen moeten kunnen doorgronden en evalueren. Ook dat vereist probleemoplossend vermogen van de leerkracht. Een goede leerkracht probeert zich te verplaatsen in het denken van de leerlingen en daarbij aan te sluiten. Dat geldt uiteraard niet alleen voor het vak rekenen-wiskunde. Doorgronden hoe leerlingen denken is bij ieder schoolvak van belang. In dit onderzoek is gekozen voor het vak rekenen-wiskunde om de omvang van het onderzoek te beperken en omdat vooral bij het vak rekenen-wiskunde het volgen van het denken van kinderen lastig kan zijn. Het belang van de leerkrachtvaardigheid om problemen niet met een standaardaanpak maar op heuristische wijze op te kunnen lossen wordt ook benadrukt in de Landelijke Kennisbasis voor rekenen-wiskunde (Boersma, Keijzer, & Wösten, 2018). De Landelijke Kennistoets Rekenen-Wiskunde die hierop gebaseerd is, bevat reken-wiskunde problemen waarvoor studenten zelf een oplossingsmanier moeten construeren. Kortom, studenten van de lerarenopleiding basisonderwijs hebben probleemoplossend vermogen nodig om te slagen voor de Landelijke Kennistoets, om te kunnen functioneren in de moderne samenleving en om in hun toekomstig beroep als leerkracht het probleemoplossend vermogen van hun leerlingen te kunnen ontwikkelen. Genoeg reden om de ontwikkeling van het reken-wiskundig probleemoplossend vermogen van deze studenten als uitgangspunt van onderzoek te nemen.

Theoretisch kader

Om het probleemoplossend vermogen te kunnen ontwikkelen zijn non-routine reken-wiskunde problemen nodig. Een probleem is non-routine voor studenten als ze het probleem niet onmiddellijk herkennen en het niet routinematig met een vaste oplossingsmanier kunnen oplossen. Geschikte non-routine problemen bevinden zich in de zone van de naaste ontwikkeling van de studenten, wat inhoudt dat ze de beschikking hebben over voldoende reken-wiskundige basiskennis en -vaardigheden om zelf een oplossingsmanier voor deze onbekende problemen te kunnen construeren (Drijvers, 2015). Tijdens en na afloop van het werken aan het probleem is reflecteren van cruciaal belang. Reflecteren betekent in dit verband het heroverwegen, monitoren en evalueren van je reken-wiskunde-werk en het integreren van nieuwe kennis in bestaande kennis (Van Streun, 2001; Ambrose, Bridges, DiPietro, Lovett, & Norman, 2010). Dit reflecteren vereist overigens naast voldoende basiskennis en -vaardigheden, ook een wiskundige attitude waarin studenten voldoende zelfvertrouwen bezitten om te kunnen reflecteren en bovendien overtuigd zijn van de zin van reflecteren (Oonk & De Goeij, 2006).

Reflecteren op reken-wiskundeproblemen heeft een cognitieve en een meta-cognitieve component.

Cognitief reflecteren betreft:

1. de opgavestructuur:

De student decontextualiseert de opgave en relateert deze aan opgaven met dezelfde probleemstructuur. Dit wordt aangeduid met de term 'horizontaal mathematiseren' (Treffers, 1978).

2. de oplossingsmanieren:

De student vergelijkt en evalueert verschillende oplossingsmanieren en generaliseert deze tot wiskundige kennis die in meerdere situaties toepasbaar is, het zogenoemde 'verticaal mathematiseren' (Treffers, 1978).

Metacognitief reflecteren betreft:

3. het oplossingsproces:

De student evalueert het stappenpad en de heuristieken die hij tijdens het oplossen van de opgave gebruikt heeft (Pólya, 1945; Verschaffel, De Corte, Lasure, Vaerenbergh, Bogaerts, & Ratinckx, 1999). Heuristieken zijn algemene probleemaanpakken, zoals het maken van een tekening, een schema of tabel, het doen van een beredeneerde gok, het vereenvoudigen van getallen, het van achter naar voren werken, enzovoort (Elia, Van den Heuvel-Panhuizen, & Kolovou, 2009; Oonk, Keijzer, Lit, & Figueiredo, 2016).

Om cognitief en metacognitief te reflecteren tijdens en na afloop van het werken aan een non-routine probleem, kunnen studenten de vier stappen van het probleemoplossend stappenpad van Pólya (1945) gebruiken. Tijdens het werken aan de opgave richten de studenten zich bewust en doelgericht op achtereenvolgens het doorgronden van het probleem door het in eigen woorden te formuleren of het schematisch te visualiseren, vervolgens ontwikkelen ze een plan van aanpak dat effectief zou kunnen zijn voor het oplossen van het probleem, ze voeren dit plan uit en tenslotte controleren en interpreteren ze het antwoord, wat weer kan leiden tot terugkeer naar eerdere stappen. Na afloop volgt de reflectie over het geheel, waarin ze de opgavestructuur, oplossingsmanieren en het oplossingsproces onderzoeken en evalueren, nadenken over alternatieven en vaststellen wat de opbrengst van deze reflectie kan zijn voor andere reken-wiskundige problemen. Voor het ontwikkelen van probleemoplossend vermogen is het van belang dat het stappenpad bewust en expliciet wordt gebruikt (Van Streun, 1989). Het is ook belangrijk dat studenten hun cognitieve en metacognitieve kennis en vaardigheden tegelijkertijd kunnen gebruiken en ontwikkelen (Mevarech & Kramarski, 1997; Hohn & Frey, 2002; Jacobse, 2012). Reflecteren op rekenwerk draagt niet alleen bij aan de ontwikkeling van het probleemoplossend vermogen, maar studenten worden zich er ook van bewust dat het oplossen van problemen weinig te maken heeft met het onthouden en reproduceren van kant-en-klare probleembenaderingen per type probleem (Van Streun, 2014). Ze ervaren dat wiskunde geen vaste set standaardprocedures gebruikt, maar dat het gaat om kennisconstructie (Bor-de Vries & Drijvers, 2015).

