

# *Opportunities-to-learn* in Nederlandse reken- wiskundemethodes voor het basisonderwijs

Marc van Zanten onderzocht in zijn promotieonderzoek<sup>1</sup> de bijdrage die Nederlandse reken-wiskundemethodes leveren aan de *opportunity-to-learn* die basisschoolleerlingen wordt geboden. Hiertoe werden achttien huidige en vroegere methodes geanalyseerd op drie aspecten: de aangeboden leerinhoud, de gestelde prestatieverwachtingen, en de manieren waarop het leren wordt ondersteund. De bevindingen laten zien dat methodes verschillen op alle drie aspecten en in hun overeenstemming met het wettelijk vastgestelde beoogde curriculum.

**E**en belangrijke implicatie hiervan is dat vanuit methodes niet alle leerlingen dezelfde *opportunity-to-learn* wordt geboden om bepaalde reken-wiskundestof te leren. Zelfs niet als ze les krijgen uit dezelfde methode, omdat methodes zo zijn georganiseerd dat niet alle leerlingen dezelfde opgaven voorgelegd krijgen.

#### **Context van het onderzoek**

Methodes zijn voor veel leraren de belangrijkste bron voor het vormgeven van hun reken-wiskundeonderwijs (Stein, Remillard, & Smith, 2007), ook in de huidige tijd van digitalisering (Pepin, Gueudet, & Trouche, 2013). Hoewel wat in de methode staat niet noodzakelijkerwijs hetzelfde is als wat wordt onderwezen (Stein & Smith, 2010), hebben methodes in veel landen een substantiële invloed op de realisatie van de dagelijkse reken-wiskundelessen (Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt, & Houang, 2002). Hierdoor hebben ze grote invloed op de *opportunity-to-learn* (zie kader) die leerlingen krijgen (Rezat, Fan, Hattermann, Schumacher, & Wuschke, 2019). Dat is ook in Nederland het geval. TIMSS-onderzoeken (Hiebert et al., 2003; Meelissen et al., 2012; Mullis, Martin, Foy, & Arora, 2012) en PPON-onderzoeken (Bokhove, Van der Schoot, & Eggen, 1996; Hop 2012; Kraemer,

**Marc van Zanten**, Nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling SLO & Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

Van Zanten, M.A. (2021). *Opportunities-to-learn* in Nederlandse reken-wiskundemethodes voor het basisonderwijs. *Volgens Bartjens – ontwikkeling en onderzoek*, 40(5), 40-50

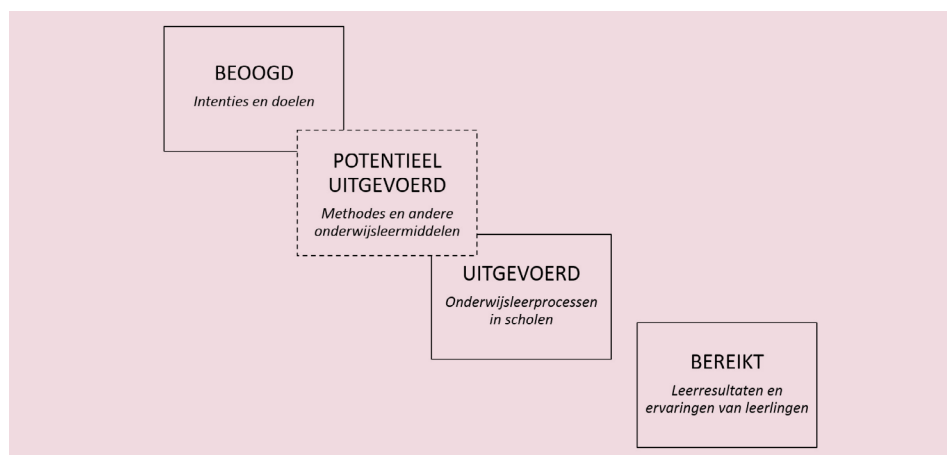
Janssen, Van der Schoot & Hemker, 2005; Scheltens, Hemker, & Vermeulen, 2013) laten zien dat een grote meerderheid van de Nederlandse basisschoolleraars zwaar leunt op de methode die ze gebruiken. De meeste leraren betrokken in deze studies geven aan dat ze bijna alle inhoud van de gebruikte methode volgen. Verder laten verschillende studies zien dat Nederlandse leraren niet alleen de inhoud van hun methode volgen, maar ook tot op zekere hoogte de aanwijzingen voor instructie uit de handleiding (Blok & Elshof, 2012; De Vos, 1998; Gravemeijer et al., 1993; Harskamp & Suhre, 1988).

*Opportunity-to-learn* (gelegenheid om te leren) is een belangrijk concept in onderwijsonderzoek (zie voor een overzicht bijvoorbeeld Elliott & Bartlett, 2016; Scheerens, 2017). Elementen die de *opportunity-to-learn* bepalen zijn de tijd besteed aan leren in verhouding tot de tijd die nodig is om te leren (Cogan & Schmidt, 2015), dekkingsgraad en blootstelling aan leerstof, en de kwaliteit van de instructie (Elliott & Bartlett, 2016). Methodes bevatten handvatten en aanwijzingen voor deze elementen. In internationaal onderzoek worden methodes dan ook als bepalend gezien voor de *opportunity-to-learn* (Hadar, 2017; Haggarty & Pepin, 2002; Törnroos, 2005; Valverde et al., 2002; Van den Ham & Heinze, 2018). Op het niveau van de individuele klas is de andere bepalende factor de leraar. Het hier beschreven onderzoek richt zich echter alleen op de eerste factor: de kansen voor de *opportunity-to-learn* die methodes bieden.

