Directe instructie in ‘Getal & Ruimte Junior’

Met de leergang van procenten als voorbeeld

In dit artikel worden de leergang procenten in de nieuwste versie van de methode de ‘Wereld in Getallen’ en die in de methode ‘Getal & Ruimte Junior’ vergeleken.

Adri Treffers

Treffers, A. (2021). Directe instructie in ‘Getal & Ruimte Junior’. Met de leergang van procenten als voorbeeld. *Volgens Bartjens – ontwikkeling en onderzoek, 41*(1), 41-47

In de ‘Wereld in Getallen’ wordt hiervoor de strook als model geïntroduceerd op een manier die het verbinden van breuken en procenten uitlokt, op een manier dat er sprake is van een meersporige aanpak. Dat is anders bij de leergang in de methode ‘Getal & Ruimte Junior’. Daar is de didactische aanpak gericht op een uniforme aanpak, terwijl de activiteiten ook kansen bieden de procenten breder in te bedden.

Inleiding

Om een concreet en veelzeggend beeld van de grote overgang van procedureel naar conceptueel rekenonderwijs te geven, nemen we een opgave uit de bovenbouw die door het Cito zowel in 1987 als in 2004 bij een individuele peiling aan 140 leerlingen is afgenomen (afbeelding 1) (Wijnstra, 1988; Janssen, van der Schoot, & Hemker, 2005)[1].

Aangezien deze steekproef te klein is, kan aan de goedscores van de betreffende opgave geen absolute waarde worden toegekend. Maar een indicatie van de vergelijkende prestaties en speciaal van de verschillende oplossingsmethoden uit 1987 en 2004 geven ze wel.

▶ Afbeelding 1: PPON Procentopgave (Janssen, van der Schoot, & Hemker, 2005, p. 158)

> Koptelefoons van € 60,- met 30% korting.
> Hoeveel moet je voor een koptelefoon betalen?

De goedscore van deze som steeg in de periode 1987 - 2004 van 40% naar 70%. In 1987 volgden de meeste leerlingen het procedurele rekenrecept van 'altijd eerst 1% uitrekenen.' In 2004 rekenden 2 van de 3 leerlingen handig via 10% is '$\frac{1}{10}$ deel van ....'

Het Cito rapporteert:
'Op basis van deze resultaten kunnen we concluderen dat leerlingen meer inzicht in procenten hebben gekregen. Niet alleen maken veel meer leerlingen procentopgaven, zoals de hiervoor besproken individueel afgenomen opgaven, goed in 2004, maar ook veel meer leerlingen gebruiken in 2004 in vergelijking met 1987 oplossingsprocedures waarmee ze op een efficiënte manier tot de oplossing komen.' (Janssen, van der Schoot, & Hemker, 2005, p. 158)

Dit modelvoorbeeld wordt in het volgende eerst vanuit historisch-didactisch perspectief geanalyseerd. Daarbij zal uiteraard ook steeds het onderscheid in procedurele en conceptuele onderwijsvisies opduiken.
De meest gebruikte van de afgelopen dertig jaar de methode 'Wereld in Getallen' fungeert daarbij als ijkpunt. Daarna wordt 'Getal & Ruimte Junior' geanalyseerd.

Wereld in Getallen
Hoezeer de conceptuele didactiek 'procent-rekenen' van de procedurele methodiek verschilt, laat 'Wereld in Getallen' (2/3) (1990/2001) zien. Daarin gaat het schatten aan het precies berekenen van kortingen vooraf. Bijvoorbeeld in de volgende opgave.

> 153 van de 206 mensen betalen hun belasting op tijd.
> Hoeveel procent is dat ongeveer?

Hoe hebben de kinderen gerekend? Hebben ze hierbij afgerond op 150 en 200? Vervolgens wordt de procentenstrook ingezet (afbeelding 2).

Aan die strook zijn de gangbare somtypen van procenten af te lezen.