Hoe belangrijk de ontwikkeling van probleemoplossend vermogen en de rol van reflecteren daarbij ook is, in het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool komt het relatief weinig aan bod. Daar gaat veel aandacht naar het aanleren en gebruiken van basiskennis, rekenfeiten en procedures. De ontwikkeling van wiskundig denken, waaronder het oplossen van non-routine rekenopgaven, is in de huidige reguliere leermiddelen onderbelicht. Het komt wat meer naar voren in de plusmaterialen die bestemd zijn voor sterke rekenaars, maar de meeste leerlingen zijn gewend dat de oplossingsmanier van een opgave wordt aangereikt of in hun geheugen beschikbaar is, en ervaren zelden dat ze die zelf moeten zoeken, vinden of construeren. Ook het reflecteren op eigen constructies krijgt nog weinig aandacht (Van Zanten, 2020). In het advies voor het toekomstige onderwijs van het Ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde (2019) spelen wiskundige denk- en werkwijzen wél een belangrijke rol. Als dit advies opgevolgd wordt betekent dat dat kerndoelen en eindtermen van het toekomstige reken-wiskundeonderwijs in dat opzicht vermoedelijk zullen veranderen. Dat stelt dan tevens andere eisen aan (toekomstige) leerkrachten. De wiskundige, reflectieve, probleemoplossende attitude die ze bij hun leerlingen willen ontwikkelen moeten ze zelf voorleven (De Goeij & Oonk, 2017). Maar de huidige generatie studenten heeft vermoedelijk tijdens hun eigen schooltijd niet de kans gekregen deze attitude te ontwikkelen. Zij waren destijds waarschijnlijk net als de leerlingen op de huidige basisschool vooral gericht op goede antwoorden (Verbeeck, 2016) en minder op het construeren, vergelijken en evalueren van oplossingsmanieren. Dat geldt ook voor het voortgezet onderwijs. Zelfstandig werkende leerlingen plegen bij een verkre-

gen oplossing onmiddellijk door te stomen naar de volgende opgave zonder even terug te kijken (Van Streun, 2001). Dat betekent dat veel studenten van de lerarenopleiding basisonderwijs eerst zelf nog een reflectieve wiskundige attitude moeten ontwikkelen, voordat ze deze bij hun toekomstige leerlingen kunnen bevorderen.

Tijdens de lessen op de lerarenopleiding basisonderwijs probeert de docent de wiskundige attitude van de studenten te ontwikkelen door hen uit te dagen tot en te ondersteunen bij het reflecteren op hun reken-wiskundig werk. Hij of zij houdt gezamenlijke interactieve gesprekken en laat de studenten veelvuldig en diepgaand nadenken over opgaven, oplossingsmanieren en oplossingsprocessen. Echter, tijdens zelfstandig studeren waarbij dus geen docent aanwezig is, laten studenten dit reflecteren doorgaans achterwege, met name studenten die moeite hebben met rekenen-wiskunde (Keijzer, 2020). Kool en Keijzer (2018) ontdekten dat studenten het bestuderen van andere oplossingsmanieren vaak ineffectief, tijdrovend en verwarrend vinden: 'Ik ben al blij als ik het op één manier kan.' Tijdens dit vooronderzoek bleek dat de studenten tijdens zelfstudie, ter voorbereiding op de Landelijke Kennistoets, wel veel opgaven maken, ook non-routine opgaven, maar niet op hun werk reflecteren, waardoor ze hun probleemoplossend vermogen niet ontwikkelen. Studenten die zelfstandig studeren – en op dat moment dus niet samenwerken met de docent en/of medestudenten – hebben steun en uitdaging nodig om te reflecteren op hun werk. De gebruikelijke wiskundige studiematerialen, digitaal of op papier, bieden deze steun en uitdaging niet. Er is behoefte aan studiemateriaal dat expliciet aandacht besteedt aan reflecteren tijdens het zelfstandig werken aan rekenen-wiskunde.

Torpedo

We probeerden een digitale leeromgeving te ontwerpen die het reken-wiskundig reflecteren door studenten van de lerarenopleiding basisonderwijs tijdens zelfstandig studeren, bevordert en ondersteunt, en die daardoor daadwerkelijk kan bijdragen aan de ontwikkeling van probleemoplossend vermogen. Zo'n leeromgeving moet aan een aantal criteria voldoen. Hij moet non-routine rekenopgaven bevatten, en om de studenten te motiveren hieraan te werken, moeten de opgaven op het niveau van de Landelijke Kennistoets zijn. Dit niveau veronderstelt dat de studenten al wel een reken-wiskundige basis bezitten. Een expliciet stappenpad à la Pólya zorgt ervoor dat de studenten bewust en doordacht met de opgaven aan de slag gaan en na afloop doelgericht reflecteren op cognitief en metacognitief niveau, namelijk op opgavestructuur, oplossingsmanieren en oplossingsproces. Enerzijds ontvangen studenten steun bij het reflecteren, dat kan onder andere door aangeboden reflecties van experts en medestudenten te bestuderen, anderzijds worden ze uitgedaagd om zelf te reflecteren.

Met behulp van een Comenius-teaching-fellow-beurs¹ konden we zo'n digitale, reflectieve reken-wiskundige probleemoplossende leeromgeving daadwerkelijk bouwen en onderzoeken. De leeromgeving heet Torpedo, wat een betekenisvol acroniem is voor Terugblikken Op Rekenproblemen En Doorontwikkelen. Torpedo bestaat uit tien opgavengroepen van elk vijf non-routine opgaven op het niveau van de Landelijke Kennistoets. Onder elke opgave staat een probleemoplossend stappenpad bestaande uit: Begrijp de opgave; activeer voorkennis; gebruik hints; voer je antwoord in; blik terug op de opgavestructuur, de oplossingsmanieren en het oplossingsproces. Bij de hoofdogave van elke opgavengroep is het stappenpad aanklikbaar en volledig ingevuld en uitgewerkt. Hierdoor kunnen de studenten bij deze opgaven zo veel reflectieve steun krijgen als ze maar willen. Zie bijvoorbeeld de hoofdogave 'Buitenbioscoop' in afbeelding 1.

