

Aftrekopgaven: rijgen of aanvullen?

Er bestaan verschillende strategieën om aftrekopgaven zoals 812-784 op te lossen. In de huidige studie staan de strategieën rijgen (stapsgewijs aftrekken van 784) en aanvullen (optellen vanaf 784) centraal. De onderzoeksvraag is in hoeverre leerlingen hun strategie adaptief kiezen: de ‘beste’ strategie kiezen voor de getalskenmerken van de opgave en voor hun eigen efficiëntie in het uitvoeren van elk van de strategieën.

Een groep van 124 leerlingen uit groep 6 maakte verschillende aftrekopgaven in één keuzeconditie waarbij zij zelf mochten kiezen tussen rijgen en aanvullen, en in twee geenkeuze-condities waarbij zij respectievelijk verplicht moesten rijgen of verplicht moesten aanvullen. Ook werden de leerlingen random toegewezen aan verplicht in het hoofd rekenen (zonder papier), verplicht op papier rekenen of een vrije keuze daartussen. De resultaten lieten zien dat één derde deel van de leerlingen adaptief wisselde tussen rijgen en aanvullen afhankelijk van de getalskenmerken van de opgave, terwijl de rest vrij consistent één van beide strategieën gebruikte. Leerlingen waren meer geneigd tussen de strategieën te wisselen wanneer ze uit het hoofd moesten rekenen dan wanneer ze op papier mochten of moesten rekenen. Gemiddeld genomen waren leerlingen adaptief naar hun eigen snelheidsverschil tussen de twee strategieën maar niet naar het prestatieverschil. Al met al blijken Nederlandse leerlingen de strategie aanvullen efficiënt en tot op zekere hoogte adaptief te kunnen gebruiken, maar zijn er grote individuele verschillen hierin.

Inleiding

Volwassenen en kinderen gebruiken verschillende strategieën om rekenopgaven op te lossen. Om meercijferige aftrekopgaven zoals 812-784 op te lossen zonder het onder elkaar uit te rekenen bestaan onder andere de strategieën rijgen (het stapsgewijs aftrekken van 700, 80 en 4), splitsen (het opsplitsen van beide getallen in honderdtallen, tientallen en eenheden, dus 800-700; 10-80 en 2-4) en varia-strategieën zoals aanvullen (het bepalen hoeveel er bij 784 moet worden opgeteld tot 812 bereikt is) en compenseren (waarbij de aftrekker naar boven wordt afgerond, dus 812-800) (Beishuizen, 1993; Blöte, van der Burg, & Klein, 2001). Rijgen is de standaardstrategie in de meestgebruikte Nederlandse rekenmethoden (Van Zanten & van den Heuvel-Panhuizen, 2014).

Marian Hickendorff,
Universiteit Leiden

Hickendorff, M. (2021). Aftrekopgaven: rijgen of aanvullen? *Volgens Bartjens – ontwikkeling en onderzoek*, 40(3), 41-52

Splitsen wordt nauwelijks aangeboden als strategie voor aftrekken omdat het rekenen met tekorten nodig kan zijn en dat is erg foutgevoelig. Varia-strategieën zoals aanvullen en compenseren krijgen beperkt aandacht (Mostert, 2015). In de huidige studie staan de strategieën *rijgen* als standaard-strategie en *aanvullen* als efficiënt alternatief, vooral als het verschil tussen de twee getallen klein is (Torbeys, De Smedt, Stassens, Ghesquière, & Verschaffel, 2009), centraal.

Die variëteit in strategiegebruik is gerelateerd aan *adaptieve expertise*: het vermogen om rekenopgaven flexibel en adaptief op te lossen (Baroody, 2003; Hatano, 2003; McMullen et al., 2016; Verschaffel, Luwel, Torbeys, & Van Dooren, 2009). Flexibiliteit betreft het beschikken over een repertoire van betekenisvolle strategieën terwijl adaptiviteit gaat over het selecteren van de ‘beste’ strategie. Het tegenovergestelde van adaptieve expertise is routine-expertise: het niet-flexibel toepassen van standaardstrategieën. In rekenonderwijs in binnen- en buitenland is het bereiken van adaptieve expertise een belangrijke ambitie geworden (Sievert, van den Ham, Niedermeyer, & Heinze, 2019), omdat het onder andere een indicator is van dieper begrip en een sleutelrol speelt in de ontwikkeling van latere reken-wiskundecompetentie (Kieran, 1992; Star, Pollack, et al., 2015; Xu et al., 2017). In het Nederlands onderwijs heeft kerndoel 29 betrekking op adaptieve expertise: ‘De leerlingen leren handig optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen’ (OCW, 2006). In de Tussendoelen Annex Leerlijnen (TULE) heeft de SLO dat voor groep 5/6 uitgewerkt als het handig aftrekken met strategieën zoals rijgen, aanvullen, splitsen, compenseren, terugtellen en analogie-rekenen (<https://tule.slo.nl/RekenenWiskunde/F-L29.html>).

Omdat aanvullen vooral efficiënt is als het verschil tussen de twee getallen klein is, kan adaptieve expertise bij aftrekopgaven zich manifesteren als het kiezen voor de strategie aanvullen bij opgaven met een klein verschil. Daarnaast is het van belang dat dit ook voor de desbetreffende leerling de beste, meest efficiënte, strategie is: dat de strategie *voor hem of haar* het snelst tot het goede antwoord leidt. Hoewel uit eerder onderzoek is gebleken dat volwassenen de strategie aanvullen efficiënt en adaptief kunnen inzetten (Torbeys, de Smedt, Peters, Ghesquière, & Verschaffel, 2011; Torbeys, De Smedt, Stassens, et al., 2009) laten studies bij kinderen een ander beeld zien. Basis-schoolleerlingen in Nederland, Vlaanderen en Duitsland zijn niet erg geneigd naar de strategie aanvullen te wisselen als het verschil tussen de twee getallen klein is (Heinze, Marschick, & Lipowsky, 2009; Hickendorff, 2018; Selter, 2001; Torbeys, Hickendorff, & Verschaffel, 2017). Er is echter één uitzondering: in een onderzoek met een andere methodologie bleken Vlaamse leerlingen uit het zesde leerjaar, groep 8 in het Nederlandse systeem, de strategie aanvullen ook efficiënt en adaptief te kunnen gebruiken, net als volwassenen (Torbeys, Peters, De Smedt, Ghesquière, & Verschaffel, 2018). Het doel van de huidige studie is dan ook met diezelfde methodologie te onderzoeken in hoeverre Nederlandse leerlingen de strategie aanvullen efficiënt en adaptief kunnen gebruiken. Daarbij ligt de focus op leerlingen die nog niet onder elkaar hebben leren aftrekken (kolomsgewijs of cijferend). Daarom is gekozen voor leerlingen uit het begin van groep 6.