▶ Afbeelding 2. Procentenstrook

Op de plaatsen a, b en c staan er twee met gegevens. Daarbij kunnen de letters in de volgorde staan als boven, maar kunnen a en b ook rechts van de 100% staan. Een van de letters wordt een vraagteken voor de te berekenen getalwaarde.
Deze drie typen opgaven worden onder meer behandeld bij renteberekening van kapitaal, inkoop-verkoop, winst-verlies.
Drie voorbeelden van deze somtypen over korting, in volgorde van moeilijkheid binnen de leergang:

1) Een televisietoestel kostte eerst € 900. Je krijgt 15% korting. Hoeveel moet je er nu voor betalen?
2) Een televisietoestel kostte eerst € 900. Nu kan men hem kopen voor € 765. Hoeveel procent korting heb je gekregen?
3) Een televisietoestel kost na een korting van 15% nu € 765. Hoeveel kostte zo'n televisie eerst?

Bij minder mooie percentages wordt via 10% naar 1% toegewerkt. Hierna kunnen alle percentages worden berekend. De strook gaat nu als denkmodel fungeren. Het rekenwerk gebeurt los van de strook. Bij gecompliceerde berekeningen mag de rekenmachine worden ingezet. Ook dan wordt

vaak gevraagd eerst een schatting te maken.
In krantenberichten worden breuken, procenten en verhoudingen vaak naast elkaar gebruikt. Bijvoorbeeld in een uitslag van een enquête: $\frac{1}{4}$ deel van de ondervraagden ...; 1 op de 3 ...; 20% ... .
Naast de strook worden hierbij ook het cirkeldiagram en de verhoudingstabel ingebracht.

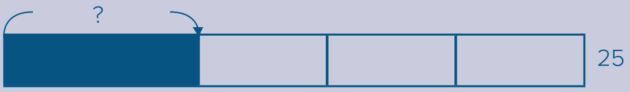
In de meest recente versie van de 'Wereld in Getallen' (2020) is de introductie via schattend rekenen helaas geschrapt, het vervolg is echter onveranderd gebleven.

Getal & Ruimte Junior
De voorbereidende lessenserie over procenten start bij 'Getal & Ruimte Junior' met de regel:
'Bij het vermenigvuldigen van een breuk met een heel getal - en omgekeerd - vermenigvuldig je de teller met dat getal.' (boek 7A, p.39)
Dan volgen twee voorbeelden:
$\frac{1}{4}$ deel van 12 = 3
$\frac{1}{4}$ x 12= 1 x $\frac{12}{4} = \frac{12}{4} = 3$
De deel-van opgaven worden direct omgezet in keersommen en vervolgens met de genoemde regel ingeoefend – eerst samen en dan zelf, zoals bij '$\frac{3}{4}$ deel van 8 = $\frac{3}{4}$ x 8 = $\frac{24}{4}$ = 6.'
In de volgende les staan toepassingen van dit onderdeel, te beginnen met de uitleg bij een voorbeeldopgave (afbeelding 3).

▶ Afbeelding 3. Uitleg gebruik breuk als operator in Getal in Ruimte junior

Uitleg.
1). In groep 7A zitten 25 kinderen.
$\frac{2}{5}$ deel van de kinderen in groep 7A doet niet aan sport.
Hoeveel kinderen zijn dat?

Stap 1. Maak een tekening van de vraag.



Stap 2. Wat moet je uitrekenen? $\frac{2}{5}$ x 25 = ...
Stap 3. Wat is je antwoord? $\frac{2}{5}$ x 25 = 2 x $\frac{25}{5} = \frac{50}{5}$ = 10
Stap 4. Klopt je antwoord? Laat dat zien met een berekening.
1 groepje is $\frac{1}{5}$ deel van 25 = 5 kinderen.
2 groepjes is $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$ deel = 10 kinderen. Klopt.

Daarbij wordt een vier-stappenplan gevolgd dat door de hele methode als didactische leidraad dient. De volgende opgave wordt klassikaal behandeld, en de reeks sommen erna moeten de leerlingen zelfstandig oplossen (afbeelding 4).

▶ Afbeelding 4. Stappenplan Getal in Ruimte junior

Samen.
2). Reken uit met het stappenplan.
In de klas van Luuk zitten 24 kinderen.
$\frac{9}{12}$ deel van de kinderen zit op sport.
Hoeveel kinderen zitten op sport?
Stap 1. Maak een tekening van de vraag.
Stap 2. Wat moet je uitrekenen?
Stap 3. Wat is je antwoord?
Stap 4. Klopt je antwoord?