Nadat studenten hun antwoord hebben ingevoerd en dit antwoord op correctheid is beoordeeld, kunnen ze terugblikken op de opgave, de oplossingsmanieren en het oplossingsproces door middel van zes filmpjes met expertreflecties. Drie filmpjes vertonen een oplossingsmanier, daarna volgen drie filmpjes die ingaan op de vragen: Bij welke andere opgaven hoort deze opgave? Wat zijn voor- en nadelen van de verschillende oplossingsmanieren? Wat ga je onthouden voor een volgende keer? Elk filmpje wordt gevolgd door een reflectieve vraag waarmee de student kan onderzoeken of hij de inhoud van het filmpje goed begrepen heeft. De hoofdogave van elke opgavengroep biedt dus veel reflectieve ondersteuning. De student kan alle aangeboden steun gebruiken, maar wordt nergens gedwongen dat te doen.

► Afbeelding 1. Een voorbeeld van een hoofdgave in Torpedo, waarbij uitgebreide reflectieve steun wordt gegeven.





De buitenbioscoop

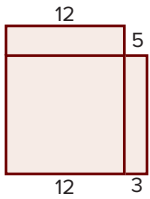
Gegeven:
Don bouwt een buitenbioscoop. Als hij 12 stoelen op een rij zet heeft hij 5 rijen meer nodig dan wanneer hij 15 stoelen op een rij zet.

Gevraagd:
Hoeveel stoelen gebruikt Don voor zijn buitenbioscoop?

Het probleemoplossend stappenpad met ondersteuning:

1. De vraag
2. Voorkennis
3. Hints
4. Je antwoord
5. Terugblik

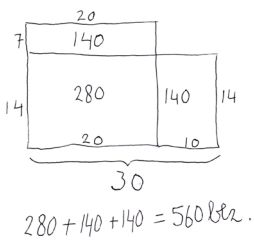
1. Begrijp de vraag



In elke opgavengroep wordt de hoofdgave gevolgd door vier vervolggaven. Deze zijn wiskundig verbonden met de hoofdgave, maar het zijn geen ‘platte’ herhalingsopdrachten. De vervolggaven zijn eveneens non-routine. Wie zorgvuldig gereflecteerd heeft op de hoofdgave kan het verband met de vervolggaven leggen, wat steun biedt bij het oplossen daarvan. Twee vervolggaven, de oefenopgaven, lijken inhoudelijk sterk op de hoofdgave, de twee variantopgaven die volgen staan er verder van af. Bij de vier vervolggaven is het probleemoplossend stappenpad wederom afgebeeld, maar het is hier niet meer aanklikbaar. Het is de bedoeling dat de studenten nu zelf de reflectie voor hun rekening nemen. Als dat niet lukt, kunnen ze terugkeren naar de hoofdgave om alsnog of nogmaals te reflecteren op de ondersteuning die daar beschikbaar is. Aan de twee variantopgaven zijn discussiegroepen verbonden waarin studenten elkaar hulp kunnen vragen en hulp kunnen bieden. Een van de twee variantopgaven bevat leerlingenwerk. De student moet doorgronden hoe de leerling geredeneerd heeft bij het oplossen van de opgave en diens oplossingsmanier beoordelen en/of evalueren. Dit leerlingenwerk is een extra stimulans om te reflecteren. De student moet zich namelijk verdiepen in de oplossingsmanier van een ander, die mogelijk afwijkt van de eigen oplossingsmanier. Dit is wat de studenten moeten kunnen tijdens het maken van de Landelijke Kennistoets, maar ook in hun toekomstig beroep als leerkracht (afbeelding 2). Uiteraard zullen leerkrachten in de klassensituatie in gesprek gaan met de leerling en proberen door vragen te stellen meer informatie krijgen over de oplossingsmanier, maar ook dan is het niet altijd eenvoudig het denken van de leerling te volgen.

► Afbeelding 2. Een variantopgave met leerlingenwerk.





Spannend boek

Gegeven: Pim heeft een spannend boek. Als hij elke dag 20 bladzijden leest, kan hij 7 dagen langer lezen dan wanneer hij elke dag 30 bladzijden leest. Hoeveel bladzijden is zijn boek?

Hiernaast zie je het werk van een leerling.

Gevraagd: Wat geldt voor dit leerlingenwerk?

- Het schema is niet juist en de stap onder het schema is niet juist
- Het schema is juist en de stap onder het schema is niet juist
- Het schema is niet juist en de stap onder het schema is juist
- Het schema is juist en de stap onder het schema is juist.

De onderzoeksvraag

Het onderzoek naar de werking van Torpedo richt zich enerzijds op het kwantitatieve gebruik van Torpedo, zoals de tijd die studenten in de leeromgeving doorbrengen en het aantal opgaven dat ze al dan niet correct maken. Anderzijds onderzoeken we het kwalitatieve gebruik, de wijze waarop de studenten in Torpedo werken. We bekijken of studenten daadwerkelijk cognitief en metacognitief reflecteren op hun rekenwerk tijdens zelfstudie, of dat ze daarentegen de leeromgeving gebruiken als een gewone voorraad oefenopgaven en de reflectieve steun en impulsen geheel of gedeeltelijk negeren. Om hun studiegedrag te verklaren willen we achterhalen welke elementen van Torpedo en welke studentkenmerken het studiegedrag beïnvloeden.

We formuleren hiervoor de volgende twee onderzoeksvragen:

- In hoeverre studeren studenten van de lerarenopleiding basisonderwijs reflectief tijdens zelfstudie in Torpedo?
- Hoe kan hun studiegedrag verklaard worden?