De andere methodologie die in het Vlaamse onderzoek is gebruikt is het keuze/geenkeuze-design (Luwel, Onghena, Torbeys, Schillemans, & Verschaffel, 2009; Siegler & Lemaire, 1997). Proefpersonen doorlopen verschillende soorten condities. Ten eerste de keuzeconditie, waarin zij vrij kunnen kiezen tussen een aantal (meestal twee) vooraf bepaalde strategieën. Zo kan inzicht worden verkregen in het repertoire van strategieën en in hoeverre de strategiekeuze afhangt van getalskenmerken van de opgaven (adaptiviteit naar opgavekenmerken). De keuzeconditie is echter niet geschikt om de strategie-efficiëntie vast te stellen. De efficiëntie wordt namelijk vertekend door selectie-effecten: een strategie kan bijvoorbeeld efficiënter lijken dan hij is, omdat vooral betere leerlingen deze strategie kiezen, of doordat de strategie vooral op makkelijkere opgaven wordt toegepast. De geenkeuze-condities dienen om deze vertekeningen en uit te sluiten. In de geenkeuze-condities moeten de proefpersonen alle opgaven met een vooraf vastgestelde strategie oplossen. Door op die manier alle proefpersonen op alle opgaven dezelfde strategie te laten gebruiken kunnen er geen selectie-effecten optreden. Elke proefpersoon doorloopt minstens twee geenkeuze-condities, voor elke vooraf vastgestelde strategie uit de keuzeconditie één. Op die manier kan voor elke leerling op elke opgave worden vastgesteld welke strategie het meest efficiënt is. Vervolgens kan gekeken worden of de leerling ook voor de meest efficiënte strategie heeft gekozen in de keuzeconditie (adaptiviteit naar individuele strategie-efficiëntie).

In vrijwel alle onderzoeken die gedaan zijn naar het (adaptief) gebruik van de strategie aanvullen moesten de proefpersonen verplicht uit het hoofd rekenen en mochten zij dus geen uitrekenpapier gebruiken. Het opschrijven van tussenstappen of berekeningen heeft echter effect op het oplossingsproces: het kan het werkgeheugen ontlasten en het oplossingsproces structureren (Ruthven,

1998). Uit onderzoek bij deelopgaven blijkt inderdaad dat het oplossingsproces beïnvloed wordt door het op papier of in het hoofd rekenen (Fagginger Auer, Hickendorff, & van Putten, 2016; Hickendorff, van Putten, Verhelst, & Heiser, 2010). Bovendien is in het Nederlandse rekenonderwijs het hoofdrekenen verschoven van rekenen *in* het hoofd naar rekenen *met* het hoofd. Zo mag bijvoorbeeld in de Centrale Eindtoets PO bij alle opgaven papier gebruikt worden (par 3.1.7 van de Toetswijzer; CvTE, 2015). De restrictie van eerder onderzoek tot enkel in het hoofd rekenen geeft dus mogelijk een eenzijdige blik en sluit bovendien niet aan bij het Nederlands rekenonderwijs. Daarom is in de huidige studie een breder scala aan omstandigheden opgenomen en systematisch vergeleken: verplicht in het hoofd rekenen zonder papier, verplicht op papier rekenen en de vrije keuze daartussen.

De onderzoeksvragen die in de huidige studie centraal staan zijn:

1. *Wat is het repertoire en frequentie van gebruik van strategieën voor meercijferige aftrek-opgaven en in hoeverre wordt dat beïnvloed door hoofdrekenen/op papier rekenen?*
De hypothese was dat de meest leerlingen aanvullen in hun repertoire hebben maar dat rijgen de meest gebruikte strategie is (Hickendorff, 2018; Selter, 2001; Torbeyns, De Smedt, Ghesquière, & Verschaffel, 2009; Torbeyns et al., 2018). Verder was de verwachting dat aanvullen minder vaak gebruikt wordt wanneer op papier gerekend mag of moet worden omdat de varia-strategieën vaker bij hoofdrekenen gebruikt worden dan bij schriftelijk rekenen (Blöte et al., 2001; Fagginger Auer et al., 2016; Hickendorff et al., 2010).
2. *Wat is het verschil in efficiëntie tussen rijgen en aanvullen en in hoeverre wordt dat beïnvloed door hoofdrekenen/op papier rekenen?* De hypothese was dat aanvullen minstens even accuraat maar sneller is dan rijgen, vooral op opgaven met een klein verschil (Torbeyns et al., 2018). Ook was de verwachting dat dit snelheidsvoordeel minder zou zijn als op papier gerekend mag of moet worden (Fagginger Auer et al., 2016; Hickendorff et al., 2010).
3. *In hoeverre kiezen leerlingen hun strategieën adaptief naar getalskenmerken van de opgave en in hoeverre wordt dat beïnvloed door hoofdrekenen/op papier rekenen?* De hypothese was dat aanvullen gemiddeld vaker wordt gebruikt op opgaven met een klein verschil dan met een groot verschil (Torbeyns et al., 2011; Torbeyns, De Smedt, Stassens, et al., 2009) maar dat hierin flinke verschillen tussen leerlingen zullen zijn (Hickendorff, Torbeyns, & Verschaffel, 2018; Torbeyns et al., 2017). Verder was de verwachting dat deze adaptiviteit lager is wanneer op papier gerekend mag of moet worden, omdat het voordeel van een handige strategie zoals aanvullen lager is wanneer de rekenstappen op papier gezet kunnen worden (Ruthven, 1998).
4. *In hoeverre kiezen leerlingen hun strategieën adaptief naar hun eigen strategie-efficiëntie en in hoeverre wordt dat beïnvloed door hoofdrekenen/op papier rekenen?* De hypothese was dat leerlingen zowel het verschil in accuratesse als in snelheid tussen rijgen en aanvullen zouden meenemen in hun strategiekeuze (Torbeyns et al., 2018) en dat snelheid relatief minder belangrijk wordt als leerlingen op papier mogen of moeten rekenen (Fagginger Auer et al., 2016).

Methode

Proefpersonen

Aan het onderzoek namen 124 leerlingen uit groep 6 (gemiddelde leeftijd 9,5 jaar; 68 meisjes) van 12 verschillende scholen in Nederland deel. Het onderzoeksprotocol was goedgekeurd door de Commissie Ethiek van het Instituut Pedagogische Wetenschappen van de Universiteit Leiden (ECPW2016-128). Van de deelnemende leerlingen is de meest recente score op de Cito LVS-toets rekenen-wiskunde opgevraagd: 14 leerlingen (11,3%) scoorden in niveau V, 15 leerlingen (12,1%) scoorden in niveau IV, 24 leerlingen (19,4%) scoorden in niveau III, 29 leerlingen (23,4%) scoorden in niveau II en 34 leerlingen (27,4%) scoorden in niveau I. Van 8 leerlingen was geen LVS-score bekend.

Materialen en design

Alle leerlingen kregen drie parallelle sets van 13 aftrekopgaven onder de 1000 aangeboden. Net als in het onderzoek van Torbeyns en collega's (2018) waren er vijf klein-verschil opgaven zoals 903-886, vijf groot-verschil opgaven zoals 502-18 en drie buffer-opgaven zoals 554-268. In alle opgaven

► Afbeelding 1. Strategie-instructiekaarten voor rijgen en aanvullen

vindt overschrijding van tientallen en eenheden plaats. De drie parallelle sets zijn gematched qua moeilijkheidsgraad en voor elke set zijn twee random volgordes gecreëerd. De buffer-opgaven zijn in de analyses en resultaten niet meegenomen.

Alle leerlingen kregen de drie sets van opgaven aangeboden verdeeld over drie condities. Over alle leerlingen heen werd elke opgaveset in elke conditie gebruikt. Er werd altijd begonnen met de keuzeconditie waarbij leerlingen konden kiezen tussen rijgen en aanvullen. Daarna volgden twee geen-keuzecondities: verplicht rijgen en verplicht aanvullen. De volgorde van de twee geen-keuzecondities werd afgewisseld tussen de leerlingen. De drie condities vonden op drie verschillende dagen plaats. De strategieën rijgen en aanvullen werden uitgelegd op twee voorbeeldopgaven aan de hand van verbale instructies en visuele ondersteuning in de vorm van strategie-instructiekaarten (afbeelding 1).