#### Methodes en curriculum

Curriculum omvat meerdere niveaus (Goodlad, 1979). Een gebruikelijk onderscheid is dat van het beoogde, het uitgevoerde, en het bereikte curriculum (bijvoorbeeld Travers & Westbury, 1989; Van den Akker, 2003). Het beoogde curriculum omvat de intenties en doelen van het onderwijs, bijvoorbeeld de wettelijk vastgelegde doelen van een land. Het uitgevoerde curriculum betreft de daadwerkelijke onderwijsleerprocessen die plaatsvinden in scholen. Het bereikte curriculum verwijst naar de uitkomsten van die onderwijsleerprocessen in de vorm van leerresultaten en ervaringen. Methodes slaan als het ware de brug tussen het beoogde curriculum en het uitgevoerde curriculum, en worden daarom aangeduid als het potentieel uitgevoerde curriculum (afbeelding 1) (Valverde et al., 2002). Met andere woorden: methodes vormen een apart curriculumniveau, bemiddelend tussen curriculaire bedoelingen en concreet onderwijs. Dit geldt zowel voor formele bedoelingen als wettelijke doelen (het formele beoogde curriculum) als ideële bedoelingen zoals ideeën over didactische en pedagogische benaderingen (het ideale beoogde curriculum) (vergelijk Van den Akker, 2003; zie ook Pepin et al., 2013). Methodes zijn dus niet alleen belangrijk omdat ze de belangrijkste bron zijn voor leraren, maar ook omdat ze concrete uitwerkingen bieden van zowel formele als ideële bedoelingen van onderwijs.

► Afbeelding 1.  
Curriculumniveaus (naar Valverde et al., 2002)



#### Vrijheid van onderwijs

Vanwege de grondwettelijke vrijheid van onderwijs is de Nederlandse overheid terughoudend in het voorschrijven van richtlijnen voor de realisatie van het onderwijs. Zo ging er aan het vaststellen

van de eerste kerndoelen voor het basisonderwijs acht jaar debat vooraf of het voorschrijven van doelen door de overheid wel in overeenstemming was met de vrijheid van onderwijs (Letschert, 1998). Tegenwoordig streeft de overheid ernaar om een strikt onderscheid te maken tussen het 'wat' van onderwijs (doelen en leerinhouden) en het 'hoe' (de manier waarop die doelen en leerinhouden worden aangeboden) (Commissie Parlementair Onderzoek Onderwijsvernieuwingen, 2008; OCW, 2008). Dit houdt onder meer in dat scholen vrij zijn hun eigen methodes en andere leermiddelen te kiezen (art. 23 Grondwet) en dat de overheid de kwaliteit daarvan niet beoordeelt (OCW, 2019). Tot 2012 voerde SLO nog globale controles uit of kerndoelen herkenbaar aanwezig waren in methodes (bijvoorbeeld SLO, 2012), maar tegenwoordig gebeurt dat niet meer. Er zijn, kortom, nauwelijks of geen beperkingen voor het ontwikkelen en uitbrengen van methodes.

#### *Realistisch reken-wiskundeonderwijs*

Vanaf de late jaren '60 van de vorige eeuw is in Nederland het realistisch reken-wiskundeonderwijs (RRWO) tot ontwikkeling gekomen (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2020). De term 'realistisch' verwijst naar de realiteit, die wordt gezien als een bron voor onderwijsleerprocessen, en naar zich realiseren, als wezenlijk kenmerk van het bedrijven van wiskunde (Van den Brink, 1989; zie ook De Jong, Treffers & Wijdeveld, 1975). Karakteristiek voor RRWO is dat wiskunde wordt gezien als een menselijke activiteit van mathematiseren (Freudenthal, 1973, 1991), wat wordt onderscheiden in horizontaal en verticaal mathematiseren (Treffers, 1987). Horizontaal mathematiseren is het omzetten van problemen in de realiteit in wiskundige termen. Verticaal mathematiseren refereert aan het gebruiken van wiskundige middelen om wiskundige problemen op te lossen, het generaliseren van oplossingsprocessen en het bereiken van een hoger niveau van formalisatie. Een ander belangrijk idee is geleide heruitvinding. Dit verwijst naar een balans in het onderwijsleerproces tussen leerlingen zelf laten denken en bedenken, en hen begeleiding bieden die reflectief denken uitlokt (Freudenthal, 1991). De eigen inbreng van leerlingen is cruciaal, in de vorm van eigen producties en eigen constructies van oplossingsstrategieën (Treffers, 1987). RRWO heeft een aanzienlijke invloed gehad op Nederlandse reken-wiskundemethodes. PPON-onderzoeken laten zien dat het marktaandeel van RRWO-georiënteerde methodes groeide van ongeveer 15 procent midden jaren '80 tot 75 procent in de jaren '90 (Janssen, Van der Schoot, Hemker, & Verhelst, 1999), en verder tot 100 procent rond 2004 (Janssen, Van der Schoot, & Hemker, 2005). Sindsdien is de methodemarkt weer meer divers geworden.

#### **Focus en opzet van het onderzoek**

Het doel van dit onderzoek (Van Zanten, 2020) was inzicht te verschaffen in de bijdrage die reken-wiskundemethodes bieden aan de *opportunity-to-learn*. Hiervoor werden achttien methodes geanalyseerd op inhoud, prestatieverwachtingen, wat leerlingen geacht worden te doen met de aangeboden inhoud, en *learning facilitators*, alles wat de methode biedt om het leren te faciliteren, van didactische ondersteuning tot de opbouw van de leerstof. In de analyses werden ook de relaties onderzocht met het formele beoogde curriculum in de vorm van wettelijk vastgestelde doelen, en met het ideale beoogde curriculum in de vorm van bedoelingen en ideeën van RRWO. In totaal werden vijf studies uitgevoerd (afbeelding 2).

► Afbeelding 2.  
Overzicht van het  
onderzoek

	Focus	Leerinhoud	Groep
1	Didactische benaderingen	Aftrekken tot 100	4
2	Didactische benaderingen	Probleemoplossen	6, 8
3	Historische vergelijking	Decimale getallen	6, 7, 8
4	Historische vergelijking	Optellen en aftrekken	3, 4, 5
5	Coherentie van het curriculum	Meerdere onderwerpen	3 t/m 8

## De vijf studies in het kort

### Verschillende didactische benaderingen

In studie 1 (Van Zanten & Van den Heuvel-Panhuizen, 2014) zijn twee methodes onderzocht die gebaseerd zijn op verschillende opvattingen over reken-wiskundeonderwijs: 'Rekenrijk' (3<sup>e</sup> editie, 2009), die uitgaat van RRWO en 'Reken Zeker' (2010), die werd uitgegeven als een alternatief daarvoor. Van beide methodes werd de aanpak voor aftrekken in groep 4 geanalyseerd.