Methode

In november 2018 ontvingen studenten van 17 verschillende lerarenopleidingen basisonderwijs via de e-mail een uitnodiging van hun eigen reken-wiskundedocent om zich vrijwillig aan te melden voor deelname aan het onderzoek. Uiteindelijk zijn 271 pabostudenten van 12 verschillende lerarenopleidingen op dit verzoek ingegaan. Het ging om 213 voltijdstudenten, 43 deeltijdstudenten en 15 versnellers/zij-instromers. Meer dan de helft (56%) was derdejaars, maar er waren ook hogerejaarsstudenten waaronder zelfs een zevendejaars. Ongeveer de helft van de deelnemers had nog nooit deelgenomen aan de Landelijke Kennistoets. De overige deelnemers waren minstens één keer gezakt. Eén student had inmiddels al tien toetsopgaven gedaan.

De deelnemers ontvingen een inlogcode die hen in de periode van 15 december 2018 tot 15 januari 2019 toegang verschafte tot Torpedo. Het feit dat de kerstvakantie in deze periode viel werd door sommige deelnemers toegejuicht omdat het hen tijd gaf om stevig te investeren in het programma. Anderen vonden dit vanwege vakantie en familiefeesten juist een zeer onhandige periode. De reden dat we deze periode kozen was het feit dat de Landelijke Kennistoets onmiddellijk na het einde van de proefperiode zou worden afgenomen, wat studenten zou kunnen motiveren om serieus aan het onderzoek deel te nemen.

Onderzoeksdata omvatten logdata en de reacties op een enquête. De logdata bestaan onder andere uit de hoeveelheid tijd die de studenten in Torpedo doorbrachten, het aantal problemen dat ze probeerden op te lossen, het aantal correct opgeloste problemen, hun bijdragen aan de forumdiscussies en hun antwoorden op de reflectieve vragen volgend op de filmpjes. Daarnaast vulden 181 van de 271 deelnemers aan het eind van de proefperiode een digitale enquête in. Met deze enquête werd het kwalitatieve, reflectieve gebruik van Torpedo onderzocht en een verklaring gezocht voor dit gebruik. De enquête, bestaande uit 5-punts Likert-schaalvragen en open vragen, is gebaseerd op zeven indicatoren van reflectief studiegedrag. Deze indicatoren zijn afgeleid van de reflectie-ondersteunende en -stimulerende kenmerken van Torpedo. Zoals het gebruik van het probleemoplossend stappenpad, reflectieve filmpjes, vervolggaven en forumdiscussies (zie verder afbeelding 3). Deelnemers werden uitgenodigd om hun gedrag met betrekking tot deze indicatoren te beschrijven en de reflectie-ondersteunende en -stimulerende kenmerken van Torpedo te evalueren.

Resultaten

Gedurende de proefmaand besteedden de studenten gemiddeld 4.77 uur ($SD = 5.82$) in Torpedo en werkten ze aan 12.4 reken-wiskundige problemen ($SD = 13.7$). De studietijd varieerde van 1 tot 37 uur, waarin 46 studenten geen enkel probleem en 13 studenten alle 50 problemen oplosten. Er is geen verband tussen de tijd die in Torpedo werd doorgebracht en het aantal ingevoerde antwoorden. Overigens geven sommige studenten aan dat ze hebben samengewerkt met een medestudent en dat slechts een van beiden de gevonden antwoorden heeft ingevoerd. We kunnen hoe dan ook constateren dat de kwantitatieve verschillen in het gebruik van Torpedo groot zijn.

Vervolgens bekijken we of en in hoeverre er tijdens het werken in Torpedo gereflecteerd werd.

In de tabel in afbeelding 3 zijn zeven indicatoren van reflectief studiegedrag opgenomen. De percentages geven aan in hoeverre de pabostudenten reflectief studeerden in Torpedo. De tabel toont

► Afbeelding 3. Indicatoren van reflectief studiegedrag. Het percentage verwijst naar pabostudenten die minstens één Torpedo-opgave hebben gemaakt en minstens eenmalig de desbetreffende indicator van reflectief studiegedrag vertoonden.

het percentage studenten dat minstens één probleem heeft opgelost en dat minstens één keer de desbetreffende indicator heeft laten zien. Voor sommige indicatoren blijkt dit uit de loggegevens (N = 225, van de 271 deelnemers vulden 46 studenten in Torpedo geen enkel antwoord in), voor andere indicatoren is dit afgeleid uit de antwoorden op de enquête (N = 170, van de 181 deelnemers aan de enquête vulden er 11 in Torpedo geen enkel antwoord in. Verder werd de enquêtevraag met betrekking tot indicator 4 niet door alle deelnemers aan de enquête beantwoord).

Indicatoren van reflectief studiegedrag	Pabostudenten die minstens één Torpedo-opgave hebben gemaakt en minstens één keer de indicator vertoonden.	N
1. De pabostudenten gebruiken het probleemoplossend stappenpad dat is afgedrukt onder de hoofdoggave.	89%	170 enquête
2. De pabostudenten beantwoorden de reflectieve vragen die volgen op de reflectie-ondersteunende filmpjes.	54%	225 logdata
3. De pabostudenten maken een of meer vervolggaven nadat ze aan de hoofdoggave hebben gewerkt.	85%	225 logdata
4. De pabostudenten die vastlopen bij een van de vervolggaven proberen door reflectie op de hoofdoggave verder te komen.	25%	160 enquête
5. De pabostudenten maken de vervolggave waarin leerlingenwerk geanalyseerd moet worden.	68%	225 logdata
6a. De pabostudenten leveren een bijdrage aan de forumdiscussie.	14%	225 logdata
6b. De pabostudenten lezen de bijdragen van medestudenten in de forumdiscussie.	85%	170 enquête
7. De pabostudenten maken aantekeningen tijdens hun werken in Torpedo.	81%	170 enquête