Daarnaast werd elke leerling random toegewezen aan één van drie condities: verplicht in het hoofd rekenen zonder papier (HR-conditie; $n = 41$), een vrije keuze tussen hoofdrekenen en op papier rekenen (H/P-conditie; $n = 43$) of verplicht op papier rekenen (PP-conditie, $n = 39$). De instructies voor de HR-conditie waren 'Je mag bij het uitrekenen van de opgaven geen tussenstappen opschrijven, alleen het antwoord. Je moet dus uit het hoofd rekenen.' De instructies bij de H/P-conditie waren 'Je mag zelf weten of je de opgave uit het hoofd uitrekent, of dat je het rekenboekje als uitrekenpapier wilt gebruiken.' De instructies bij de PP-conditie waren 'Je moet bij het maken van de opgaven opschrijven hoe je de opgaven hebt uitgerekend. Schrijf de stappen zo op dat een ander kind uit je klas kan begrijpen wat je hebt gedaan.'

Procedure

Leerlingen werden één-op-één getest in een rustige ruimte buiten de klas. In alle condities kregen de leerlingen de instructie zo snel en goed mogelijk te rekenen. Elke opgave stond op een aparte bladzijde. De toetsleider hield de tijd tussen het omdraaien van de bladzijde en het opschrijven van het antwoord op de antwoordstreep bij met een stopwatch en noteerde deze oplossingstijd. Nadat de leerling het antwoord had opgeschreven controleerde de toetsleider of de strategie te identificeren was uit de schriftelijke uitwerking (PP- en H/P-condities). In het geval dat dit niet duidelijk was, en altijd in de HR-conditie, werd de leerling gevraagd te vertellen hoe hij/zij het antwoord had uitgerekend. Deze verbale rapportages werden opgenomen en gecodeerd. Alle strategieën zijn gecodeerd als rijgen, aanvullen of anders (bijvoorbeeld splitsen).

Resultaten

Repertoire en frequentie van gebruikte strategieën

In de keuzeconditie gebruikten 52 leerlingen (42%) nooit de strategie aanvullen. De overige 72 leerlingen (58%) gebruikten aanvullen minstens één keer; 16 van hen gebruikten aanvullen op alle tien de opgaven. Gemiddeld genomen werd rijgen ($M = 6,10$; $SD = 3,71$) vaker gebruikt dan aanvullen ($M = 3,35$; $SD = 3,67$), $t(123) = 4,236$; $p < 0,001$. De frequentie van het gebruik van aanvullen verschilde niet tussen settings (PP: $M = 2,56$; $SD = 3,61$; H/P: $M = 3,65$; $SD = 3,85$; HR: $M = 3,85$; $SD = 3,48$), $F(2,121) = 1,479$; $p = 0,232$.

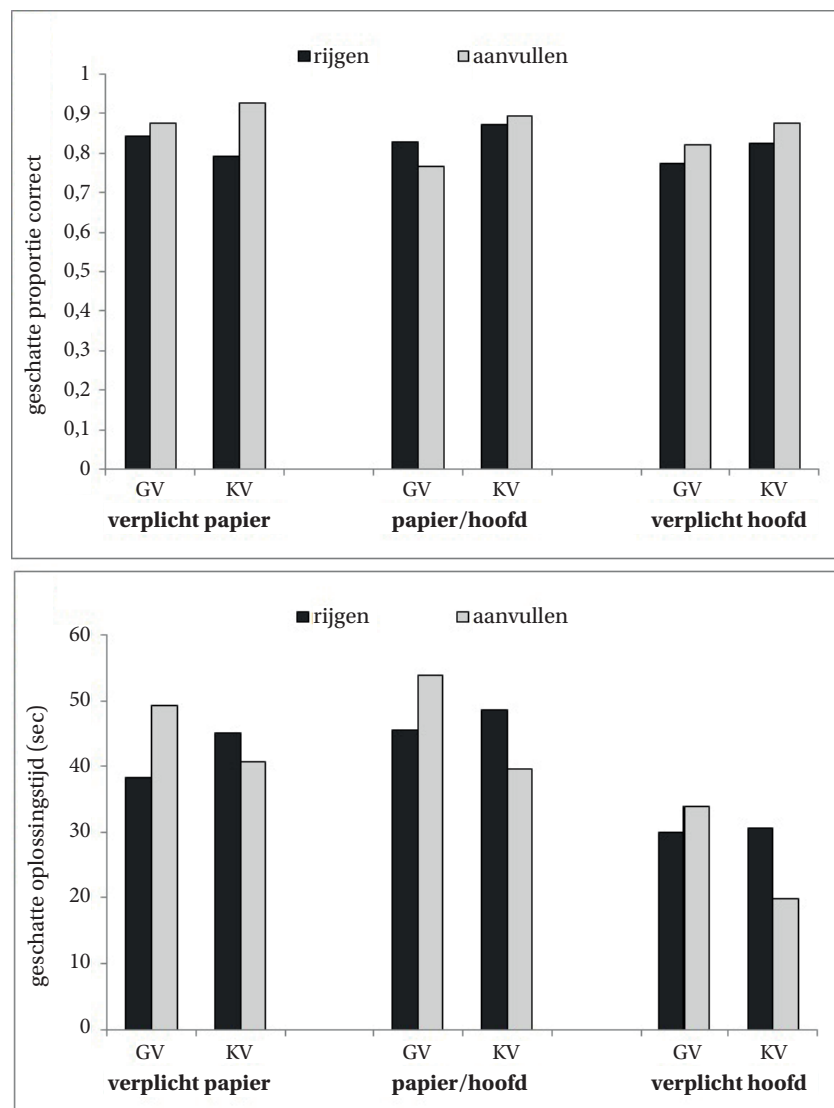
Strategie-efficiëntie

Twee leerlingen hebben de geenkeuze-condities niet afgemaakt en zijn uitgesloten van verdere analyses. Nog eens vier leerlingen zijn uitgesloten omdat zij op minstens acht van de tien opgaven niet de verplichtgestelde strategie hebben gebruikt maar een andere strategie zoals splitsen. Ten slotte zijn 14 oplossingen waar leerlingen niet de verplichtgestelde strategie hebben gebruikt uitgesloten. De analyses zijn gebaseerd op 2346 oplossingen van 118 leerlingen. De uitgevoerde statistische analyses zijn multilevel regressieanalyses, die rekening houden met het feit dat opgaven genest zijn binnen leerlingen en leerlingen binnen klassen. Omdat accuratesse een dichotome (0/1) variabele is, betreft het voor de analyses naar accuratesse bovendien multilevel logistische regressieanalyses. Voor verdere details zie Hickendorff (2020).

Accuratesse

Verschillende multilevel logistische regressiemodellen zijn geschat met effecten voor verplichte strategie (rijgen, aanvullen), opgavetype (klein verschil, groot verschil) en papier-/hoofdrekensetting (PP, H/P, HR). Het eindmodel bevatte alle hoofdeffecten en de tweeweg-interactie tussen verplichte strategie en opgavetype en de tweeweg-interactie tussen verplichte strategie en setting. De bovenste grafiek in afbeelding 2 geeft de geschatte accuratesse (proportie correct) weer voor alle combinaties van verplichte strategie, opgavetype en setting. Post-hoc analyses wezen uit dat er geen verschil was in accuratesse tussen rijgen en aanvullen, behalve op de opgaven met een klein verschil in de verplicht-papier setting, waar aanvullen significant vaker tot het goede antwoord leidde dan rijgen.