De voorgeschreven 'keerregel' en de uitwerking van de voorbeeldopgave in de **Uitleg** volgend, wordt deze opgave dan in **Zelf** als volgt uitgerekend: $\frac{9}{12}$ x 24 = 9 x $\frac{24}{12} = \frac{216}{12}$ = 18!
De categorie **Zelf** bevat opgaven die de kinderen op die manier dienen te berekenen. Ze kunnen

dat doen met de klassikaal aangeleerde manier. In de Algemene handleiding staat echter wel dat de kinderen de vrijheid hebben om hun eigen strategieën te ontdekken en te ontwikkelen, mits deze correct zijn en een goede basis vormen voor de volgende stappen in de leerlijn. Deze strategieën worden echter niet klassikaal aangeleerd.

De deel-van aanpak in de beschreven stap 4 ‘Klopt de berekening?,’ is de oplossing die kinderen vaak zelf bedenken: de laatste stap wordt de eerste; er komt geen ‘keerregel’ aan te pas.
De opgave ‘$\frac{9}{12}$ deel van 24’ gaat, als de leerlingen de vrije hand krijgen, volgens ‘$\frac{1}{12}$ deel van 24 is 2’ , dus ‘$\frac{9}{12}$ deel van 24 is dan 9 x 2 = 18,’ of verloopt via ‘$\frac{3}{4}$ deel van 24.’
En ‘$\frac{2}{5}$ deel van 25’ volgens ‘$\frac{1}{5}$ deel van 25 is 5,’ dus ‘$\frac{2}{5}$ deel van 25 is 2 x 5 = 10.’
De achterliggende gedachte is waarschijnlijk dat wiskundig bezien de operatie deel-van niet bestaat. Maar in de omschrijving vooraf staat wel $\frac{1}{4}$ deel van 12 = 3 ….

Hoe zal die deel-geheelrelatie bij het rekenen met procenten uitpakken, waarbij het geheel op 100% wordt genormeerd en het ‘deel’ aanvankelijk niet multiplicatief - dus niet als een factor - wordt aangeboden, maar als deel-van zoals in alledaags gebruik?

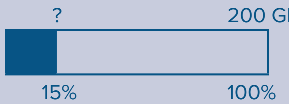
Het begrip ‘procent’ wordt in de recente ‘Getal & Ruimte Junior’ (2017) zowel vanuit breuken als verhoudingen benaderd. Daarbij wordt ‘$\frac{4}{5}$ deel’ niet via ‘$\frac{4}{5}$ deel van 100’ maar via ‘$\frac{4}{5}$ deel is $\frac{80}{100}$ deel’ in een percentage omgezet:

‘4 van de 5’ is ‘$\frac{4}{5}$ deel is $\frac{80}{100}$ deel = 80%.’
‘4 van de 5’ is ‘80 van 100’ is 80%.

Bij het berekenen van een en ander fungeren vooral de verhoudingstabel en in mindere mate het sectordiagram als denkmodel.
De introductielessen zijn bedoeld om relaties tussen breuken, verhoudingen en procenten te leggen. Afbeelding 5 geeft een voorbeeld.

▶ Afbeelding 5. Introductieles procenten Getal & Ruimte Junior

Uitleg
Sven gaat het videobestand van 200 gigabyte bewerken.
Hij gooit 15% van de beelden weg.
Hoeveel gigabyte gooit hij weg?



Stap 1 Maak een tekening.
Stap 2 Wat moet je uitrekenen?
15% van 200 GB
Stap 3 Wat is het antwoord?
1% van 200 GB = 2 GB, 15% =15 x 2 GB = 30 GB
Stap 4 Klopt je antwoord?
30 GB = 15%, dus 10 GB = 5% en 2GB = 1%
100% = 100 x 2 GB = 200 GB. Klopt dus.

Afbeelding 6 toont de eerste eerste toepassingsopgave na de inleiding.

▶ Afbeelding 6. Toepassingsopgave uit Getal & Ruimte Junior

3). Ajoub en Izmir oefenen met het nemen van strafschoppen.
Ajoub schiet er 13 van de 20 in.
Izmir schiet er 9 van de 15 in.
Wie heeft het hoogste percentage raak geschoten?

Uitleg. Stap 1. Maak een tekening.

Stap 2. Wat moet je uitrekenen?
Wat is het hoogste percentage: 13 van de 20, of 9 van de 15?