De resultaten lieten verschillen zien betreffende *learning facilitators*, wat kon worden verwacht gezien de verschillende visies op reken-wiskundeonderwijs, maar ook in inhoud en prestatieverwachtingen. 'Rekenrijk' bleek meer overeen te komen met het beoogde curriculum dan 'Reken Zeker'. Qua inhoud bijvoorbeeld, biedt alleen 'Rekenrijk' (naast aftrekken als wegnemen) het in het beoogde curriculum opgenomen aftrekken als verschil bepalen aan. Een voorbeeld van prestatieverwachtingen is dat weliswaar beide methodes de standaardaanpak direct aftrekken aanbieden, maar dat alleen 'Rekenrijk' ook andere aanpakken aanbiedt die vermeld zijn in het beoogde curriculum, zoals aanvullend optellen. Verder bevat alleen 'Rekenrijk' expliciete prestatieverwachtingen ten aanzien van het begrijpen van de bewerking aftrekken (afbeelding 3).

► Afbeelding 3.  
Begripsvragen over  
aftrekken in 'Rekenrijk'  
(2009), groep 4

### Maak er rekentaal van

Een prentenboek van 15 bladzijden.  
Jan heeft al 9 bladzijden gelezen.  
Hoeveel bladzijden moet hij nog?

Samira koopt de pop.  
Hoeveel euro houdt ze over?

→ Wat heeft  $15 - 9$  met al deze plaatjes te maken?  
→ En wat hebben de getallenlijnen hieronder ermee te maken?

Verschillen tussen de methodes in de *learning facilitators* die ze aanbieden betreffen de hoeveelheid aftrekopgaven, de opbouw die daarin zit, en de didactische ondersteuning die daarbij geboden wordt. In bijvoorbeeld de modellen die de methodes aanbieden zit een opvallend verschil: 'Rekenrijk' biedt de lege getallenlijn aan om het leren van de rijgstrategie te ondersteunen, terwijl 'Reken Zeker' voor diezelfde strategie (tekeningen van) M.A.B.-materiaal basis 10 aanbiedt. Dat laatste model is echter niet consistent met de rijgstrategie: M.A.B.-materiaal heeft een cardinale structuur, terwijl bij de rijgstrategie, die neerkomt op het (verkort) bewegen in de getallenrij, gebruik wordt gemaakt van het ordinale getalsaspect.

Al met al laten de bevindingen van deze studie zien dat verschillen in visie op reken-wiskundeonderwijs kunnen resulteren in méér dan enkel een verschillende didactische uitwerking in methodes. De twee onderzochte methodes in deze studie verschillen op alle onderscheiden punten die van invloed zijn op de *opportunity-to-learn* en verschillen bovendien in hun overeenstemming met het formele beoogde curriculum.

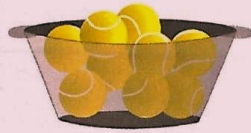
Studie 2 (Van Zanten & Van den Heuvel-Panhuizen, 2018a) handelt over de *opportunity-to-learn* betreffende wiskundig probleemoplossen. Drie veelgebruikte methodes werden onderzocht: 'De Wereld in Getallen' (4<sup>e</sup> editie, 2009), 'Pluspunt' (3<sup>e</sup> editie, 2009), en 'Alles Telt' (2<sup>e</sup> editie, 2009). Daarnaast werd een methode met een contrasterende benadering onderzocht: 'Rekenwonders' (2011), een vertaalde versie van de Singaporese methode 'My Pals Are Here! Maths' (z.j.). Deze methode was geïntroduceerd in Nederland vanwege de nadruk op probleemoplossen en de andere benadering van reken-wiskundeonderwijs.

Een 'probleem' werd in deze studie opgevat als een niet-routinematig oplosbare opgave, waar de leerling die gesteld wordt voor deze opgave, niet direct een aanpak voor ter beschikking heeft (afbeelding 4). Gebaseerd op theoretische inzichten over probleemoplossen en kenmerken van

probleemopgaven, werden indicatoren en beslisregels ontwikkeld voor classificatie van opgaven als niet-routinematig oplosbare probleemopgaven en andere opgaven. Deze indicatoren betroffen kenmerken van opgaven waarvan kan worden verwacht dat ze analyseren, modelleren en creatief denken uitlokken.

► Afbeelding 4.  
Een niet-routinematige  
probleemopgave uit 'Alles  
Telt' (2009), groep 8

#### Welke bal is zwaarder?



In een mand liggen 9 ballen. 8 ballen zijn even zwaar; 1 bal is zwaarder. Hoe kun je weten welke bal zwaarder is? Je hebt een balans en je mag 2 keer wegen.

Het bleek dat de *opportunity-to-learn* van probleemoplossen gering is in 'De Wereld in Getallen', 'Pluspunt' en 'Alles Telt'. Deze methodes bieden weinig niet-routinematige probleemopgaven aan, bieden nauwelijks *learning facilitators* aan voor probleemoplossen, en de probleemopgaven die worden aangeboden, zijn voornamelijk opgenomen in de gedeeltes die enkel bedoeld zijn voor de betere leerlingen. De methode Rekenwonders biedt de meeste niet-routinematige probleemopgaven aan en doet dat bovendien in de gedeeltes die bedoeld zijn voor alle leerlingen. 'Rekenwonders' biedt ook systematisch heuristieken en andere *learning facilitators* voor probleemoplossen aan, maar de manier waarop staat op gespannen voet met het creatieve karakter van echt wiskundig probleemoplossen.

De resultaten van deze studie tonen aan dat voor een grote meerderheid van de Nederlandse basisschoolleerlingen de *opportunity-to-learn* van probleemoplossen zeer beperkt is. Verder laten de bevindingen net als studie 1 zien dat methodes gebaseerd op verschillende benaderingen van reken-wiskundeonderwijs, ook kunnen verschillen in de *opportunity-to-learn* die ze bieden.