► Afbeelding 2. Strategie-efficiëntie in de geenkeuze-condities per opgavetype (GV = groot verschil; KV = klein verschil) en papier-/hoofdrekensetting. Bovenste grafiek: accuratesse. Onderste grafiek: snelheid



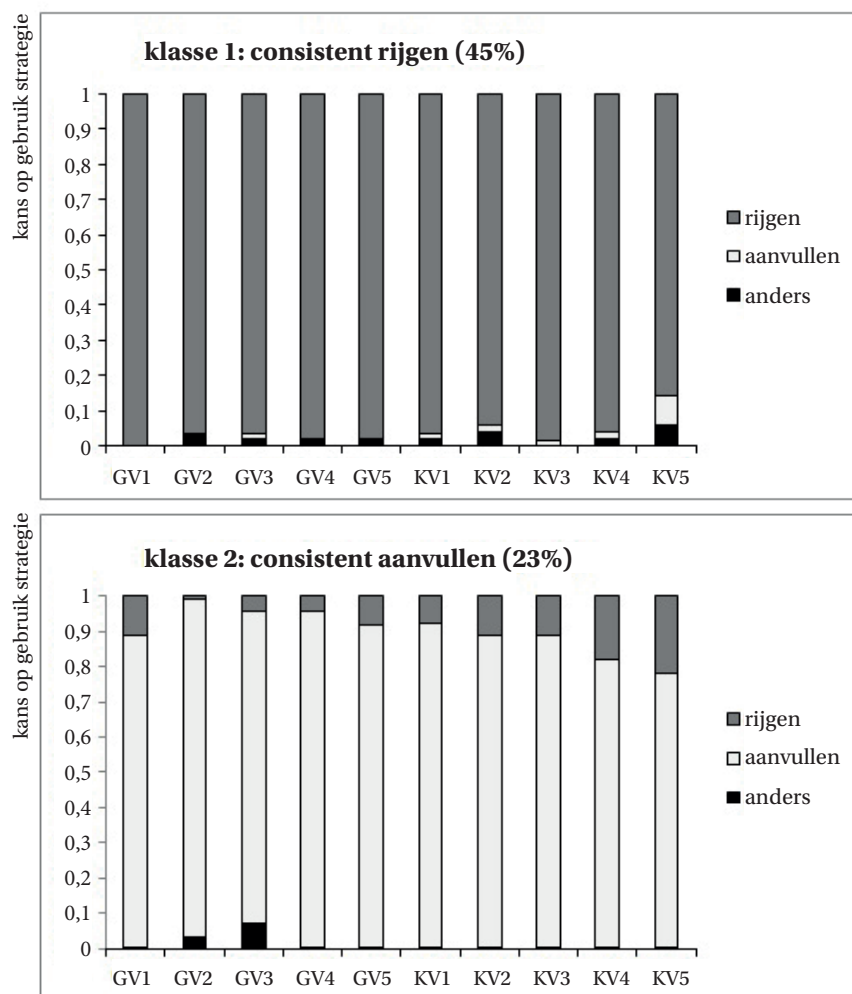
Snelheid

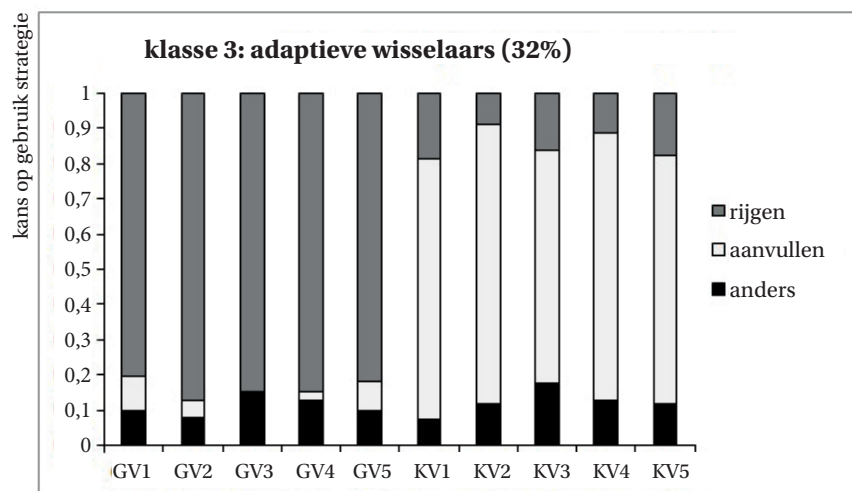
Verschillende multilevel regressiemodellen zijn geschat met effecten voor verplichte strategie (rijgen, aanvullen), opgavetype (klein verschil, groot verschil) en papier-/hoofdrekensetting (PP, H/P, HR). Het eindmodel bevatte alle hoofdeffecten en alle tweeweg-interacties. De onderste grafiek in afbeelding 2 geeft de geschatte oplossingstijd weer voor alle combinaties van verplichte strategie, opgavetype en setting. Post-hoc analyses wezen uit dat in elke setting aanvullen sneller was dan rijgen op de klein-verschil opgaven en dat dit snelheidsvoordeel opliep van verplicht op papier naar verplicht hoofdrekenen. Op de groot-verschil opgaven daarentegen was rijgen sneller dan aanvullen; dit snelheidsvoordeel liep af van verplicht op papier naar verplicht hoofdrekenen.

Adaptiviteit naar opgavekenmerken

In de keuzeconditie werd aanvullen significant vaker gebruikt op de klein-verschilopgaven ($M = 2,22$; $SD = 2,18$) dan op de groot-verschilopgaven ($M = 1,14$; $SD = 1,97$), $t(123) = 6,174$; $p < 0,001$. Dus gemiddeld genomen pasten leerlingen hun strategiegebruik aan de getalskenmerken van de opgave aan. Maar het analyseren van gemiddelden kan belangrijke verschillen tussen leerlingen ondersnemen (Hickendorff, Edelsbrunner, McMullen, Schneider, & Trezise, 2018). Om deze individuele verschillen tussen leerlingen in kaart te brengen is een latenteklasseeanalyse uitgevoerd: een statistische techniek om subgroepen van leerlingen (latente klassen) te identificeren die een vergelijkbaar patroon van strategiegebruik over de tien opgaven heen laten zien. Een model met drie latente klassen had de beste passing met de data en was goed interpreteerbaar.