Stap 3. Wat is het antwoord?

13	65
20	100

en

9	3	60
15	5	100

13 van de 20 = 65% en 9 van de 15 = 60%
Dus 13 van de 20 is het hoogste percentage.

Stap 4 Klopt je antwoord? Laat zien met een berekening.
65% = $\frac{65}{100}$ deel = 13 van de 20.
60% = $\frac{60}{100}$ deel = $\frac{3}{5}$ = $\frac{9}{15}$ = 9 van de 15. Klopt.

Na nog zo'n opdracht bij **Samen** volgen sommen in de rubriek **Zelf.**
In deel 8^{A} van Getal & Ruimte Junior wordt de verhoudingstabel als rekenmodel gebruikt om het gevraagde percentage te berekenen dat in de procentstrook staat. Dit is opmerkelijk, omdat deze strook zelf ook als rekenmodel kan fungeren: zet '20 van de 100' om in '1 van de 5,' en dat in '13 van 65'; of neem $\frac{13}{20}$ deel van 100% (afbeelding 7).

▶ Afbeelding 7. Strook als rekenmodel

De omrekening met de verhoudingstabel ligt soms minder voor de hand dan rekenen via breuken dat als volgt zou verlopen. 'Normeer het geheel (20) op 100% en bereken het deel (13) volgens '$\frac{13}{20}$ deel van 100% = 65%.'
Indien de kinderen gelegenheid krijgen om het genoemde probleem zelf op te lossen, zal na de voorafgaande veelzijdige benadering ook de breukenaanpak door hen naar voren worden gebracht. Namelijk, andere strategieën worden wel toegelaten, maar niet gestimuleerd en klassikaal aangeboden.
Neem het volgende voorbeeld (afbeelding 8).

▶ Afbeelding 8. Procentopgave in Getal & Ruimte Junior

Een agenda van € 3,- kost nu € 2,40.
Hoeveel procent korting is dat?

Uitleg. Bereken het prijsverschil.
De oude prijs is 100%.
Plaats de oude prijs en het prijsverschil in centen in een verhoudingstabel.

prijs	300	60
procent	100	20

Reken het percentage uit door onder en boven en door hetzelfde getal (5) te delen. De korting is 20%.

Dan volgt een reeks opgaven die zo is samengesteld dat alle sommen met de regel ‘Reken het percentage uit door onder en boven door hetzelfde getal te delen’ zijn op te lossen, zoals:

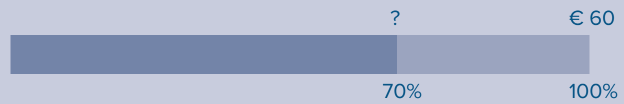
Eerst €60 nu €45; eerst €8,- nu €7.60; eerst €150 nu €120.
Eerst €8 nu €6; eerst €120 nu €60; eerst €35 nu €28; …

Allemaal opgaven die eenvoudig(er) met breuken zijn op te lossen. Dit temeer daar in de methode ruimschoots aandacht aan de relatie tussen procenten en breuken is besteed.
Het laatste voorbeeld komt toevallig overeen met koptelefoonsom (afbeelding 9).

▶ Afbeelding 9. Stappenplan korting uitrekenen, Getal & Ruimte Junior

Een paar schoenen kostte eerst € 60. Je krijgt 30% korting.
Hoeveel moet je er nu voor betalen?

Stap 1. Maak een tekening van de vraag.



Stap 2. Wat moet je uitrekenen?
30% van € 60.

Stap 3. Wat is je antwoord?
1% van € 60 = € 0,60
30% van € 60 = 30 x € 0,60 = € 18
€ 60 - € 18 = € 42

Stap 4. Klopt je antwoord?
Laat zien met een berekening.
30% van € 60 = € 18.
€ 42 + € 18 = 60.