#### Historische vergelijking

Studie 3 (Van Zanten & Van den Heuvel-Panhuizen, 2015) gaat over veranderingen in methodes met de komst van RRWO. De door RRWO beïnvloede methode 'De Wereld in Getallen' (4<sup>e</sup> editie, 2009) werd vergeleken met twee methodes van voor de start van RRWO: 'Functioneel Rekenen' (1958) en 'Nieuw Rekenen' (1969). Onderwerp van het onderzoek was de aanpak van decimale getallen. De methodes werden geanalyseerd op de aanwezigheid van RRWO *learning facilitators* en op inhoud en prestatieverwachtingen die binnen RRWO meer nadruk kregen dan voorheen: meetgetallen als verschijningsvorm van decimale getallen, en hoofdrekenen en schatten met decimale getallen. De methodes bleken sterk te verschillen in de aanwezigheid van meetgetallen als decimale getallen. In 'De Wereld in Getallen' worden decimale meetgetallen ruim gebruikt om begrip te stimuleren, bijvoorbeeld door het continue karakter van decimale getallen te illustreren met meetgetallen. De twee oudere methodes bieden decimale meetgetallen maar weinig aan. Het enige gebruik ervan dat in alle drie de methodes voorkomt, is het gebruik van meetgetallen om de positiewaarde van decimalen toe te lichten.

De overeenstemming van 'De Wereld in Getallen' met RRWO komt ook tot uitdrukking in de ruime aandacht voor hoofdrekenen en schatten met decimale getallen. Hoofdrekenen met decimale getallen is ook aanwezig in de twee oudere methodes, maar substantiële aandacht voor schatten met decimale getallen is er verder alleen in 'Nieuw Rekenen'. Het didactische gebruik van schatten om bij precieze berekeningen met decimale getallen de komma op de juiste plek in het antwoord te zetten, werd overigens aangetroffen in alle drie de methodes (afbeelding 5).

► Afbeelding 5.  
Schaten om de komma op  
de juiste plek te zetten in  
Nieuw Rekenen (1969), klas 5  
(groep 7)

#### Hoe kan dat?

$7,4 \times 7,4$  Uit deze vermenigvuldiging komt *méér* dan 49,  
maar *minder* dan 64.

$$\begin{array}{r} 7,4 \\ 7,4 \times \\ \hline 296 \\ 5180 \\ \hline 54,76 \end{array}$$

Betreffende RRWO *learning facilitators* lieten de bevindingen een wisselend beeld zien. Het gebruik van contexten als uitgangspunt voor het leren van decimale getallen bijvoorbeeld, is alleen aanwezig in 'De Wereld in Getallen', en niet in de twee oudere methodes. De getallenlijn als model

daarentegen wordt niet alleen in 'De Wereld in Getallen' gebruikt, maar ook al in 'Nieuw Rekenen'. Er werden ook RRWO *learning facilitators* in alle drie de methodes aangetroffen, bijvoorbeeld het laten maken van eigen producties door leerlingen.

De resultaten van deze studie laten zien dat ten aanzien van decimale getallen, enerzijds niet alle RRWO-kenmerken aanwezig zijn in 'De Wereld in Getallen', en anderzijds dat bepaalde RRWO-kenmerken al duidelijk aanwezig zijn in de twee methodes die dateren uit de tijd voordat RRWO ontstond. Dit laatste suggereert dat RRWO niet in alle opzichten een breuk met het verleden was.

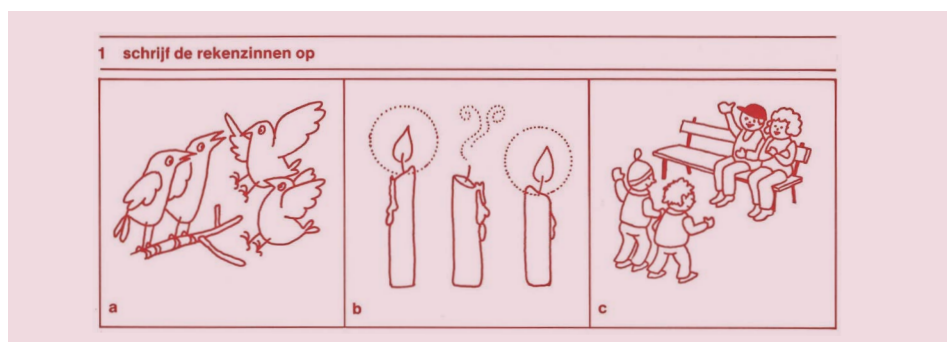
De geschiedenis van RRWO werd verder onderzocht in studie 4 (Van Zanten & Van den Heuvel-Panhuizen, 2021). De benadering van optellen en aftrekken in groep 3, 4 en 5 werd geanalyseerd vanaf de beginjaren van RRWO tot op heden.

Op het niveau van het ideale beoogde curriculum werden drie RRWO-curriculumdocumenten vergeleken: het eerste leerplanoverzicht van 'Wiskobas' (De Jong et al., 1975), de 'Proeve van een nationaal programma voor het rekenonderwijs op de basisschool' (Treffers & De Moor, 1990), en de 'Tussendoelen annex Leerlijnen' (TAL) publicatie over hele getallen in de onderbouw (Treffers, Van den Heuvel-Panhuizen & Buys, 1999). In deze documenten werden vier categorieën *learning facilitators* aangetroffen: het gebruik van de realiteit als bron voor het reken-wiskundeonderwijs, het gebruik van modellen, het gebruik van de eigen inbreng van leerlingen, en het aanbieden van niet-routinematige problemen om reflectie uit te lokken. Aangetroffen verschillen tussen de documenten betroffen met name de voorgestelde modellen. Zo wordt het honderdveld als model expliciet gepromoot in 'Wiskobas', niet langer aanbevolen in de 'Proeve', en ten slotte afgeraden in TAL. De getallenlijn is eerst een streepjesgetallenlijn in 'Wiskobas' en later een lege getallenlijn in de 'Proeve' en TAL. Met de lege getallenlijn kunnen leerlingen onder meer worden ondersteund in het gebruiken van hun eigen constructies van oplossingsstrategieën, een RRWO-kenmerk dat voor het eerst in de 'Proeve' wordt genoemd.