De indicatoren 1 (89%), 3 (85%), 6b (85%) en 7 (81%) scoren opvallend hoog. Wat deze indicatoren met elkaar verbindt is het feit dat het bij deze reflectieve indicatoren eventueel mogelijk is het reflecteren te omzeilen. De indicatoren 1 en 6b verwijzen naar reflecties van experts en medestudenten. Dat betekent dat de student deze reflecties heeft kunnen bestuderen, maar dat het niet zeker is dat hij daarbij zelf actief gereflecteerd heeft. Indicator 3 heeft betrekking op de vervolggaven. Bij de vervolggaven wordt het probleemoplossend stappenpad getoond, maar is verder geen reflectieve ondersteuning beschikbaar. De student wordt hier uitgedaagd om zelf actief te reflecteren bijvoorbeeld door de relatie met de hoofdoggave te leggen, maar het is niet zeker of hij dat ook daadwerkelijk gedaan heeft. Het is immers in principe mogelijk aan de vervolggaven te werken zonder te reflecteren. Een soortgelijke kanttekening kan geplaatst worden bij indicator 7. Als een student aantekeningen maakt is het aannemelijk dat deze het resultaat zijn van reflecteren op de opgavestructuur, de oplossingsmanieren en/of het oplossingsproces, maar het is niet uitgesloten dat sommige studenten zonder veel reflectie oplossingsmanieren hebben overgeschreven. Indicatoren die onmiskenbaar aantonen dat een student actief gereflecteerd heeft, zijn de indicatoren 2 (54%), 4 (25%), 5 (68%) en 6a (14%). Voor het uitvoeren van deze activiteiten is reflecteren voorwaardelijk. Deze reflectie-stimulerende indicatoren worden relatief minder vaak waargenomen dan de reflectie-ondersteunende indicatoren waarbij reflectie omzeild kan worden. De minst waargenomen indicatoren zijn 4. 'De pabostudenten die vastlopen bij een van de vervolggaven proberen door reflectie op de hoofdoggave weer verder te komen' (25%) en 6a. 'De pabostudenten leveren een bijdrage aan de forumdiscussie' (14%). Vergeleken met de andere indicatoren verwijzen zij naar de moeilijkste reflectieve activiteiten. Je moet immers denkactiviteiten op hoog niveau verrichten om als je vastgelopen bent in een opgave jezelf weer op gang te helpen door te reflecteren op een gerelateerde opgave. In een open vraag in de enquête gaf 75% van de studenten aan dat ze als ze vastliepen bij een vervolggave, andere (digitale) bronnen gingen raadplegen, of hulp vroegen aan vrienden of familie. Ze deden geen pogingen om zichzelf door reflectie vooruit te helpen. Ook indicator 6a, het helpen van een medestudent in de forumdiscussie waarbij je zijn of haar gedachte-

gang probeert te volgen, beschrijft een veeleisende reflectieve activiteit. Kortom, de indicatoren die het minst zijn gesignaleerd verwijzen naar activiteiten die reflecteren op een hoog niveau vereisen.

De resultaten van de enquête (N = 181) geven mogelijke verklaringen voor dit studiegedrag. De meerderheid van de studenten heeft waardering voor de reflectie-ondersteunende elementen bij de hoofdgaven, zoals het volledig uitgewerkte probleemoplossend stappenpad en de reflectieve filmpjes (M = 4,11, SD = 0,90, in een 5-punts Likert-schaal). De studenten hebben veel minder waardering voor het feit dat deze ondersteuning ontbreekt bij de vervolggaven, die bedoeld zijn om de studenten aan te moedigen zelf actief te reflecteren al dan niet terugkerend naar de reflectieve steun bij de hoofdgave (M = 2,16, SD = 1,19).

Om te onderzoeken of studenten van mening waren dat het werken in Torpedo heeft bijgedragen aan de ontwikkeling van hun probleemoplossend vermogen, kregen ze in de enquête een stelling voorgelegd waarmee ze konden aangeven of ze nu beter dan voorheen wisten wat ze konden proberen of ondernemen bij een nieuw rekenprobleem (afbeelding 4).

178 studenten reageerden op deze stelling. 82 (46%) Studenten scoorden een 4 of 5. Daarentegen scoorden 40 (22%) van de respondenten een 1 of 2. Dat zijn wederom grote verschillen. Over de opbrengst van het werken in Torpedo werd de volgende open vraag gesteld: 'Wat wil je nog toelichten of opmerken over wat het werken in TORPEDO je heeft opgeleverd?' Deze vraag werd door 44 studenten beantwoord. Daarvan waren 21 studenten (47%) ervan overtuigd dat ze dankzij Torpedo de opgaven tijdens de Landelijke Kennistoets op een meer gestructureerde, doordachte, rustige en systematische manier konden maken.

► Afbeelding 4. Een stelling uit de digitale enquête.

Ik weet beter wat ik kan proberen/ondernemen als ik een nieuw rekenprobleem tegenkom						
	1	2	3	4	5	
Helemaal niet	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Zeer zeker

- 'Door het gebruik van Torpedo maakte ik de toetsvragen rustiger.'
- 'Ik ging gestructureerder te werk.'
- 'Ik was me veel bewuster van de denkstappen die genomen moesten worden.'
- 'Torpedo heeft me geholpen beter na te denken bij elke opgave.'
- 'Ik probeer nu anders te kijken naar de opgave.'
- 'Ik had het gevoel dingen echt te begrijpen en te kunnen. Dat is fijn!'

19 studenten (43%) geven aan dat Torpedo hen weinig heeft opgeleverd: 'Ik heb er niet veel aan gehad.' Toelichting ontbreekt. Mogelijk heeft het ontbreken van reflectieve ondersteuning bij de vervolggaven bijgedragen aan het gebrek aan ervaren leeropbrengsten, maar er zijn geen gegevens die deze veronderstelling kunnen bevestigen.