En hoewel in de handleiding staat dat kinderen hier eerst 10 % kunnen berekenen, worden soortgelijke opgaven met kortingspercentages van 20%, 25% en 50% worden in ‘Getal & Ruimte Junior’ eveneens met de 1%-regel opgelost.
Hoewel eerder terecht ruim aandacht aan de relatie tussen ‘mooie’ percentages met bijbehorende breuken is besteed, wordt die kennis aanvankelijk niet ingezet. Het principe van één standaardaanpak staat voorop. Deze behandeling van de procentensom illustreert de procedurele methodiek in de bovenbouw voorbeeldig.
Een dergelijke procedurele benadering was ook kenmerkend voor de traditionele procedurele methode ‘Naar Zelfstandig Rekenen’ – de enige methode ooit die systematisch uitgewerkte voorbeelden bij de uitleg binnen alle nieuwe (deel)leergangen inzette. Het is, niet toevallig, ook de methode met de laagste goedscores bij (toepassingen van) kommagetallen, breuken, verhoudingen en procenten in vergelijking met de conceptuele methodes (Wijnstra, 1988; Treffers, 2015).

Slotsom
De eensporige uitleg bij toepassingen van procenten spoort niet met de veelsporige benadering die bij het kale rekenen met procenten wordt gekozen. Het gebruik van uitgewerkte voorbeeldopgaven bij de directe instructie leidt de kinderen naar eensporige oplossingen die niet passen bij het flexibel opereren met procenten.
De omzetting van breukdeel van een geheel in een percentage door de betreffende breuk eerst in honderdsten uit te drukken is onnatuurlijk. De eigen inbreng van de leerlingen die dergelijke onnatuurlijke aanpakken aan het licht zouden brengen wordt in de leerlingentekst van de methode

genegeerd, zoals bijvoorbeeld bij het starre terugrekenen naar 1%. Door de steeds voorafgaande uitleg bij nieuwe deelgevallen wordt probleem-oplossen gemeden en het procent-rekenen gereduceerd tot (beredeneerd) nadoen en het aanleren van routines.
Algemeen geldt voor 'Getal en Ruimte junior' dat de uitwerkingen bij de Uitleg vrijwel altijd gericht zijn op 'het hoe' en niet zozeer op 'het waarom'. In de uitgewerkte rekenopgaven bij de directe instructie-methodiek gaat het steeds om één regelgeleide wijze van oplossen. Mede als gevolg daarvan bestaat in deze methodiek een sterke voorkeur voor het cijferen.
Bij opgaven van flexibel (hoofd)rekenen en toepassingen zijn de problemen veelal op diverse manieren en verschillende niveaus op te lossen. Die passen echter niet bij het basisconcept van directe instructie.
Vooral bij flexibel (hoofd)rekenen, schatten en bij (toepassingen van) hele getallen, breuken, verhoudingen en procenten – om maar niet te spreken over meten en meetkunde, laat een procedurele methode het afweten. Precies de leerstofonderdelen die geen éénduidige, receptmatige oplossingen kennen.
Maar ook als de opbrengst niet zou achterblijven, dan nog kan men zich afvragen of dergelijk directief rekenonderwijs wel bij de algemene doelstellingen van het huidige en het toekomstige reken-wiskundeonderwijs past. Dit temeer daar dit onderwijs ook internationaal steeds meer conceptueel, probleemgericht wordt ingericht.

Noot

[1] Zie voor literatuurverwijzingen naar traditionele methodes en Cito-peilingen Treffers (2015).

Literatuur

- *Getal en Ruimte junior.* (2017). Groningen: Noordhoff Uitgevers.
- Janssen, J., van der Schoot, F., & Hemker, B. (2005). *Balans [32] van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4.* Arnhem: Cito.
- Treffers, A. (2015). *Weg van het cijferen. Rekenmethodes vanaf 1800 tot heden.* Utrecht: Freudenthal Group, Universiteit Utrecht.
- *Wereld in getallen 2/3.* (1990/2001). Den Bosch: Malmberg.
- *Wereld in Getallen 5.* (2020). Den Bosch: Malmberg.
- Wijnstra, J. M. (1988). *Balans van het rekenonderwijs in de basisschool. Uitkomsten van de eerste rekenpeiling medio en einde basisonderwijs.* Arnhem: Cito.

In this paper we compare the learning strand percent in the newest textbook series 'Wereld in Getallen' and 'Getal & Ruimte Junior.' In 'Wereld in Getallen' the bar is introduced here so that it facilitates relating fractions and percent in a way it allows for multiple strategies. This is not the case for 'Getal & Ruimte Junior.' In this series the didactical approach aims at uniform strategies, while the activities offer opportunities for multiple problem solving strategies.