Vervolgens werd geanalyseerd op welke wijze de RRWO-intenties in methodes tot uitdrukking kwamen. Hiervoor werden dertien door RRWO beïnvloede methodes geanalyseerd die verschenen van 1981 tot en met 2019: vijf opeenvolgende edities van 'De Wereld in Getallen' (1981, 1991, 2001, 2009 en 2019), vier edities van 'Pluspunt' (1991, 2000, 2009 en 2019), 'Rekenen & Wiskunde' (1983), 'Wis en Reken' (2000), en twee edities van 'Rekenrijk' (2000 en 2009). De RRWO *learning facilitators* uit 'Wiskobas', de 'Proeve' en TAL bleken over het algemeen aanwezig te zijn in deze methodes en in de meeste gevallen ook te worden gebruikt zoals beschreven in de RRWO-curriculumdocumenten. Voorbeelden hiervan zijn het gebruik van contextsituaties (afbeelding 6), het gebruik van de lege getallenlijn, en het laten maken van eigen producties door leerlingen. In verschillende andere gevallen echter, bleken de methodes af te wijken van de originele RRWO-intenties. Een treffend voorbeeld hiervan is het gebruik van pijlentaal. Alle methodes die pijlentaal aanbieden, doen dit als invuloefening. Dat is vrijwel het tegenovergestelde van de oorspronkelijke bedoeling uit 'Wiskobas', namelijk dat leerlingen zelf actief pijlentaal gebruiken om te noteren wat er wiskundig gezien gebeurt in een situatie.

Uit de bevindingen van deze studie blijkt dat RRWO vijftig jaar lang duidelijk herkenbaar aanwezig was in reken-wiskundemethodes en dat nog steeds is, maar ook dat bij nadere beschouwing de door RRWO beïnvloede methodes op sommige punten sterk afwijken van oorspronkelijke RRWO-intenties.

► Afbeelding 6. Contextsituaties in De Wereld in Getallen (1981), klas 1 (groep 3)



#### Coherentie van het curriculum

Omdat curriculaire coherentie van doorslaggevende betekenis is voor de *opportunity-to-learn* (Schmidt, Houang, & Cogan, 2002), werd de coherentie van het reken-wiskunde curriculum onderzocht in de vijfde studie (Van Zanten & Van den Heuvel-Panhuizen, 2018b). Hiervoor werden

de overeenkomsten en verschillen in kaart gebracht tussen curriculumdocumenten van verschillende niveaus: de Kerndoelen (OCW, 2006), het Referentiekader (OCW, 2009), de Toetswijzers voor eindtoetsen voor het basisonderwijs (CvTE, 2014, 2015), TAL-publicaties (Treffers et al., 1999; Van den Heuvel-Panhuizen, Buys, & Treffers, 2001), en de vier meest gebruikte methodes 'De Wereld in Getallen' (4<sup>e</sup> editie 2009), 'Pluspunt' (3<sup>e</sup> editie, 2009), 'Alles Telt' (2<sup>e</sup> editie, 2009) en 'Rekenrijk' (3<sup>e</sup> editie, 2009).

In grote lijnen bleken de curriculumdocumenten met elkaar overeen te komen. Er werden echter ook duidelijke verschillen vastgesteld. Op het niveau van het beoogde curriculum heeft bijvoorbeeld probleemoplossen een minder prominente plek in het Referentiekader dan in de Kerndoelen. Andere wiskundige competenties uit de Kerndoelen worden zelfs helemaal niet genoemd in het Referentiekader: het stellen van wiskundige vragen en het geven en ontvangen van wiskundige kritiek. De verschillen die optreden op het niveau van het potentieel uitgevoerde curriculum zijn met name verschillen in inhoud en prestatieverwachtingen tussen methodes onderling en tussen methodes en de TAL-documenten, bijvoorbeeld in de rekenprocedures die ze aanbieden en het getallenbereik waarmee die procedures moeten worden uitgevoerd. Deze verschillende uitwerkingen vallen wel allemaal binnen de globale richtlijnen van het beoogde curriculum. Dat geldt niet voor de Centrale Eindtoets, waarin bepaalde prestatieverwachtingen uit het beoogde curriculum niet worden getoetst, zoals het kunnen gebruiken van de rekenmachine en meetinstrumenten. Verder hoeven eindtoetsen niet alle wiskundige competenties uit de Kerndoelen te toetsen, doordat de Toetswijzer enkel is gebaseerd op het Referentiekader.

Een kwestie die in deze studie aan de orde wordt gesteld, is dat het Referentiekader onderscheid maakt tussen twee niveaus, bedoeld voor verschillende groepen leerlingen. Het 'streefniveau' (1S) is bedoeld voor de meerderheid van de leerlingen die doorstromen naar vmbo-t, havo en vwo, en het 'fundamentele niveau' (1F) is bedoeld voor leerlingen waarvoor het 1S-niveau te moeilijk blijkt te zijn en die doorstromen naar vmbo-bb of vmbo-kb (Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen, 2008). Alle vier de methodes bieden opgaven en taken aan op verschillende niveaus van moeilijkheid, die in de loop der leerjaren toewerken naar verschillende eindniveaus. Bijvoorbeeld in 'De Wereld in Getallen' wordt de 'één ster'-leerroute verondersteld te leiden tot beheersing van het 1F-niveau, en de 'twee sterren'-route tot beheersing van het 1S-niveau. Echter, of zulke gedifferentieerde leerroutes daadwerkelijk leiden tot beheersing van de respectievelijke beoogde niveaus is niet bekend. In elk geval wordt tot op heden het 1S-niveau door nog geen vijftig procent van de leerlingen in groep 8 behaald (Inspectie van het Onderwijs, 2020).

Een tweede kwestie betreft de wiskundige competenties, met name probleemoplossen. In de TAL-publicaties wordt het belang van probleemoplossen expliciet benadrukt, maar juist op dit punt wijken de methodes af van TAL. Zoals vastgesteld in studie 2, is er in de methodes maar weinig aandacht voor, wat overigens overeenstemt met de beperkte aandacht voor probleemoplossen in het formele beoogde curriculum.