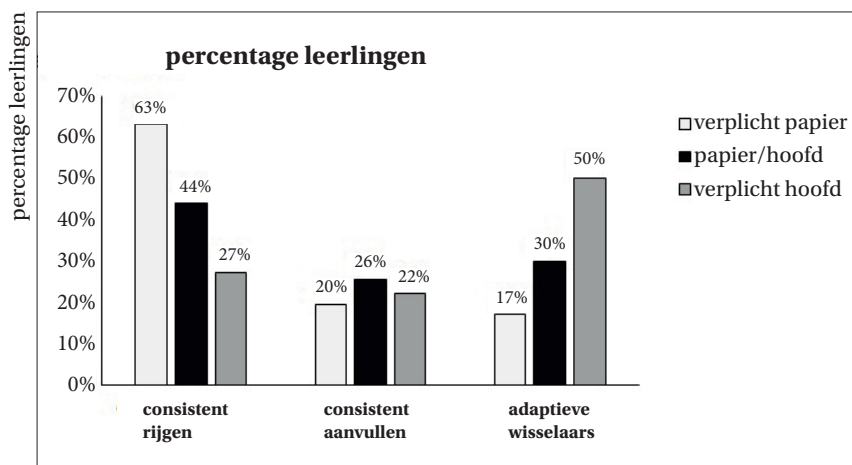
► Afbeelding 3. Kans op gebruik strategie per opgave (GV = groot verschil, KV = klein verschil) in de drie latente klassen





In afbeelding 3 staat het patroon van strategiekeuze voor elk van de drie latente klassen. Leerlingen in de eerste klasse, 45% van alle leerlingen, hadden op elke opgave een hele hoge kans om de strategie rijgen te gebruiken. Deze klasse krijgt daarom het label 'Consistent gebruik van rijgen.' Leerlingen in de tweede klasse (23%) hadden op elke opgave een hele hoge kans om de strategie aanvullen te gebruiken. Deze klasse krijgt daarom het label 'Consistent gebruik van aanvullen.' Leerlingen in de derde klasse ten slotte (33%) hadden een hoge kans om rijgen te gebruiken op de opgaven met een groot verschil en aanvullen op de opgaven met een klein verschil. Deze subgroep van leerlingen wisselde hun strategiekeuze dus adaptief naar de getalskenmerken van de opgave en krijgt daarom het label 'Adaptieve strategiewisselaars.' De latenteklasseanalyse gaf dus een belangrijk aanvullend inzicht dat bij het analyseren van enkel de gemiddelden onzichtbaar was gebleven: de bevinding dat aanvullen vaker wordt gebruikt op klein-verschilopgaven dan op groot-verschilopgaven is slechts toe te schrijven aan één derde deel van de leerlingen; de meerderheid is heel consistent in het strategiegebruik over de verschillende opgaven heen.

► Afbeelding 4. Omvang van de drie strategieklassen per papier-/hoofdrekenstelling



Vervolgens bleek dat papier/hoofdrekenstelling significant samenhang met het vóórkomen van elk van de drie latente strategieklassen. Zoals afbeelding 4 laat zien kwam de 'Consistent rijgen' klasse het vaakst voor in de verplicht-papier-setting en het minst vaak in de hoofdrekenstelling. Het voorkomen van de 'Adaptieve strategiewisselaars' vertoonde het omgekeerde patroon: dit patroon kwam het vaakst voor in de hoofdreken-setting en het minst vaak in de verplicht-papier-setting. Het voorkomen van de 'Consistent aanvullen' klasse was zo goed als onaangedaan door papier-/hoofdrekenstelling.

Adaptiviteit naar individuele strategie-efficiëntie

Als eerste zijn accuratesse en snelheid apart geanalyseerd. De correlatie tussen enerzijds de frequentie van aanvullen in de keuzeconditie en anderzijds het verschil in accuratesse tussen verplicht aanvullen en verplicht rijgen in de geenkeuzecondities (positieve waarden als aanvullen accurater was dan rijgen) was niet significant $r(116) = 0,109$; $p = 0,241$. Als de correlaties werden uitgesplitst naar papier-/hoofdrekensettings waren de verschillen tussen de settings niet significant. Oftewel: in elk van de papier-/hoofdrekensettings hing de keuze van een leerling voor aanvullen niet samen met zijn/haar individuele verschil in accuratesse tussen aanvullen en rijgen.

Voor snelheid werd wel een significante correlatie gevonden tussen enerzijds de frequentie van aanvullen in de keuzeconditie en anderzijds het verschil in snelheid tussen verplicht aanvullen en verplicht rijgen in de geenkeuzeconditie (positieve waarden als aanvullen sneller was dan rijgen): $r(116) = 0,584$; $p < 0,001$. Ook deze correlatie verschilde niet tussen de papier/hoofdrekensettings. Dus in elk van de papier-/hoofdrekensettings kozen leerlingen vaker voor aanvullen als dat voor hen een snellere strategie was dan rijgen.

Ten tweede zijn accuratesse en snelheid gecombineerd. Voor elke leerling is voor elke opgave in de keuzeconditie bepaald wat de 'beste' strategie was door de efficiëntie met verplicht aanvullen en verplicht rijgen op de parallelle opgaven in de geenkeuzecondities te vergelijken. In totaal zijn 1125 oplossingen geanalyseerd. In 308 gevallen leidde slechts één strategie tot het juiste antwoord en de andere niet: in 160 van deze gevallen werd deze accurate strategie gekozen (adaptief naar accuratesse). In 744 gevallen leidden beide strategieën tot het correcte antwoord: in 509 van deze gevallen werd de snelste strategie gekozen (adaptief naar snelheid). In de resterende 81 gevallen leidden beide strategieën tot een fout antwoord en was het onmogelijk om te bepalen wat de beste strategie was. In totaal waren 669 (59,4%) strategiekeuzes adaptief, tegenover 383 (34,0%) tegen-adaptieve keuzes, dat wil zeggen de strategie die tot een fout antwoord leidde terwijl de andere strategie tot het goede antwoord leidde, of in het geval dat beide strategieën tot het goede antwoord leidden de langzaamste strategie. Er was geen significant verschil tussen de papier/hoofdrekensettings in het aantal adaptieve keuzes (HR: $M = 5,05$; $SD = 2,52$; H/P: $M = 5,71$; $SD = 2,46$; PP: $M = 6,20$; $SD = 2,20$), $F(2,115) = 2,21$; $p = 0,114$. Het maakte voor het adaptief kiezen naar de eigen individuele strategie-efficiëntiekenmerken dus geen verschil of er op papier of uit het hoofd gerekend moest worden.

Conclusies en discussie

Het doel van deze studie was in kaart brengen in hoeverre leerlingen uit groep zes bij het oplossen van meercijferige aftrekopgaven adaptief kiezen tussen de strategieën rijgen en aanvullen. De laatste strategie is vooral efficiënt op opgaven met een klein verschil. Eerder onderzoek liet zien dat hoewel volwassenen de strategie aanvullen efficiënt en adaptief gebruiken, basisschoolleerlingen dit veel minder doen. Het huidige onderzoek was enerzijds een replicatie van Vlaams onderzoek bij leerlingen uit het zesde leerjaar (groep acht) die in een zogenaamd keuze/geenkeuzedesign de strategie aanvullen ook efficiënt en adaptief bleken te gebruiken (Torbeys et al., 2018). Daarnaast stond een andere factor centraal: of de opgaven verplicht in het hoofd, verplicht op papier of met een vrije keuze daartussen uitgerekend moesten worden.