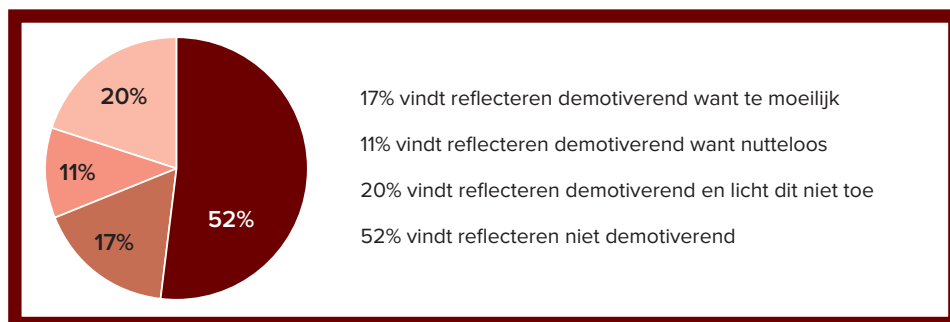
De open vraag over motiverende en demotiverende aspecten van Torpedo werd beantwoord door 71 studenten. Daarvan bleken 34 (48%) studenten gedemotiveerd door het gebrek aan reflectieve ondersteuning bij de vervolggaven (afbeelding 4). Van deze 34 verklaarden 12 studenten dat reflecteren in Torpedo voor hen te moeilijk was. De moeilijkheidsgraad van de opgaven zorgde ervoor dat ze meer ondersteuning nodig hadden om problemen op te lossen en te reflecteren: 'Ik vond het vooral bij de leerlingopgaven soms heel moeilijk om zelf tot het goede antwoord te komen.' 8 van de 34 studenten wilden meer inhoudelijke ondersteuning bij de vervolggaven omdat ze reflecteren omslachtig, tijdrovend en ineffectief vonden. Ze waren er niet van overtuigd dat reflecteren kan bijdragen aan hun probleemoplossend vermogen:

- 'Ik wil meer opdrachten oefenen in kortere tijd.'
- 'Dat het uitrekenen van een som wel meer dan een half uur duurt werkt zeer demotiverend.'
- 'In oefenruimtes zie ik graag een hele berg met sommen, waarna je achteraf ziet of je het goed gemaakt hebt.'
- 'Vragen in een toets herken je gelijk en dan weet je welke strategie je moet toepassen.'

De studenten die reflecteren nutteloos vonden zijn zich kennelijk niet bewust van de waarde van reflecteren voor de ontwikkeling van hun probleemoplossend vermogen en/of hadden zich de

► Afbeelding 5. 48% van de studenten vindt het ontbreken van reflectieve steun bij de vervolggaven, waardoor ze daar zelf moeten reflecteren, demotiverend (N = 71).

ontwikkeling van hun probleemoplossend vermogen niet als doel gesteld. Slagen voor de Landelijke Kennistoets was hun doel en ze dachten dat te bereiken door snel veel opgaven te maken en de bijbehorende oplossingsmanieren uit het hoofd te leren. Zij vroegen om *drill and practice* en beschouwden probleemoplossen als het koppelen van gememoriseerde oplossingsmanieren aan herkende problemen. Deze opvatting van het leren van rekenen-wiskunde kan de ontwikkeling van probleemoplossend vermogen in de weg staan (Crawford, 1994; Kloosterman, 2002).



Conclusie

In dit onderzoek werd onderzocht in hoeverre studenten van de lerarenopleiding basisonderwijs reflectief studeren tijdens zelfstudie in Torpedo en wat verklaringen zijn voor dit studiegedrag. Het is duidelijk dat er grote verschillen bestaan in kwantitatief en kwalitatief gebruik van Torpedo en waardering voor Torpedo. Torpedo kan het reflectieve reken-wiskundige gedrag van studenten tijdens zelfstudie stimuleren en ondersteunen, en als zodanig bijdragen aan de ontwikkeling van het reken-wiskundig probleemoplossend vermogen van deze studenten, maar dit geldt niet voor alle studenten. Terwijl een deel van de studenten beweerde dat ze dankzij Torpedo tijdens de Landelijke Kennistoets op een meer gestructureerde, doordachte en systematische manier aan de opgaven hebben gewerkt, dat ze hebben geprofiteerd van Torpedo en door reflectie hun cognitieve en metacognitieve reken-wiskundige kennis en vaardigheden hebben ontwikkeld, zijn er daarentegen ook studenten die tijdens het werken in Torpedo niet tot nauwelijks gereflecteerd hebben. Zij vonden de opgaven in Torpedo daarvoor te moeilijk of waren er niet van overtuigd dat reflecteren bij kan dragen aan de ontwikkeling van hun probleemoplossend vermogen en aan hun voorbereiding op de Landelijke Kennistoets.

Torpedo was effectief voor en de reflectieve elementen werden gewaardeerd door studenten die voldoende reken-wiskundige basiskennis bezitten om te reflecteren en die er tevens van overtuigd zijn dat reflecteren tijdens en na afloop van het werken aan non-routine problemen kan bijdragen aan de ontwikkeling van hun probleemoplossend vermogen. Studenten die deze kenmerken niet bezaten hebben wel gewerkt in Torpedo, maar deden dit zonder te reflecteren. Zij hebben Torpedo gebruikt en geëvalueerd als een conventionele oefenomgeving voor het leren van rekenen-wiskunde.

De grote verschillen in het gebruik van en de waardering voor Torpedo zijn mogelijk deels veroorzaakt door het indirecte doel van Torpedo. De leeromgeving richt zich namelijk in de eerste plaats op de ontwikkeling van probleemoplossend vermogen en vervolgens ook op de voorbereiding op de Landelijke Kennistoets Rekenen-Wiskunde. Vandaar dat Torpedo uitsluitend opgaven op het niveau van de toets bevat. Dit kan een aantal studenten hebben gemotiveerd om deel te nemen aan het Torpedo-experiment, terwijl ze misschien nog niet aan het hoge reken-wiskundige niveau van de landelijke kennistoets toe waren of niet overtuigd waren van het nut van reflecteren bij het leren van rekenen-wiskunde. Alleen als studenten wél aan deze twee criteria voldoen biedt Torpedo mogelijkheden om het probleemoplossend vermogen te ontwikkelen.

Vervolg van Torpedo

Hoe zouden we Torpedo kunnen verbeteren zodat het programma wellicht meer studenten zou kunnen aanzetten tot reflectief zelfstudiegedrag? Tijdens gesprekken met docenten op de Panamacerferentie en tijdens ELWIER-bijeenkomsten werd de leeromgeving geëvalueerd en gevraagd naar aanpassingen die het reflecteren meer zouden kunnen bevorderen. Over het algemeen toonden de lerarenopleiders basisonderwijs veel waardering voor de uitgangspunten van Torpedo en de wijze waarop ze gerealiseerd waren. Daarnaast deden ze enkele verbeteringsuggesties, die in grote lijnen op het volgende neerkwamen.