### **Conclusies**

De resultaten van de studies laten zien dat Nederlandse reken-wiskundemethodes verschillen in inhoud, prestatieverwachtingen en *learning facilitators*. Dat geldt zowel voor een relatief eenvoudig onderwerp als aftrekken tot 100 (studie 1) als voor een complexe vaardigheid als niet-routinematig probleemoplossen (studie 2). Een belangrijke consequentie hiervan is dat niet alle Nederlandse basisschoolleerlingen dezelfde *opportunity-to-learn* wordt geboden. Verschillen in inhoud en prestatieverwachtingen komen voor tussen en binnen methodes (studie 2 en 5), maar ook op het niveau van het formele beoogde curriculum (studie 5). Dat laatste was niet het geval voor de wettelijke vaststelling van het Referentiekader in 2010. De reden dat toen gedifferentieerde doelen werden ingevoerd, was dat het Referentiekader tot doel had de leerresultaten te verbeteren (Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen, 2008). Daarom werd niet alleen het minimumniveau 1F voor (bijna) alle leerlingen gedefinieerd, maar ook, voor een meerderheid van de leerlingen, het hogere na te streven 1S-niveau. Deze tweedeling impliceert echter dat niet alle nastrevenswaardige doelen bedoeld zijn voor alle leerlingen.

Een andere maatregel die destijds werd overwogen was om ook een extra niveau vast te stellen voor halverwege de basisschool of aan het eind van groep 2 (ibid.). Daar werd uiteindelijk niet voor gekozen, omdat dit de kans zou vergroten dat leerlingen al op jonge leeftijd als het ware zouden worden voorgesorteerd naar niveau (ibid.). Paradoxaal genoeg faciliteert de indeling door methodes van opgaven en leerroutes in verschillende niveaus toewerkend naar 1F dan wel 1S

(studie 5) juist zo'n vroegtijdige determinatie. Deze indeling kan immers resulteren in verschillende *opportunity-to-learn* voor verschillende leerlingen en kan bovendien werken als een *self-fulfilling prophecy*. Dit levert een belangrijke vraag op voor vervolgonderzoek, namelijk hoe leraren omgaan met die gedifferentieerde leerroutes. De vraag is of die routes worden gebruikt om vaste niveaugroepen te realiseren, wat kan leiden tot vroege determinatie van jonge leerlingen en daarmee voor sommige leerlingen een mindere *opportunity-to-learn*, of dat hier flexibel mee wordt omgegaan, wat kan leiden tot juist betere *opportunity-to-learn* voor bepaalde leerlingen.

Er zijn meer overeenkomsten tussen methodes en het formele beoogde curriculum dan enkel gedifferentieerde doelen en weinig aandacht voor probleemoplossen. Over het algemeen stemmen methodes overeen met het beoogde curriculum (studie 5), maar niet altijd in alle opzichten (studie 1 en 5). Van invloed op dit laatste blijkt de didactische benadering in een methode. Methodes gebaseerd op verschillende benaderingen van reken-wiskundeonderwijs verschillen niet alleen wat betreft *learning facilitators* (studie 1 en 2), maar ook qua inhoud en prestatieverwachtingen (studie 1, 2 en 3). Dat betekent dat het strikte onderscheid tussen het 'hoe' en het 'wat' waar de Nederlandse overheid naar streeft bij reken-wiskundeonderwijs wel eens niet zo gemakkelijk te maken zou kunnen zijn.

Ten aanzien van het ideale beoogde (RRWO-)curriculum, kan een soortgelijke conclusie worden getrokken als bij het formele beoogde curriculum. Globaal gezien zijn er duidelijke overeenkomsten tussen intenties en uitwerkingen daarvan in methodes (studie 4), maar er zijn ook duidelijke verschillen (studie 3 en 4). RRWO-methodes verschillen in hun overeenstemming met RRWO-intenties en in bepaalde opzichten wijken alle RRWO-methodes af van oorspronkelijke intenties (studie 4). Dat betekent dat op basis van een enkele methode geen algemene uitspraken over RRWO kunnen worden gedaan—hetgeen helaas regelmatig gebeurt.

### **Tot besluit**

Dit onderzoek richtte zich op reken-wiskundemethodes, maar deze staan in de praktijk natuurlijk niet op zichzelf. Vooral de manier waarop de leraar de methode gebruikt bepaalt of de bijdrage aan de *opportunity-to-learn* van de methode ook resulteert in een daadwerkelijke *opportunity-to-learn* in de reken-wiskundeles, en omissies in methodes kunnen door de leraar worden gecompenseerd. Daarvoor is het wel noodzakelijk dat hij of zij zich bewust is van de mogelijkheden en de beperkingen van een methode. Dit kan veel vragen van de vakspecifieke en vakdidactische kennis van leraren, zoals bijvoorbeeld bij inconsistenties tussen strategie en model (studie 1). Het is de vraag of leraren hiervoor voldoende zijn toegerust. Zo liet journalistiek onderzoek zien dat leraren zelf diverse knelpunten aangeven bij het beoordelen van methodes, zoals te weinig tijd, werkdruk, te veel commerciële informatie en een gebrek aan objectieve informatie (Van Nieuwstadt, 2019). Dit impliceert een opdracht aan pabo's en onderwijsadviseurs om (aanstaande) leraren te leren om methodes kritisch te beoordelen ten aanzien van de geboden *opportunity-to-learn*.

Een belangrijke praktische implicatie van dit onderzoek betreft het omgaan met de gedifferentieerde *opportunity-to-learn* die methodes bieden (studie 2 en 5). De indeling van opgaven en leerroutes in verschillende niveaus zou niet moeten worden gebruikt om vaste niveaugroepen te realiseren, want dat kan leiden tot vroege determinatie van jonge leerlingen en daarmee voor sommige leerlingen een mindere *opportunity-to-learn*. Flexibel omgaan met de differentiatie-mogelijkheden van de methode daarentegen kan juist leiden tot een betere *opportunity-to-learn* voor leerlingen.

Specifiek ten aanzien van de *opportunity-to-learn* betreffende probleemoplossen geldt dat, zolang deze in methodes voornamelijk wordt geboden in materialen bedoeld voor de betere leerlingen, van leraren extra inspanningen worden gevraagd om alle leerlingen kansen te bieden om probleemoplossen te leren. Daar zijn overigens verschillende mogelijkheden voor (zie bijvoorbeeld Van Zanten, 2019; Van Zanten & Van den Heuvel-Panhuizen 2019).