De resultaten van de huidige studie lieten ten eerste zien dat de meerderheid van de leerlingen de strategie aanvullen in hun repertoire had en dat één derde deel van de opgaven met aanvullen werd opgelost. Er was hierin geen verschil tussen de papier-/hoofdrekensettings. Deze frequenties zijn vergelijkbaar met de resultaten van de Vlaamse studie maar liggen hoger dan in andere studies. Een mogelijke verklaring voor deze hogere frequenties ligt mogelijk in het 'didactisch contract' over welke strategieën gebruikt mogen worden (Verschaffel, Greer, & De Corte, 2007; Verschaffel et al., 2009). In de keuzeconditie wordt de strategie aanvullen expliciet als geschikte strategie aangeboden, waardoor leerlingen mogelijk minder terughoudend zijn om niet-standaardstrategieën zoals aanvullen te gebruiken. Een andere mogelijke verklaring is dat de leerlingen minder moeite hebben met het verbaliseren van de niet-standaardstrategie aanvullen doordat de toetsleider het verbaliseren heeft voorgedaan (Peters, De Smedt, Torbeys, Ghesquière, & Verschaffel, 2012, 2013). De hogere frequentie van de strategie aanvullen in de huidige studie dan in andere studies laat zien dat er verborgen potentieel is in het gebruik van de strategie aanvullen, wat zich mogelijk openbaart door expliciete instructie dat aanvullen gebruikt kan worden. Tegen de verwachting in werd aanvullen niet vaker gebruikt wanneer hoofdrekenen verplicht was dan wanneer er op papier gerekend mocht of moest worden. In eerder onderzoek werden niet-standaardstrate-

gieën vaker gebruikt binnen hoofdrekenstrategieën en dan binnen schriftelijke strategieën (Blöte et al., 2001; Fagginger Auer et al., 2016; Hickendorff et al., 2010). Mogelijk ligt de verklaring erin dat het verplichten van hoofdrekenen wat anders is dan het kiezen voor hoofdrekenen: leerlingen kiezen wellicht voor hoofdrekenen juist *omdat ze* een handige niet-standaardstrategie gebruiken. De tweede onderzoeksvraag ging over de strategie-efficiëntie. Zoals verwacht was aanvullen net zo accuraat als rijgen – en zelfs accurater op klein-verschil opgaven wanneer verplicht op papier moest worden gerekend. Voor snelheid liggen de resultaten wat genuanceerder. Zoals verwacht was op de klein-verschilopgaven aanvullen sneller dan rijgen en nam dit snelheidsvoordeel af als op papier rekenen werd toegestaan of verplicht. Maar tegen de verwachting op basis van eerdere onderzoeksresultaten in (Torbeys et al., 2011, 2018) was rijgen op de groot-verschilopgaven sneller dan aanvullen. De verklaring ligt mogelijk deels in het feit dat die eerdere studies enkel verplicht hoofdrekenen betroffen, terwijl aanvullen bij groot-verschilopgaven veel stappen en daardoor veel tijd kost als die stappen opgeschreven moeten worden. Een andere mogelijke verklaring ligt in het leerjaar dat centraal stond. Leerlingen uit groep zes hebben in de twee voorafgaande leerjaren veel instructie in en oefening met rijgen gehad (Van Zanten & van den Heuvel-Panhuizen, 2014). Zij zijn daardoor wellicht efficiënter in het gebruik van de strategie rijgen dan leerlingen uit groep acht voor wie het cijferend aftrekken de twee voorafgaande leerjaren de plaats van het rijgen heeft ingenomen.

Ten derde bleek slechts een minderheid van één derde deel van de leerlingen hun strategiegebruik aan de getalskenmerken van de opgave aan te passen en daarmee adaptiviteit naar opgavekenmerken te vertonen. De meerderheid van de leerlingen was erg consistent in het gebruik van één vaste strategie om alle opgaven mee op te lossen, meestal het rijgen. Zoals verwacht was het adaptief wisselen van strategieën frequenter als verplicht in het hoofd moest worden gerekend. Waarschijnlijk maakt de grotere druk op de werkgeheugencapaciteit bij hoofdrekenen het aantrekkelijker om een handige strategie te gebruiken als de getalskenmerken van de opgave dat mogelijk maken, zoals aanvullen op klein-verschilopgaven. Dit illustreert hoe belangrijk het is rekening te houden met contextuele factoren in onderzoek naar strategiegebruik (Ellis, 1997; Verschaffel et al., 2009). Ten vierde werd onderzocht in hoeverre leerlingen de strategie kozen die voor henzelf de beste was qua strategie-efficiëntie (accuratesse en snelheid). In het algemeen bleken de leerlingen hun strategiekeuze wel aan te passen aan welke strategie de snelste was maar niet aan welke strategie vaker tot het goede antwoord leidde. Wanneer snelheid en accuratesse gecombineerd werden bleek dat 60 procent van alle strategiekeuzes adaptief was: ofwel de ene strategie die tot het juiste antwoord leidde werd gekozen, ofwel de snelste strategie werd gekozen wanneer beide strategieën tot het juist antwoord leidden. Daar staat tegenover dat ruim 30 procent van alle strategiekeuzen juist tegen-adaptief waren. Dat illustreert dat de losse correlatieanalyses voor accuratesse en snelheid apart mogelijk een te optimistisch beeld schetsen, én dat er ruimte is voor verbetering.

Methodologische beschouwingen

Er zijn twee methodologische aspecten die nadere aandacht verdienen. Ten eerste heeft het keuze-/geenkeuzedesign inherente beperkingen (Luwel et al., 2009). Een belangrijke tekortkoming is dat *a priori* bepaald moet worden welke strategieën in de keuzeconditie gebruikt kunnen worden. Het is daarmee een beperkte strategiekeuze in plaats van een compleet vrije strategiekeuze. Als gevolg daarvan wordt de adaptiviteit van leerlingen mogelijk onderschat: wellicht zijn leerlingen in staat andere handige varia-strategieën zoals compenseren te gebruiken, die makkelijker zelf te ontdekken zijn dan aanvullen (Heinze, Arend, Gruessing, & Lipowsky, 2018). In vervolgonderzoek zou uitgezocht kunnen worden of het mogelijk is de geenkeuzecondities te personaliseren, zodat elke leerling enkel de strategieën in de geenkeuzecondities doorloopt die hij/zij zelf heeft gebruikt in de keuzeconditie. Op die manier zou het mogelijk moeten zijn in kaart te brengen in hoeverre leerlingen adaptief strategieën uit hun eigen strategierepertoire kiezen.

Ten tweede kunnen verbale strategierapportages inaccuraat zijn en het spontane oplossingsproces beïnvloeden (Kirk & Ashcraft, 2001; Robinson, 2001). Een belangrijke aanvullende beperking in het huidige onderzoek is dat leerlingen mogelijk moeite hebben met het verbaliseren van een grotendeels niet-onderwezen strategie zoals aanvullen (Peters, De Smedt, Torbeys, Verschaffel, & Ghesquière, 2014). Deze moeilijkheden zijn zoveel mogelijk beperkt door de expliciete uitleg over de strategie. Het risico op vergeten of verzinnen van een strategie is zoveel mogelijk beperkt door de directe retrospectieve rapportages, die waarheidsgetrouwe en niet-reactieve rapportages opleveren (Robinson, 2001).

Implicaties voor het onderwijs

Een eerste conclusie die relevant is voor het onderwijs is dat leerlingen snelheid mogelijk belangrijker vinden dan een juist antwoord. Een implicatie is dat leerkrachten voorzichtig moeten zijn in het stimuleren van snel rekenen omdat dat mogelijk ten koste gaat van accuraat rekenen.

Een tweede relevant punt betreft het hoofdrekenen versus het op papier rekenen. In het huidige onderzoek bleek (verplicht) hoofdrekenen een gunstig effect te hebben op het adaptief wisselen van strategieën zonder dat dit ten koste ging van de prestaties. Daar staat tegenover dat in onderzoeken in het domein van meercijferige deelopgaven hoofdrekenen tot lagere prestaties leidde dan op papier rekenen (Fagginger Auer et al., 2016; Hickendorff et al., 2010). Als deze bevindingen geïntegreerd worden leidt dat tot de aanbeveling voor leerkrachten af en toe hoofdrekenen te verplichten om leerlingen te stimuleren op zoek te gaan naar handige(re) strategieën, maar tegelijkertijd de meerwaarde van op papier rekenen te blijven benadrukken, vooral op de meer uitdagende onderdelen van het rekenen.