- Focus Torpedo op de ontwikkeling van probleemoplossend vermogen en laat de link met de Landelijke Kennistoets los.
Het nadeel hiervan is dat veel pabostudenten niet meer gemotiveerd zullen zijn om in Torpedo te gaan werken.
- Laat de moeilijkheidsgraad van de opgaven meer geleidelijk toenemen.
- Laat de reflectie-ondersteunende elementen meer geleidelijk afnemen.
De twee voorgaande verbeteringsuggesties zouden eraan bij kunnen dragen dat de wat zwakkere studenten minder gedemotiveerd raken tijdens het werken in Torpedo en dat ze het reflecteren langer kunnen volhouden omdat de opgaven op een meer passend niveau zijn en/of omdat ze meer (reflectieve) ondersteuning krijgen bij de vervolgopgaven.
- Maak de studenten (meer) bewust van het primaire doel van de leeromgeving, namelijk de ontwikkeling van probleemoplossend vermogen en overtuig hen van de meerwaarde daarvan.
Het is belangrijk dat pabostudenten beseffen dat wiskundig probleemoplossend vermogen van pas komt bij deelname aan de Landelijke Kennistoets en eveneens veel waarde heeft bij hun toekomstige beroep als leerkracht.
- Overtuig studenten dat reflecteren een effectieve manier is om aan probleemoplossend vermogen te werken.

Verbetersuggesties die te maken hebben met aanpassing van het moeilijkheidsniveau van Torpedo zijn makkelijker te realiseren dan adviezen om studenten van de lerarenopleiding basis-onderwijs te overtuigen van de meerwaarde van reflecteren bij het leren van rekenen-wiskunde. Als studenten het oplossen van reken-wiskundige problemen beschouwen als het herkennen van het probleem en de juiste truc gebruiken om het probleem op te lossen, en als ze het leren van wiskunde zien als het onthouden van opgaven en de bijbehorende oplossingsmanieren, dan zullen ze waarschijnlijk het nut van reflecteren niet snel inzien. Hen uitnodigen om reflectief te studeren in een digitale leeromgeving als Torpedo heeft dan weinig zin. Het is evenmin zinvol om op hun verzoek in te gaan en hen alle gewenste steun en uitleg te geven bij de vervolgopgaven. Dat zal bij hen geen reflectie op gang brengen. Nelissen (1999) adviseert om studenten tijdens het werken aan reken-wiskundige problemen regelmatig aan te moedigen om even afstand te nemen van hun rekenwerk en hun (mentaal) handelen kritisch en systematisch te analyseren. Het onderzoek in Torpedo laat zien dat aanmoedigen tot reflecteren niet voor iedereen genoeg stimulans biedt om zelf te gaan reflecteren.

Een digitale leeromgeving kan reflecteren ondersteunen en stimuleren, maar kan het beeld dat studenten hebben van het leren van rekenen-wiskunde niet veranderen. Om dat te bereiken hebben studenten medestudenten en docenten nodig die hen kunnen laten ervaren hoe reflecteren kan bijdragen aan de ontwikkeling van hun probleemoplossend vermogen. *Blended* gebruik van Torpedo levert wellicht de beste bijdrage aan de ontwikkeling van probleemoplossend vermogen, dat wil zeggen dat zelfstudie in de reflectieve digitale leeromgeving afgewisseld wordt met het uitwisselen van ervaringen en inzichten van docenten en medestudenten in een gezamenlijke interactieve bijeenkomst waarin de meerwaarde van reflecteren in Torpedo aan den lijve ondervonden en besproken wordt. In vervolgonderzoek zou deze hypothese getoetst kunnen worden. Studenten die zelf gaan ondervinden wat reflecteren hen kan opleveren zullen dit mogelijk later ook aan hun leerlingen willen meegeven.

Het kan waardevol zijn om hierbij ook verder te kijken dan het vak rekenen-wiskunde. De meerwaarde van reflecteren voor het leerproces van kinderen en van studenten speelt immers niet alleen bij rekenen-wiskunde, maar ook bij andere vakken op de basisschool. Wat is de visie van studenten op hun toekomstige beroep? Willen zij hun leerlingen aanzetten tot denken, redeneren en probleemoplossen bij rekenen-wiskunde en bij andere schoolvakken? En als dat zo is, welke rol speelt naar hun idee reflecteren in dat leerproces? Hun visie op specifiek het leren en onderwijzen van rekenen-wiskunde en hun beroepsbeeld in algemene zin zouden wel eens de meest bepalende factoren kunnen zijn in de ontwikkeling van hun eigen probleemoplossend vermogen en dat van hun leerlingen.

Noot

- ¹ In het najaar van 2020 zal de verbeterde digitale leeromgeving Torpedo gratis online toegankelijk zijn voor alle geïnteresseerden.
Dank aan Paul Drijvers en Ronald Keijzer voor hun adviezen, assistentie en meedenken bij de totstandkoming van Torpedo en dit onderzoek.
Torpedo is gerealiseerd dankzij de financiële ondersteuning van het Comenius teaching fellow project nummer 40518865.149.