De bevindingen van dit onderzoek laten zien dat de methode ertoe doet. De algemene bevinding dat methodes verschillen in de *opportunity-to-learn* die ze bieden en in hun overeenstemming met het beoogde curriculum lijkt op zichzelf niet zo opmerkelijk, maar de implicaties hiervan zijn wel belangrijk. Naast de al genoemde implicaties: als er niet blind op kan worden vertrouwd dat methodes alle wettelijk beoogde inhouden en prestatieverwachtingen aanbieden, blijven analyses van nieuwe methodes noodzakelijk. De studies uit dit onderzoek laten zien dat methodeanalyse een zekere gedetailleerdheid vereist. Een oppervlakkige controle van een methode volstaat niet



om zicht te krijgen op de geboden bijdrage aan de *opportunity-to-learn*. Om een valide oordeel te kunnen vellen over de kwaliteit van een methode is grondig onderzoek nodig. Scholen en leraren zouden geholpen worden als zulk onderzoek vaker zou worden uitgevoerd.

#### Noot

<sup>1</sup> Marc van Zanten deed als buitenpromovendus onderzoek bij het Freudenthal Instituut, onder begeleiding van Marja van den Heuvel-Panhuizen. Het complete proefschrift is te downloaden van <http://dspace.library.uu.nl/handle/1874/399577>

#### Referenties

- Blok, H., & Elshof, D. (2012). *Gebruik, waardering en leeropbrengsten bij Wizwijs, een rekenmethode voor het basisonderwijs*. Amsterdam: Kohnstamm Instituut, Universiteit van Amsterdam.
- Bokhove, J., Van der Schoot, F., & Eggen, T. (1996). *Balans van het rekenonderwijs aan het einde van de basisschool 2. Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau*. Arnhem: Cito
- Cogan, L., & Schmidt, W. (2015). The concept of opportunity to learn (OTL) in international comparisons of education. In K. Stacey & R. Turner (Red.), *Assessing Mathematical Literacy*. (pp. 207-216). Springer, Cham. doi:10.1007/978-3-319-10121-7\_10
- Commissie Parlementair Onderzoek Onderwijsvernieuwingen. (2008). *Tijd voor onderwijs*. Den Haag: Sdu Uitgevers.
- CvTE. (2014). *Toetswijzer eindtoets PO*. Utrecht: College voor Toetsen en Examens.
- CvTE. (2015). *Toetswijzer bij de Centrale eindtoets PO taal en rekenen*. Utrecht: College voor Toetsen en Examens.
- De Jong, R., Treffers, A., & Wijdeveld, E. (Red.) (1975). *Overzicht van wiskundeonderwijs op de basisschool. Leerplanpublicatie 2. Wiskobas Bulletin*, 5(2/3).
- De Vos, W. (1998). *Het methodegebruik op basisscholen*. Maastricht: Shaker Publishing.
- Elliott, S., & Bartlett, B. (2016). *Opportunity to learn*. *Oxford online handbooks*. doi:10.1093/oxford-hb/9780199935291.013.70
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen. (2008). *Over de drempels met taal en rekenen. Hoofdrapport van de Expertgroep Doorlopende Leerlijnen Taal en Rekenen*. Enschede: Auteur.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht/Boston/ London: Kluwer Academic Publishers.
- Goodlad, J. (1979). *Curriculum Inquiry. The study of curriculum practice*. New York, NY: McGraw-Hill.
- Gravemeijer, K., Van den Heuvel-Panhuizen, M., Van Donselaar, G., Ruesink, N., Streefland, L., Vermeulen, W., Te Woerd, D., & Van der Ploeg, D. (1993). *Methoden in het reken-wiskundeonderwijs, een rijke context voor vergelijkend onderzoek*. Utrecht: CD-β Press/Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht.
- Grondwet (2018, 21 december). verkregen van <https://wetten.overheid.nl/BWBR0001840/2018-12-21#Hoofdstuk1>.
- Hadar, L. (2017). Opportunities to learn: Mathematics textbooks and students' achievements. *Studies in Educational Evaluation*, 55, 153–166.
- Haggarty, L., & Pepin, B. (2002). An investigation of mathematics textbooks and their use in English, French and German Classrooms: Who gets an opportunity to learn what? *British Educational Research Journal*, 28(4), 567–590.
- Harskamp, E., & Suhre, C. (1988). Rekenmethoden vergeleken: een effectonderzoek aan het einde van de basisschool. *Pedagogische Studiën*, 65, 208–219.
- Hiebert, J., Gallimore, R., Garnier, H., Givven, K., Hollingsworth, H., Jacobs, J., et al. (2003). *Teaching mathematics in seven countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study*. Washington, DC: U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics.
- Hop, M. (Red.). (2012). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs halverwege de basisschool 5. Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau*. Arnhem: Cito.
- Inspectie van het Onderwijs. (2020). *Peil.Taal en rekenen einde basisonderwijs 2018-2019*. Utrecht: Inspectie van het Onderwijs.
- Janssen, J., Van der Schoot, F., & Hemker, B. (2005). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4. Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau*. Arnhem: Cito.
- Janssen, J., Van der Schoot, F., Hemker, B., & Verhelst, N. (1999). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 3. Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau*. Arnhem: Cito.
- Kraemer, J., Janssen, J., Van der Schoot, F., & Hemker, B. (2005). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs halverwege de basisschool 4. Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau*. Arnhem: Cito.
- Letschert, J. (1998). *Wieden in een geheime tuin. Een studie naar kerndoelen in het Nederlandse basisonderwijs*. Enschede: Nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling SLO.
- Meelissen, M., Netten, A., Drent, M., Punter, R., Droop, M., & Verhoeven, L. (2012). *PIRLS en TIMSS 2011. Trends in leerprestaties in Lezen, Rekenen en Natuuronderwijs*. Enschede/Nijmegen: Twente University/Radboud University.
- OCW. (2006). *Kerndoelen basisonderwijs*. Den Haag: Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen.
- OCW. (2008). *Beleidsreactie 'Tijd voor onderwijs' - brief aan de Tweede Kamer*. Den Haag: Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen.
- OCW. (2009). *Referentiekader taal en rekenen*. Den Haag: Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen.
- OCW. (2019). Kamervragen (Aanhangsel) 2019-2020, nr. 894.