Een laatste implicatie voor het onderwijs betreft de positie en waarde van de strategie aanvullen in het rekenonderwijs. Net als het eerdere Vlaamse onderzoek blijken ook Nederlandse leerlingen aanvullen efficiënt en tot op zekere hoogte adaptief te kunnen gebruiken. Dat zet vraagtekens bij de dominantie van de rijgstrategie in het onderwijs (Selter, Prediger, Nührenbörger, & Hußmann, 2012; Torbeyns et al., 2018) en de (procedurele) focus op één standaardstrategie meer in het algemeen. Zowel conceptuele kennis als procedurele kennis beïnvloeden flexibiliteit en adaptiviteit in strategiegebruik (Schneider, Rittle-Johnson, & Star, 2011). Instructie en oefening in alternatieve strategieën zoals het aanvullen zouden dieper begrip kunnen stimuleren. Het vergelijken van verschillende strategieën is een veelbelovende aanpak (Rittle-Johnson & Star, 2007; Rittle-Johnson, Star, & Durkin, 2009). Een heel invloedrijke bron voor leerervaringen zijn de rekenmethoden (Mullis, Martin, Foy, & Hooper, 2016; Sievert et al., 2019; Van Zanten & van den Heuvel-Panhuizen, 2014). Een recent Duits onderzoek liet zien dat de rekenmethoden varieerden in leermogelijkheden voor het adaptief gebruik van strategieën en dat dit samenhangt met de mate waarin leerlingen handige strategieën gebruikten (Sievert et al., 2019). Een aanbeveling is daarom dat rekenmethoden expliciete instructie in en oefening met aanvullen opnemen. Ook het opnemen van opgaven in een aanvulcontext, zoals 'Je wilt 54 euro sparen en hebt al 38 euro gespaard. Hoeveel moet je nog sparen?' kan het gebruik van de strategie aanvullen stimuleren (Peltenburg, van den Heuvel-Panhuizen, & Robitzsch, 2012). Tot slot kan het helpen leerlingen te stimuleren strategieën uit te vinden en te reflecteren op en discussiëren over strategieën (Blöte et al., 2001; Heinze et al., 2009; Star, Newton, et al., 2015).

Al met al heeft de huidige studie laten zien dat aanvullen ook voor basisschoolleerlingen een efficiënte strategie kan zijn. Daarom is het veelbelovend deze strategie te stimuleren in rekenmethoden en in de rekenles. Daarbij moet wel rekening worden gehouden met de verschillen tussen leerlingen in hun competentie met verschillende strategieën.

Referenties

- Baroody, A. J. (2003). The development of adaptive expertise and flexibility: The integration of conceptual and procedural knowledge. In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise* (pp. 1–33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Beishuizen, M. (1993). Mental Strategies and Materials or Models for Addition and Subtraction up to 100 in Dutch Second Grades. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(4), 294–323. <https://doi.org/10.2307/749464>.
- Blöte, A. W., van der Burg, E., & Klein, A. S. (2001). Students' flexibility in solving two-digit addition and subtraction problems: Instruction effects. *Journal of Educational Psychology*, 93(3), 627–638. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.93.3.627>.
- CvTE. (2015). *Toetswijzer bij de centrale eindtoets PO taal en rekenen. Inhoudsverantwoording van de centrale eindtoets taal en rekenen*. Utrecht: College voor Toetsen en Examens. Verkregen van <https://www.cvte.nl/documenten/publicaties/2015/08/01/toetswijzer-bij-de-centrale-eindtoets-po-taal-en-rekenen>.
- Ellis, S. (1997). Strategy Choice in Sociocultural Context. *Developmental Review*, 17(4), 490–524. <https://doi.org/10.1006/DREV.1997.0444>.
- Fagginger Auer, M. F., Hickendorff, M., & van Putten, C. M. (2016). Solution strategies and adaptivity in multidigit division in a choice/no-choice experiment: Student and instructional factors. *Learning and Instruction*, 41, 52–59. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2015.09.008>.
- Hatano, G. (2003). Foreword. In A. J. Baroody & A. Dowker (Eds.), *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise* (pp. xi–xiii). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Heinze, A., Arend, J., Gruessing, M., & Lipowsky, F. (2018). Instructional approaches to foster third graders' adaptive use of strategies: an experimental study on the effects of two learning environments