Referenties

- Ambrose, S.A., Bridges, M.W., DiPietro, M., Lovett, M.C., & Norman, M.K. (2010). How do students become self-directed Learners? In S.A. Ambrose et al., *How Learning Works: Seven Research-Based Principles for Smart Teaching* (pp. 188–216). San Francisco CA: Jossey-Bass.
- Boersma, G., Keijzer, R., & Wösten, A. (2018). *Kennisbasis Wiskunde voor de lerarenopleiding basis-onderwijs*. 's-Gravenhage: HBO-raad.
- Bor-de Vries, M., & Drijvers, P. (2015). *Handreiking denkactiverende wiskundelessen*. Utrecht: Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht.
- Crawford, K., Gordon, S., Nicholas, J., & Prosser, M. (1994). Conceptions of mathematics and how it is learned: The perspectives of students entering university. *Learning and Instruction*, 4(4), 331–345.
- De Goeij, E., & Oonk, W. (2017). Het stimuleren van een wiskundige attitude. In: M. van Zanten (red.), *Rekenen-wiskunde in de 21e eeuw. Ideeën en achtergronden voor primair onderwijs* (pp. 71-78).
- Drijvers, P. (2015). *Denken over Wiskunde, onderwijs en ICT*. Inaugurele rede. Utrecht: Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht. http://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/literatuur/Oratie_Paul_Drijvers_facsimile_20150521.pdf.
- Elia, I., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 41, 605-618.
- Hohn, R., & Frey, B. (2002). Heuristic training and performance in elementary mathematic problem solving. *The journal of educational research*, 95, 374-380.
- Jacobse, A. E. (2012). *Can we improve children's thinking? A metacognitive approach to word problem solving* (Dissertatie). Groningen: Rijksuniversiteit Groningen.
- Keijzer, R. (2020). Vergroot het wiskundig inzicht voor de kennistoets. *Paboplatform*. Groningen: Noordhoff Uitgevers. https://view.publitas.com/noordhoff-hoger-onderwijs/whitepaper-paboplatform-april-2020_vergroot-het-wiskundig-inzicht-voor-de-kennistoets/page/1. https://view.publitas.com/noordhoff-hoger-onderwijs/whitepaper-paboplatform-april-2020_vergroot-het-wiskundig-inzicht-voor-de-kennistoets/page/2-3.
- Kloosterman, P. (2002). Beliefs about Mathematics and Mathematics Learning in the Secondary School: Measurement and Implications for Motivation. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* (pp. 247–270). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Kool, M., & Keijzer, R. (2018). To what extent do student teachers develop their mathematical problem solving ability by self-study? In *EAPRIL 2017 proceedings* (pp. 80-90). Hämeenlinna, Finland: EAPRIL.
- Mevarech, Z., & Kramarski, B. (1997). IMPROVE: A multidimensional method for teaching mathematics in heterogeneous classrooms. *American Educational Research Journal*, 34(2), 365-394.
- Nelissen, J. (1999). Thinking skills in realistic mathematics. In J. Hamers, J. van Luit, & B. Csapo, (Eds.), *Teaching and learning thinking skills* (pp. 189–213). Abingdon: Swets and Zeitlinger.
- Ontwikkelteam Rekenen & Wiskunde. (2019). *Leergebied Rekenen & Wiskunde*. <https://www.curriculum.nu/voorstellen/rekenen-wiskunde/>.
- Oonk, W., & De Goeij, E. (2006). Wiskundige attitudevorming. *Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 25(4), 37-39.
- Oonk, W., Keijzer, R., Lit, S., & Figueiredo, N. (2016). *Rekenen en wiskunde in de praktijk. Kennisbasis*. Groningen: Noordhoff Uitgevers.
- Pólya, G. (1945). *How to Solve It*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Selden, A., Selden, J., Hauk, S., & Mason, A. (2000). Why can't calculus students access their knowledge to solve non-routine problems? In E. Dubinsky, A. Schoenfeld, & J. Kaput (Eds.), *Research in collegiate mathematics education, IV* (pp. 103–127). Providence, RI: American Mathematical Society.
- Treffers, A. (1978). *Wiskunde doelgericht*. Utrecht: IOWO.
- Van Streun, A. (1989). *Heuristisch Wiskunde Onderwijs: verslag van een onderwijsexperiment* (Dissertatie). Groningen: Rijksuniversiteit Groningen.
- Van Streun, A., (2001). *Het denken bevorderen*. Groningen: Faculteit der Wiskunde en Natuurwetenschappen en Universitair Centrum voor de lerarenopleiding.
- Verbeeck, K. (2016). Meekijken in het hoofd. *Volgens Bartjens*, 36(2), 10-13.
- Van Streun, A. (2014). *Onderwijzen en toetsen van wiskundige denkactiviteiten*. Enschede: SLO.
- Van Zanten, M. (2020). Geinige getallenpuzzels en gruwelijke grafieken. *Volgens Bartjens*, 39(5), 4-7.
- Verbeeck, K. (2016). Meekijken in het hoofd. *Volgens Bartjens* 36(2), 10-13.
- Verschaefel, L., De Corte, E., Lasure, S., Vaerenbergh, Bogaerts, H., & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems: A design experiment with fifth graders. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(3), 195–229.

Primary teachers who want to prepare their students for the mathematical problems of the future society must be good problem solvers themselves. Pre-service teachers can work on this aim by solving many mathematical problems and reflecting on their problem solving approach. Hence, during mathematics lessons in primary teacher education teacher educators encouraged them to do this indispensable reflection in order to develop their problem-solving skills. Unfortunately, it appears

that pre-service teachers usually omit reflecting when they study independently. How can we stimulate pre-service teachers to reflect on mathematics when their teacher educator is absent? Torpedo is a digital learning environment that meets this challenge. The program contains non-routine mathematics problems at the level of the National Mathematics Test, provided with support and impulses to reflect during self-study. During a month, 271 pabo students worked with Torpedo. We investigated their reflective study behaviour with log data and a survey. The participants used and evaluated Torpedo's reflective elements differently. The results varied from pre-service teachers who greatly appreciated reflective study in Torpedo, who used the learning environment intensively and reflectively and experienced that this increased their problem-solving skills, to pre-service teachers who hardly reflected. The last group consisted of those who found the problems too difficult to reflect upon and those who were not convinced of the usefulness of reflecting to develop problem-solving skills. Nor were they convinced that reflecting could contribute to their preparation for the National Mathematics Test. They preferred drill and practice to do so. The study provides clues for improving Torpedo so that it invites more reflective self-study behaviour. For pre-service teachers who consider reflection valueless, however, self-study in a digital learning environment may be insufficient to change this attitude. Perhaps blended use of Torpedo could indeed achieve this.