- <https://zoek.officielebekendmakingen.nl/ah-tk-20192020-894.html>
- Mullis, I., Martin, M., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 International results in mathematics*. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center / International Association for the Evaluation of Educational Achievement.
  - Pepin, B., Gueudet, G., & Trouche, L. (2013). Investigating textbooks as crucial interfaces between culture, policy and teacher curricular practice: two contrasted case studies in France and Norway. *ZDM Mathematics Education*, 45(5), 685–698. doi:10.1007/s11858-013-0526-2
  - Rezat, S., Fan, L., Hattermann, M., Schumacher, J., & Wuschke, H. (2019). *Proceedings of the Third International Conference on Mathematics Textbook Research and Development*. Paderborn, Duitsland: Universitätsbibliothek Paderborn.
  - Scheerens, J. (Red.) (2017). *Opportunity to Learn, Curriculum Alignment and Test Preparation*. SpringerBriefs in Education. doi:10.1007/978-3-319-43110-9\_2
  - Scheltens, F., Hemker, B., & Vermeulen, J. (2013). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 5. Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau* Arnhem: Cito.
  - Schmidt, W., Houang, R., & Cogan, L. (2002). A coherent curriculum. The case of mathematics. *American Educator*, 26(2), 1–17.
  - SLO. (2012). *Kerndoelenanalyse Alles Telt*. Enschede: Nationaal expertisecentrum leerplanontwikkeling SLO.
  - Stein, M., Remillard, J., & Smith, M. (2007). How curriculum influences student learning. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1, pp. 319–369). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
  - Stein, M., & Smith, M. (2010). The influence of curriculum on students' learning. In B. Reys, R. Reys & R. Rubenstein (Red.), *Mathematics curriculum. Issues, trends, and future directions* (pp. 351–362). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
  - Travers, K., & Westbury, I. (1989). *The IEA Study of Mathematics I: Analysis of Mathematics Curricula. Supplement*. Urbana-Champaign, IL: University of Illinois at Urbana-Champaign.
  - Treffers, A. (1987). *Three dimensions. A model of goal and theory description in mathematics instruction – The Wiskobas project*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
  - Treffers, A., & De Moor, E. (1990). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool 2. Basisvaardigheden en cijferen*. Tilburg: Zwijnen.
  - Treffers, A., Van den-Heuvel-Panhuizen, M., & Buys, K. (Red.) (1999). *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen annex Leerlijnen. Hele getallen onderbouw basisschool*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
  - Törnroos, J. (2005). Mathematical textbooks, opportunity to learn and student achievement. *Studies in Educational Evaluation*, 31(4), 315–327.
  - Valverde, G., Bianchi, L., Wolfe, R., Schmidt, W., & Houang, R. (2002). *According to the book. Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.
  - Van den Akker, J. (2003). Curriculum perspectives: An introduction. In J. van den Akker, W. Kuiper & U. Hameyer (Eds.), *Curriculum landscapes and trends* (pp. 1–10). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
  - Van den Brink, J. (1989). *Realistisch rekenonderwijs aan jonge kinderen*. Utrecht: Universiteit Utrecht.
  - Van den Ham, A., & Heinze, A. (2018). Does the textbook matter? Longitudinal effects of textbook choice on primary school students' achievement in mathematics. *Studies in Educational Evaluation*, 59, 133–140.
  - Van den Heuvel-Panhuizen, M., Buys, K., & Treffers, A. (Red.) (2001). *Kinderen leren rekenen. Tussendoelen annex Leerlijnen. Hele getallen bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters-Noordhoff
  - Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2020). Realistic Mathematics Education. In S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of mathematics education*. Cham, Switzerland: Springer. doi:10.1007/978-3-030-15789-0\_170
  - Van Nieuwstadt, M. (2019). Keuzestress op de schoolboekenmarkt. *Onderwijsblad*, 2019-02, 32–36.
  - Van Zanten, M. (2019). Probleemoplossen voor alle leerlingen. Stimuleren van wiskundig redeneren. *Volgens Bartjens*, 38(5), 4–8.
  - Van Zanten, M. (2020). Opportunities to learn offered by primary school mathematics textbooks in the Netherlands. Utrecht: Universiteit Utrecht, Faculteit Bètawetenschappen, Freudenthal Instituut. doi:10.33540/81
  - Van Zanten, M., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2014). Freedom of design: The multiple faces of subtraction in Dutch primary school textbooks. In Y. Li, & G. Lapan (Red.), *Mathematics Curriculum in School Education* (pp. 231–259). Dordrecht/Heidelberg/New York/London: Springer.
  - Van Zanten, M., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2015). Past and current approaches to decimal numbers in Dutch primary school mathematics textbooks. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(3–4), 57–82.
  - Van Zanten, M., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2018a). Opportunity to learn problem solving in Dutch primary school mathematics textbooks. *ZDM Mathematics Education*, 50(5), 827–838.
  - Van Zanten, M., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2018b). Primary school mathematics in the Netherlands. The perspective of the curriculum documents. In D. Thompson, M. Huntley, & C. Suurtamm (Red.), *International perspectives on mathematics curriculum* (pp. 9–30). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
  - Van Zanten, M., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2019). Probleemoplossen in reken-wiskunde-methodes, Het gereedschap van de vakman / vakvrouw. *Volgens Bartjens*, 38(3), 22–27.
  - Van Zanten, M., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2021). Mathematics curriculum reform and its implementation in textbooks: Early addition and subtraction in Realistic Mathematics Education. *Mathematics*, 9, 752. doi:10.3390/math9070752

*The aim of the PhD-study described in this article was to get a better understanding of Dutch primary school mathematics textbooks regarding their contribution to the opportunity-to-learn. To this end, textbooks based on different didactical approaches and published in different time periods were studied on three features: the included learning content, the articulated performance expectations, and the incorporated learning facilitators. The research revealed that textbooks differ on all three features and in their alignment with the legally established intended curriculum of the Netherlands. An important implication of the difference in learning opportunities is that not all students are exposed to the same content and performance expectations. This is even the case when students are taught with the same textbook, because due to the organizational structure of textbooks, not all students are presented all parts of them.*