- on multi-digit addition and subtraction. *Instructional Science*, 46(6), 869–891. <https://doi.org/10.1007/s11251-018-9457-1>.
- Heinze, A., Marschick, F., & Lipowsky, F. (2009). Addition and subtraction of three-digit numbers: adaptive strategy use and the influence of instruction in German third grade. *ZDM*, 41(5), 591–604. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0205-5>.
 - Hickendorff, M. (2018). Dutch sixth graders' use of shortcut strategies in solving multidigit arithmetic problems. *European Journal of Psychology of Education*, 33(4), 577–594. <https://doi.org/10.1007/s10212-017-0357-6>.
 - Hickendorff, M. (2020). Fourth graders' adaptive strategy use in solving multidigit subtraction problems. *Learning and Instruction*, 67, 101311. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2020.101311>.
 - Hickendorff, M., Edelsbrunner, P. A., McMullen, J., Schneider, M., & Trezise, K. (2018). Informative tools for characterizing individual differences in learning: Latent class, latent profile, and latent transition analysis. *Learning and Individual Differences*, 66, 4–15. <https://doi.org/10.1016/J.LINDIF.2017.11.001>.
 - Hickendorff, M., Torbeyns, J., & Verschaffel, L. (2018). Grade-related differences in strategy use in multidigit division in two instructional settings. *British Journal of Developmental Psychology*, 36, 169–187. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12223>.
 - Hickendorff, M., van Putten, C. M., Verhelst, N. D., & Heiser, W. J. (2010). Individual differences in strategy use on division problems: Mental versus written computation. *Journal of Educational Psychology*, 102(2), 438–452. <https://doi.org/10.1037/a0018177>.
 - Kieran, C. (1992). Learning and teaching of school algebra. In D. Grouws. (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390–419). New York, NY: Simon & Schuster.
 - Kirk, E. P., & Ashcraft, M. H. (2001). Telling stories: The perils and promise of using verbal reports to study math strategies. *Journal of Experimental Psychology: Learning Memory and Cognition*, 27(1), 157–175. <https://doi.org/10.1037/0278-7393.27.1.157>.
 - Luwel, K., Onghena, P., Torbeyns, J., Schillemans, V., & Verschaffel, L. (2009). Strengths and weaknesses of the choice/no-choice method in research on strategy use. *European Psychologist*, 14(4), 351–362. <https://doi.org/10.1027/1016-9040.14.4.351>.
 - McMullen, J., Brezovszky, B., Rodríguez-Aflecht, G., Pongsakdi, N., Hannula-Sormunen, M. M., & Lehtinen, E. (2016). Adaptive number knowledge: Exploring the foundations of adaptivity with whole-number arithmetic. *Learning and Individual Differences*, 47, 172–181. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2016.02.007>.
 - Mostert, T. M. M. (2015). *Leerlijnen Aftrekken Rekenmethoden*. Leiden: Masterscriptie Pedagogische Wetenschappen, Universiteit Leiden.
 - Mullis, I. S., Martin, M. O., Foy, P., & Hooper, M. (2016). *TIMSS 2015 International Results in Mathematics*.
 - OCW. (2006). *Kerndoelen basisonderwijs*. Den Haag: Ministerie van OCW.
 - Peltenburg, M., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Robitzsch, A. (2012). Special education students' use of indirect addition in solving subtraction problems up to 100—A proof of the didactical potential of an ignored procedure. *Educational Studies in Mathematics*, 79(3), 351–369. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9351-0>.
 - Peters, G., De Smedt, B., Torbeyns, J., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2012). Children's use of subtraction by addition on large single-digit subtractions. *Educational Studies in Mathematics*, 79(3), 335–349. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9308-3>.
 - Peters, G., De Smedt, B., Torbeyns, J., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2013). Children's use of addition to solve two-digit subtraction problems. *British Journal of Psychology*, 104(4), 495–511. <https://doi.org/10.1111/bjop.12003>.
 - Peters, G., De Smedt, B., Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2014). Subtraction by addition in children with mathematical learning disabilities. *Learning and Instruction*, 30, 1–8. <https://doi.org/10.1016/J.LEARNINSTRUC.2013.11.001>.
 - Rittle-Johnson, B., & Star, J. R. (2007). Does comparing solution methods facilitate conceptual and procedural knowledge? An experimental study on learning to solve equations. *Journal of Educational Psychology*, 99(3), 561–574. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.99.3.561>.
 - Rittle-Johnson, B., Star, J. R., & Durkin, K. (2009). The importance of prior knowledge when comparing examples: Influences on conceptual and procedural knowledge of equation solving. *Journal of Educational Psychology*, 101(4), 836–852. <https://doi.org/10.1037/a0016026>.
 - Robinson, K. M. (2001). The validity of verbal reports in children's subtraction. *Journal of Educational Psychology*, 93(1), 211–222. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.93.1.211>.
 - Ruthven, K. (1998). The use of mental, written and calculator strategies of numerical computation by upper primary pupils within a “calculator-aware” number curriculum. *British Educational Research Journal*, 24(1), 21–42.
 - Schneider, M., Rittle-Johnson, B., & Star, J. R. (2011). Relations among conceptual knowledge, procedural knowledge, and procedural flexibility in two samples differing in prior knowledge. *Developmental Psychology*, 47(6), 1525–1538. <https://doi.org/10.1037/a0024997>.
 - Selter, C. (2001). Addition and subtraction of three-digit numbers: German elementary children's success, methods and strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 145–173. <https://doi.org/10.1023/A:1014521221809>.
 - Selter, C., Prediger, S., Nührenbörger, M., & Hußmann, S. (2012). Taking away and determining the difference—a longitudinal perspective on two models of subtraction and the inverse relation to addition. *Educational Studies in Mathematics*, 79(3), 389–408. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9305-6>.
 - Siegler, R. S., & Lemaire, P. (1997). Older and younger adults' strategy choices in multiplication: Testing predictions of ASCM using the choice/no-choice method. *Journal of Experimental Psychology: General*, 126(1), 71–92. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.126.1.71>.
 - Sievert, H., van den Ham, A. K., Niedermeyer, I., & Heinze, A. (2019). Effects of mathematics textbooks on the development of primary school children's adaptive expertise in arithmetic. *Learning and Individual Differences*, 74(January), 101716. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2019.02.006>.
 - SLO. (2009). *Tussendoelen en Leerlijnen*. SLO, Netherlands Institute for Curriculum Development. Verkregen van <http://tule.slo.nl/>.

- Star, J. R., Newton, K., Pollack, C., Kokka, K., Rittle-Johnson, B., & Durkin, K. (2015). Student, teacher, and instructional characteristics related to students' gains in flexibility. *Contemporary Educational Psychology*, 41, 198–208. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2015.03.001>.
- Star, J. R., Pollack, C., Durkin, K., Rittle-Johnson, B., Lynch, K., Newton, K., & Gogolen, C. (2015). Learning from comparison in algebra. *Contemporary Educational Psychology*, 40, 41–54. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2014.05.005>.
- Torbeyns, J., De Smedt, B., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2009). Solving subtractions adaptively by means of indirect addition: Influence of task, subject, and instructional factors. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 8, 8(2), 1–30. Verkregen van <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.726.9558&rep=rep1&type=pdf>.
- Torbeyns, J., de Smedt, B., Peters, G., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2011). Use of indirect addition in adults' mental subtraction in the number domain up to 1,000. *British Journal of Psychology*, 102(3), 585–597. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8295.2011.02019.x>.
- Torbeyns, J., De Smedt, B., Stassens, N., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2009). Solving Subtraction Problems by Means of Indirect Addition. *Mathematical Thinking and Learning*, 11(1–2), 79–91. <https://doi.org/10.1080/10986060802583998>.
- Torbeyns, J., Hickendorff, M., & Verschaffel, L. (2017). The use of number-based versus digit-based strategies on multi-digit subtraction: 9–12-year-olds' strategy use profiles and task performance. *Learning and Individual Differences*, 58, 64–74. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2017.07.004>.
- Torbeyns, J., Peters, G., De Smedt, B., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2018). Subtraction by Addition Strategy Use in Children of Varying Mathematical Achievement Level: A Choice/No-Choice Study. *Journal of Numerical Cognition*, 4(1), 215–234. Verkregen van <https://jnc.psychopen.eu/article/view/77/html>.
- Van Zanten, M., & van den Heuvel-Panhuizen, M. (2014). Freedom of design: The multiple faces of subtraction in Dutch primary school textbooks. In Y. Li & G. Lappan (Eds.), *Mathematics Curriculum in School Education* (pp. 231–259). Dordrecht: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-7560-2>.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. In F. K. Lester Jr (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning pages* (pp. 557–628).
- Verschaffel, L., Luwel, K., Torbeyns, J., & Van Dooren, W. (2009). Conceptualizing, investigating, and enhancing adaptive expertise in elementary mathematics education. *European Journal of Psychology of Education*, 24(3), 335–359. <https://doi.org/10.1007/BF03174765>.
- Xu, L., Liu, R. De, Star, J. R., Wang, J., Liu, Y., & Zhen, R. (2017). Measures of potential flexibility and practical flexibility in equation solving. *Frontiers in Psychology*, 8(AUG), 1–13. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01368>.

There are different ways to solve subtraction problems such as 812-784. The current study focuses on the jump strategy (sequentially subtracting 784) and the adding-on strategy (adding on from 784). The research question is: To what extent do children choose their strategy adaptively, that is, select the strategy that is optimal regarding the number characteristics of the problem and regarding with which strategy they perform best? A sample of 124 fourth graders solved various subtraction problems in one choice condition, where they could choose between the jump strategy and the adding-on strategy, and in two no-choice condition where they had to solve all problems with the jump strategy or the adding-on strategy, respectively. Furthermore, children were randomly assigned to mandatory mental computation (without the use of pen and paper), mandatory written computation, or a free choice between mental or written computation. Results showed that one third of the children adaptively switched their strategy use to fit the number characteristics of the problems, whereas the remaining children quite consistently used one of the two strategies. Children were more inclined to switch strategies when they had to compute mentally compared to when they could or had to use pen and paper. On average, children were adaptive with respect to their own speed difference between the two strategies, but not with respect to their accuracy difference. All in all, Dutch children can use the adding-on strategy efficiently and to some extent adaptively, but there are large individual differences.